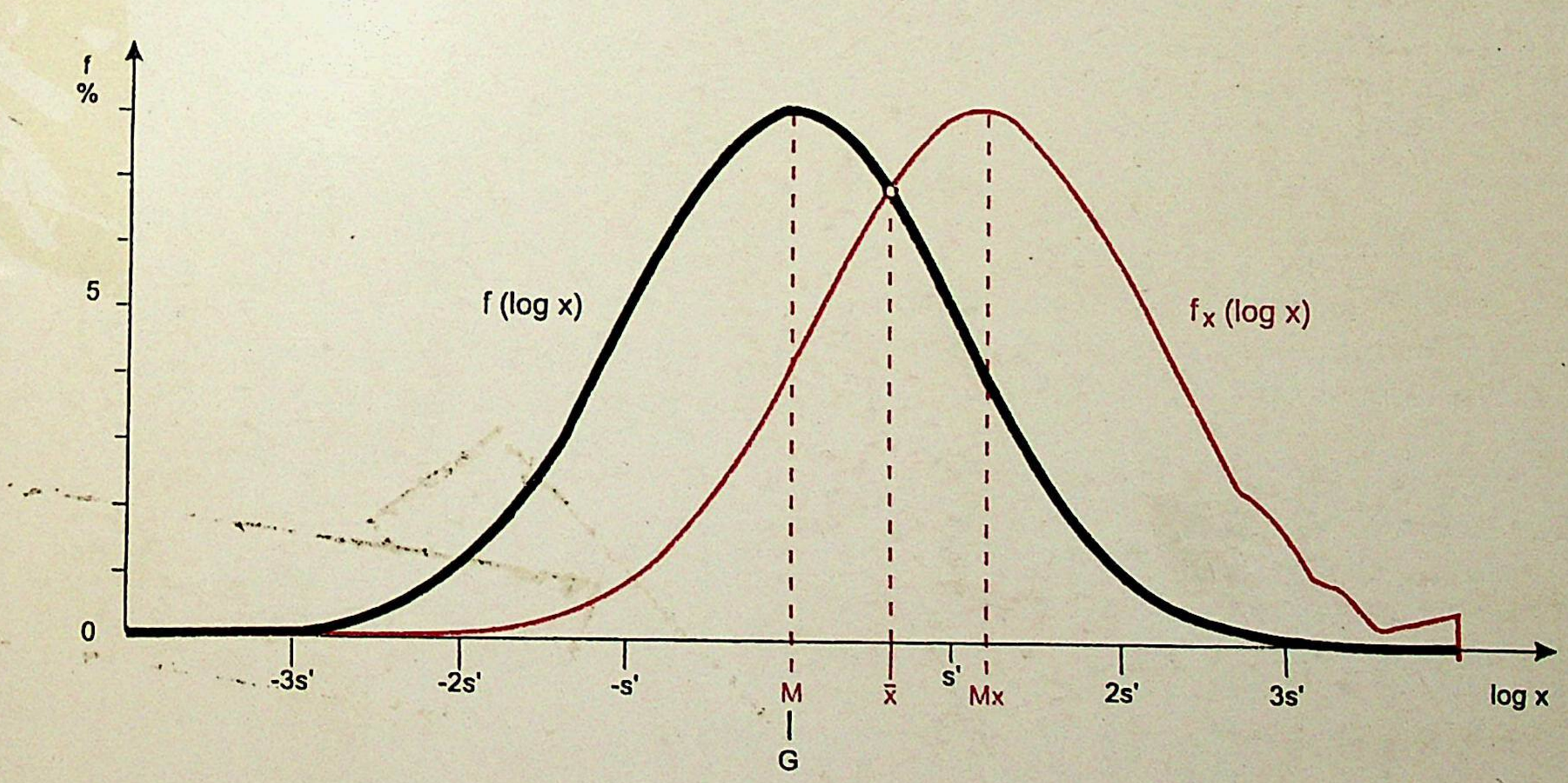
GEOINSTITUT

UDK 55:(53+54)+550.4
ISBN 86-7156-002-3

Veljko OMALJEV

ORGANIZACIJA MATERIJE I RASPODELA GEOLOŠKIH POPULACIJA



ORGANIZATION OF MATTER AND DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATION

Posebna izdanja, knjiga 15, Beograd, 1995.

GEOINSTITUT

Zahvaljujući stručnosti i iskustvu svojih kadrova, GEOINSTITUT već pola veka u Jugoslaviji i drugim zemljama sveta izvodi sve vrste geoloških i geofizičkih istraživanja:

- Projektovanje, programiranje, izvođenje i nadzor geoloških istraživanja energetskih, metaličnih i nemetaličnih mineralnih sirovina, građevinskog i ukrasnog kamena, uključujući rudarska istraživanja, evaluaciju mineralnih ležišta, elaborate o rudnim rezervama i geološko-ekonomske i druge studije;

- Izradu svih vrsta generalnih, detaljnih i specijalnih geoloških, geofizičkih, geohemijskih, hidrogeoloških, inženjersko-geoloških karata u svim razmerama;

- Regionalna i detaljna metalogenetska istraživanja svih tipova geoloških formacija, uz izradu odgovarajućih metalogenetskih karata, izveštaja i studija;

- Hidrogeološka i inženjersko-geološka istraživanja za prostorno planiranje i vodosnabdevanje naselja i individualnih potrošača;

- Aeromagnetska, aerogamaspektrometrijska i nadzemna geofizička ispitivanja u cilju istraživanja mineralnih sirovina (metala, nemetala, ugljovodonika) i rešavanja različite geološke-strukturne problematike;

- Istražno bušenje za mineralne sirovine do 1000 metara dubine, kao i bušenje bunara za vodosnabdevanje individualnih domaćinstava;

- Istraživanja u cilju zaštite životne sredine;

- Sve vrste laboratorijskih analiza za interna istraživanja i za potrebe drugih izvođača geoloških radova;

- Terensko i laboratorijsko merenje prirodne i veštačke radioaktivnosti sa aspekta istraživanja mineralnih sirovina i zaštite životne sredine.

Beograd, Rovinjska 12

Tel. 381 11 / 488 99 66, Fax. 381 11 / 488 52 96

GEOINSTITUT

UDK 55:(53+54)+550.4
ISBN 86-7156-002-3

Veljko ***OMALJEV***

ORGANIZACIJA MATERIJE
I
RASPODELA GEOLOŠKIH POPULACIJA

ORGANIZATION OF MATTER AND DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATION

Posebna izdanja, knjiga 15, Beograd, 1995.

Redakcijski odbor

Prof. Dr Adam ***DANGIĆ***
Prof. Dr Aleksandar ***GRUBIĆ***
Dr Branislav ***KRSTIĆ***
Dr Milan ***MILOJEVIĆ***
Dr Veljko ***OMALJEV***
Dr Radule ***POPOVIĆ***
Mr Milosav ***SIMIĆ***

Glavni i odgovorni urednik

Dr Veljko ***OMALJEV***

Recenzenti

Dr Dejan ***MILOVANOVIĆ***, redovni profesor
Rudarsko-geološkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Dr Adam ***DANGIĆ***, redovni profesor
Rudarsko-geološkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Autor je naučno odgovoran za svoja izlaganja

U troškovima izdavanja ove monografije učestvovali su:
- MINISTARSTVO ZA NAUKU I TEHNOLOGIJU, Beograd, Nemanjina 22 - 24
- REPUBLIČKI DRUŠTVENI FOND ZA GEOLOŠKA ISTRAŽIVANJA, Beograd, Rovinjska 12

OD STRUKTURE I ORGANIZACIJE MATERIJE DO METAGEOLOGIJE

Naučno-tehnološka revolucija druge polovine 20-tog veka dovela je i do brojnih promena u sferi shvatanja i objašnjenja strukture i organizacije materije. Neke od tih promena potpuno su ili velikim delom "prebrisale" određene pojmove, koji su odavno nosili epitet "*klasični*", donoseći istovremeno potpuno nove ili, velikim delom, prilagođene novim uslovima i saznanjima, stare pojmove i sve ono što ih prati. To se posebno odnosi na pojam **materije** i **univerzuma**, kao specifičnih opšte naučnih i filozofskih kategorija.

U odnosu na odraz i posledice ovih promena na savremenu geologiju, shvaćenu u najširem smislu ali i sa aspekta svake pojedinačne geološke discipline, karakteristična su sledeća dva momenta.

P r v o, poreklo i razvoj planete Zemlje ne može se izolovano posmatrati od materije i univerzuma. To najjednostavnije rečeno znači da sve promene koje su se desile i dešavaju se u odnosu na poimanje materije i univerzuma imaju višeslojni i veliki uticaj na geološke nauke i njihov razvoj. Ta činjenica aksiomatskog karaktera postavlja pre svega pred geologe, ali i filozofe, nove obaveze i zadatke, odnosno potrebu *"velikog spremanja"* i preispitivanja dosadašnjeg stanja, uz stvaranje mnogih novih definicija, uvođenje novih pojmova i eliminaciju zastarelih i očigledno dalje nepodobnih kontraproduktivnih kategorija, termina i klasifikacija. Rečju, zahteva se novi način mišljenja i novi pristupi i nove koncepcije da bi se odgovorilo na izazove koje donose promene.

D r u g o, poslednjih godina se sve više razvija nova naučna disciplina - **metageologija**, kao nov sistem ideja i deo metanauke. Pionirsku i teško merljivu ulogu u njenom formiranju i razvoju - što je i opšte priznato ne samo u krugovima geologa već i filozofa - odigrao je I.P. Š a r a p o v, veliki stručnjak u oblasti istraživanja mineralnih sirovina, posebno zaslužan za još dublje uvođenje matematičkih metoda i matematičke logike u geologiju, i naročito angažovan na proučavanju i razradi niza metodoloških problema nauke o Zemlji.

I.P. Š a r a p o v je u monografiji "Metageologija - neki problemi" (Nauka, Moskva, 1989, 208 s.), relativno jednostavno ali u suštini veoma precizno i tačno, definisao metageologiju kao nauku o strukturi, metodama i razvoju geologije, posebno naglašavajući da je to istovremeno zakonita etapa saznanja o zemljinoj kori. Po ovom autoru, geologija proučava čvrsti omotač (ljusku) Zemlje, a metageologija samu geologiju sa stanovišta njene strukture i metode. Istovremeno, metageologija je jedna od specijli-

zovanih metanauka, sestra metafizike u aristotelovskom smislu, metageohemije, metamatematike, metakartografije, metalingvistike, metalogike itd.

Dva izložena aspekta promena su najuže povezani, ne mogu se razdvajati i uzajamno deluju jedan na drugi. To je prisutno i u ovoj monografiji dr Veljka Omaljeva, naučnog savetnika, koja inače nosi na prvi pogled nesvakidašnji naslov, bar kada su u pitanju radovi koji se publikuju iz geologije u jugoslovenskoj naučno-stručnoj literaturi - **"Organizacija materije i raspodela geoloških populacija"**, Sam autor je najverovatnije bio samo delom svestan činjenice da će njegova monografija predstavljati u izvesnom smislu i doprinos daljem razvoju upravo metageologije, ako se prihvati da ova nova disciplina, pored već navedenog, izučava i logičke osnove, sastav i sistemski karakter geološkog znanja, metode izvođenja teorija, zakona retrognoza i prognoza, matematizaciju i jezik geologije. Sve ovo poslednje upravo u smislu i skladu sa osnovnim postavkama I.P. Š a r a p o v a.

Pre kraće analize monografije dr V.Omaljeva, potrebno je posebno istaći da su radovi iz oblasti kojima se ona bavi veoma retki u nas i da pojava svakog novog priloga ima nesumnjivo ne mali značaj. To je još istaknutije kada je u pitanju čitava monografija, sa nizom originalnih pristupa, definicija, stavova i slično.

Kompleksna, ni malo jednostavna i u određenim delovima sa naučno-stručnog stanovišta problematika najvišeg nivoa, izložena je, pored uvodnog i zaključnih razmatranja, u okviru više sledećih segmenata:

- Organizacija materije;
- Raspodela geoloških populacija;
- Statistička raspodela geoloških populacija;
- Prostorna raspodela geoloških populacija;
- Fiktivni elementi;
- Primer raspodele geoloških populacija

Pedantni statističar, analizirajući sve navedene oblasti/poglavlja utvrdiće da je autor postavio 3 zakona, 15 teorema, 45 definicija i 150 formula (najveći deo originalan), a da spisak korišćene domaće i inostrane literature obuhvata impozantnih 230 naslova.

Početak monografije je prvenstveno usmeren na sagledavanje organizacije *Univerzuma*, odnosno njegove materije, i to preko analize kvantnog, mineralnog i kosmičkog sveta. Zatim sledi deo o *geološkoj organizaciji materije*, koja se prvenstveno odnosi na litosferu planete Zemlje, kao i na litosfere malih planeta, planetoida i planetskih satelita. Predmet izučavanja geološke organizacije materije su strukturne jedinice te organizacije, a to su "*geološka tela*". Autor konstatuje da se "geološka organizacija materije uklapa kao segment u organizaciju materije Univerzuma, a dolazi između korpuskule molekul - kristal i planeta (Zemlja), kao segment Mineralnog sveta".

Uz napomenu, da u odgovarajućoj literaturi ima malo podataka o terminologiji u vezi sa geološkim telima, V.Omaljev daje svoju definiciju ove strukturne jedinice organizacije materije litosfere, a zatim iznosi i definicije stene, litona, geološke formacije, terana, geokompleksa, ploče Litosfere i Litosfere. Ove definicije će, po izlasku monografije, sigurno biti predmet odgovarajućih naučnih ocena, analiza i kritika, i to će imati presudan uticaj na njihovo ili široko prihvatanje ili svrstavanje među brojne pokušaje i autore koji su se na ovom planu već ranije ogledali.

U delu monografije koji se odnosi na raspodelu geoloških populacija na samom početku se konstatuje da je "osnovna geološka (geohemijska) populacija u geološkom telu prirodna pojava, velika po broju (neprebrojiva), prekidna ili neprekidna, a pokorava se zakonu velikih brojeva". V.Omaljev, u okviru definicije 22, precizno konstatuje da je "geološka populacija skup kristala određenog minerala u geološkom telu".

U okviru problematike raspodele geoloških populacija, akcenat je dat i na *statistički uzorak*; odnosno definiše se proba, statistički uzorak i ponovo proba ali kao jedinica eksperimenta oprobavanja. Takođe je detaljnije analizirano i pitanje *statističke razmere*, uz preciziranje dve karakteristične teoreme. Uzorkovanje geološkog tela je definisano kao "skup geoloških operacija koje imaju karakter eksperimenta u geologiji (geohemiji) sa ciljem dobijanja statističkog uzorka".

Polazeći od toga da raspodela geoloških populacija statističkog uzorka može biti **statistička** (*matematička*) i **prostorna raspodela** (*geohemijsko polje*), V.Omaljev u daljim izlaganjima analizira svaku od ovih raspodela posebno.

Statistička ili matemtička raspodela, prema autoru monografije, bazira se na primeni teorije verovatnoće i matematičke statistike, a na principu "*dvojne prirode geološke slučajne promenljive*". U vezi sa tim, analizirana je geološka slučajna promenljiva, parametri raspodele, mere varijabilnosti i tipovi raspodele. Ovde je naročito interesantan stav autora u vezi sa tipovima raspodele i srednjim sadržajem. Naime, on smatra da postoje samo tri takva tipa: *simetrična, levoasimetrična i desnoasimetrična raspodela*, odnosno da je **aritmetička sredina** jedina mera za parametar **srednji sadržaj**, što je izloženo preko određene teoreme i razvojem dve jednačine. Karakteristični primeri raspodele geološke populacije su prikazani na odgovarajućim grafičkim prilozima (idealna normalna raspodela, idealizovana levoasimetrična i idealizovana desnoasimetrična raspodela). Iz razloga teorijske prirode, autor je dao i primere idealizovane raspodele primenom eksponencijalne statističke razmere: potencije i koreni.

Autor na specifičan i originalan način prikazuje prostornu raspodelu geoloških populacija. Prostornu raspodelu geološke slučajne promenljive, kada jedinične mase probe i elemenata predstavljaju funkcije koordinata, V.Omaljev je, konsekventno sledeći stavove iz svojih radova u periodu od 1982-1987. godine, nazvao "*geohemijsko polje*". Isto je definisao kao "polje uticaja jediničnih masa određenog hemijskog elementa (X) u probama statističkog uzorka, preko intenziteta jediničnih koncentracija toga elementa (x)". Iz navedenog je logično proizašlo da geohemijsko polje ima svoju strukturu koju čine: *intenzitet, reljef i parametri* tog polja. Intenzitet jediničnih koncentracija određuje intenzitet geohemijskog polja, a reljef geohemijskog polja je geometrijsko mesto tačaka intenziteta jediničnih koncentracija (x) izučavanog hemijskog elementa u probama sttističkog uzorka, prikazanog na površini geološkog tela. Parametar strukture geohemijskog polja je definisan kao srednja vrednost geološke slučajne promenljive M(x), a to je srednji sadržaj hemijskog elementa (matematičko očekivanje populacije ili aritmetička sredina $\bar{x}$ statističkog uzorka). Zatim, autor konstatuje da je srednji sadržaj (aritmetička sredina) elemenat strukture parcijalnog ili kolektivnog geohemijskog polja, i to je: *geohemijski fon, geohemijski šum i koncentracija anomalije*. Svi ovi pojmovi su precizno definisani, a određen prostor je poklonjen i relativnoj meri koncentrisanosti odnosno akumulacije hemijskih elemenata u geološkim telima - *koeficijentu koncentracije*.

U posebnom poglavlju autor se bavi fiktivnim elementom, i to u formi zbira, u formi proizvoda i u formi količnika. Omaljev konstatuje da se zbir, proizvod ili količnik jediničnih masa (po njegovoj terminologiji) elemenata i prostih jedinjenja veoma uspešno koristi u petrolofiji i geohemiji (na svetskom nivou), ali bez ikakvog teoretskog obrazloženja. Definisanjem "fiktivnog elementa upravo se došlo do potrebnog teoretskog obrazloženja, jer mnogi istraživači ostaju na poziciji da su takve "matematičke" operacije neprikladne. Omaljev konstatuje da je koncepcija o fiktivnom elementu nezavršena, naročito u pogledu fiktivnog elementa proizvoda.

Završni deo monografije je posvećen primerima raspodele geoloških populacija i to u okviru kako klasične statistike tako i statistike dvojne prirode geološke slučajne promenljive. Izložena su pitanja formiranja i rangiranja statističkih uzoraka (izrada tabela

funkcije gustine, grafička predstava - dvojni histogrami, kvantili, parametri i koeficijenti geohemijskog polja) i izdvajanja geohemijskih anomalija.

Kao i svaka kvalitetna naučno-stručna knjiga, ova monografija stimuliše kvalifikovanog čitaoca na razmišljanje, na prihvatanje određenih stavova, definicija, teorema i slično, ili otpor prema njima; uz sopstvenu argumentaciju i na bazi dužeg ili kraćeg sopstvenog iskustva. Najvažnije je da ne može ozbiljnog čitaoca da ostavi ravnodušnim, već naprotiv mora delovati na njega podsticajno i inspirativno; na ovaj ili onaj način, što će sigurno već u bližoj budućnosti imati kao rezultat nove radove iz ove oblasti, razrada postojećih stavova i pristupa, ili pojavu novih ideja. To će nesumnjivo, posmatrano u celini, imati dalji delotvoran pozitivan uticaj na razvoj geologije i njenih disciplina, i posebno na dalje unapređivanje teorije procesa geoloških istraživanja i ocene ležišta mineralnih sirovina.

Veliki slikar, skulptor i istraživač prirode u doba Renesanse, **Leonardo da Vinči**, jednom je zapisao rečenicu: "*Ko se povede za praksom bez teorije, taj je kao kormilar koji se ukrca na lađu bez kormila i kompasa i nikad nije siguran kuda plovi*".

Upravo taj nebrojeno puta citiran stav može se uspešno primeniti i u slučaju ove monografije i rezultata višegodišnjih istraživanja V.Omaljeva koji su u njoj izloženi. Mnogi originalni pristupi, novi pojmovi, definicije, teoreme, zakoni i drugo, ostaće u sferi samo teorijskih razmatranja ako ne budu isprobani u praksi, prihvaćeni ili odbačeni, a praksa će ostati učmala i "*bez životnog kiseonika*" ako ne bude okrenuta novim teorijskim pristupima, koncepcijama i postavkama. Ovo nije tipično samo za ovaj slučaj.

Jula 1995. godine

Prof. dr Dejan MILOVANOVIĆ
šef Katedre za Ekonomsku geologiju
Rudarsko-geološkog fakulteta
u Beogradu

S A D R Ž A J :

UVOD 9

RAZVOJ STATISTIČKOG MIŠLJENJA 12
Razvoj ideje o dualizmu u geologiji 15

OSNOVNI POJMOVI I TERMINI 21
MATERIJA, FIZIČKO POLJE, SUPSTANCIJA, MASA I ENERGIJA 21
Slučajnost u prirodi 30

ORGANIZACIJA MATERIJE 35
ORGANIZACIJA MATERIJE UNIVERZUMA 37
Kvantni svet 43
Mineralni svet 47
Kosmički svet 51
GEOLOŠKA ORGANIZACIJA MATERIJE 58
Geološko telo 60
Prosto geološko telo 63
Složeno geološko telo 64
Hijerarhija geoloških tela 69

RASPODELA GEOLOŠKIH POPULACIJA 73
VEROVATNOĆA SLUČAJNOG DOGAĐAJA 74
Slučajna promenljiva 75
Geološka (geohemijska) populacija 80
Statistički uzorak 81
Statistička razmera 84
Uzorkovanje geološkog tela 92
Raspodela geoloških populacija 96
STATISTIČKA RASPODELA GEOLOŠKIH POPULACIJA 97
Geološka slučajna promenljiva 97
Parametri raspodele geološke slučajne promenljive 105
Srednja vrednost 105
Centralna vrednost 113
Dominantna vrednost 115
Mere varijabilnosti geološke slučajne promenljive 117
Interval varijacije 117
Kvantili 118
Tipovi raspodele geološke slučajne promenljive 126
Simetrična raspodela 130
Levoasimetrična raspodela 135
Logaritamska raspodela 140
Desnoasimetrična raspodela 146
Eksponencijalna raspodela 149
PROSTORNA RASPODELA GEOLOŠKIH POPULACIJA 156
Geohemijsko polje 157
Intenzitet geohemijskog polja 159

Reljef geohemijskog polja 164
Parametri geohemijskog polja 165
Geohemijski fon 167
Geohemijski šum 168
Geohemijske anomalije 170
Koeficijenti koncentracije 171
FIKTIVNI ELEMENT 175
Fiktivni element u formi zbira 176
Fiktivni element u formi proizvoda 179
Fiktivni element u formi količnika 182
PRIMER RASPODELE GEOLOŠKIH POPULACIJA 188
Klasična statistika 190
Statistika dvojne prirode geološke slučajne promenljive 194
Formiranje i rangiranje statističkog uzorka 194
Izrada tabela funkcija gustine 196
Grafička predstava - dvojni histogrami 205
Kvantili 218
Parametri i koeficijenti geohemijskog polja 224
ZAKLJUČAK 229
LITERATURA 233

ORGANIZATION OF MATTER AND DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATION 243
ORGANIZATION OF MATTER 246
Organization of the Universe Matter 246
Geological organization of Matter 252
Simple Geological body 253
Compound Geological Body 253
DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATIONS 257
Probability of Random Events 257
Geological (geochemical) Population 258
Statistical sample 258
Statistical scale 259
Sampling of Geological Body 260
STATISTICAL DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATIONS 262
Geological Random Variable 262
Parameters of Distribution 265
Measures of Variability 267
Types of Distribution 268
SPATIAL DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATIONS 270
Geochemical Field 270
Intensity of Geochemical Field 271
Relief of Geochemical Field 271
Parameters of Geochemical Field 272
Coefficient of Concentration 272
FICTITOUS ELEMENTS 275
Fictious Element in Form of Sum 275
Fictious Element in Form of Product 276
Fictious Element in Form of Quotient 277
EXAMPLE OF DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATIONS 279

Ključne reči:
Univerzum, materija, supstancija, korpuskula (telašce, čestica), korpus (telo), Kvantni svet, Mineralni svet, Kosmički svet, atom, molekul, kristal, mineral, geološko telo, stena, liton, geološka formacija, geokompleks, ploča Litosfere, Zemljina kora, Litosfera, planeta, Zemlja, zvezda, "Velika simfonija Prirode", geološka populacija, statistička razmera, geohemijska ekvidistancija, geološka slučajna promenljiva, funkcija gustine raspodele, dvojni histogram, srednji sadržaj, medijana, kvantili, zakoni raspodele (simetrična, levoasimetrična, logaritamska, desnoasimetrična raspodela), geohemijsko polje, geohemijski fon, geohemijski šum (fersman), geohemijska anomalija, koeficijenti koncentracije, fiktivni element (zbira, proizvoda i količnika).

U V O D

Život u organizovanom društvu bazira na stalnoj interakciji između pojedinaca i grupacija međusobno, a i u odnosu na celokupnost društva. Nismo ni svesni koliko je velika u svakodnevnom životu uloga slučajnosti. Postojanje varijabilnosti u osobinama, željama i akcijama pojedinaca omogućava postojanje i funkcionisanje ljudske zajednice (društva). Uloga verovatnoće slučajnog događaja raste sa porastom organizovanog života u ljudskim zajednicama.

Za razumevanje i održavanje organizacije složenog društva rodila se "statistika" kao društvena nauka koja izučava i objašnjava pojave u društvu kao složenoj strukturi. Etimologija reči "statistika" dolazi od latinske reči "status", što znači "stanje - država". Praćenje razvoja društva pomoću statistike staro je koliko i ljudsko društvo organizovano kao država, što znači još iz preantičkih vremena.

Obično se navodi da se teorija verovatnoće razvila na bazi razrade pravila kockanja, što je samo delimično tačno. Činjenica je da se prvobitna statistika kao metoda inventarisanja i evidencije razvija u metodu matematičke statistike na bazi teorije verovatnoće, a primenjuje se u svim društvenim i prirodnim naukama. Rađanje teorije verovatnoće vezano je za imena Paskala, Ferme i Hajgensa, da bi se zatim razvila u savremenu teoriju radom velikog broja matematičara: de Moavra, Laplasa, Gausa, Ketlea, Čebiševa, Ljapunova, Markova, Pirsona, Fišera, fon Nojmana, i mnogih drugih.

Primena statistike u geologiji kasni za cele vekove u odnosu na druge prirodne nauke, a može se vezati za početak XX veka. Pri tome se imitirale primene u drugim prirodnim naukama i poklanjala maksimalna pažnja formalnoj (matematičkoj) konstrukciji, dok je fizička realnost geološke celokupnosti tome bila podređena i to naročito u geohemiji. Smatram da je primena matematičke statistike došla na takav stepen razvoja da je postala nužnost učiniti organizovani napor da se matematička formalizacija stavi u funkciju fizičke realnosti geološkog sveta, koji je samo segment Univerzuma (dimenzija od 10^{-8} do 10^{8}m). Organizacija geološkog sveta do sada nije u potpunosti definisana i zato je u ovoj monografiji najčešće zovemo "geološko telo (geološki kontinuum)".

Princip matematičkog formulisanja (formulizacije) fizičke realnosti geološkog tela, sa aspekta geohemije, iskazujem kao princip "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive", koja ima razvoj oko dve decenije. U tom kratkom periodu nije bilo moguće proširiti ovaj princip u formu teorije, ali smatram da sam princip ima paradigmatski karakter (po

Tomasu Kunu, 1974) i zato ga izlažem u ovoj monografiji u formi zakona, teorema i definicija.

Otkriće dvojne prirode geološke slučajne promenljive autor je učinio iznenada 21. februara 1976. godine (u ranim jutarnjim časovima). Bilo je potrebno mnogo rada da se ova ideja razvije, a to je činjeno korak po korak, uz neke greške koje je autor tada činio ili iz razloga nedovoljnog poznavanja principa teorije verovatnoće i matematičke statistike, ili iz razloga opterećenja ranijim saznanjima, koja su ovim otkrićem bila prevaziđena.

Na odgovarajućim mestima u ovoj monografiji nalaze se izvorni podaci iz literature (koja je celovito prikazana u meri u kojoj je korišćena). Opšta statistička materija, koja nije delo autora iz citirane literature, nekad nije prikazana u vidu citata, jer se nalazi u svakoj statistici; ali je prigodno prikazana. Najviše je korišćena monografija S. V u k a d i n o v i ć a (1973), koji je ovu materiju tako celovito izložio, naravno rečnikom jednog matematičara. Preuzimanje opšteg dela teorije verovatnoće i matematičke statistike učinjeno je samo u tolikoj meri u kojoj je neophodno da bi se mogla pratiti izlaganja sopstvenog viđenja ove problematike, naravno u cilju primene u geohemiji.

Autori knjiga koje se zovu "Statistika" ili "Matematička statistika" (ili slično) najčešće izbegavaju definicije. Po S. V u k a d i n o v i ć u (1973, s. 7) "*Teorija verovatnoće je matematička disciplina koja izučava zakonitost slučajnih pojava*". Po S. E l a z a r u (1972, s. 4) "*Matematička statistika je nauka koja se bavi proučavanjem zakona slučajnih događaja na osnovu teorije verovatnoće matematičkom obradom podataka merenja masovnih pojava*". Neki autori kažu da je predmet statistike proučavanje i posmatranje masovnih pojava. B l a ž i ć (1982, s. 19) smatra da je to pogrešno, a da je predmet statistike "*proučavanje varijacija obeležja masovnih pojava*"; kraće rečeno "*predmet statistike jeste varijacija kao specifičan oblik kretanja uopšte. ... Proučavanje varijacije statistika vrši uz pomoć broja i putem deskripcije*". Metod kojim se statistika služi zasnovan je na formalnoj logici. Statistika koristi indukciju kao metod proučavanja od pojedinačnog ka opštem, zatim dedukciju koja polazi od predpostavki, od opšteg ka pojedinačnom.

Statistika se služi brojem, po B l a ž i ć u (1982, s. 25), pa su je neki statističari shvatili kao granu matematike. Ovu pojmovnu zbrku konačno je rasčistio R.A. F i š e r da bi se došlo do definicije "*Matematika je nauka o čistim brojevima, a statistika o empirijskim*". Autor ove monografije to ima u vidu, jer smatra da se varijacije masovnih pojava iskazuju brojem zbog jasnoće, a da uvek postoji suštinska logika (pored formalne, matematičke) koja je bitna za razumevanje ove vrste kretanja. Prevagu formalne logike nad suštinom, nazivamo "matematička zamka" u koju su "upali" mnogi autori.

Princip "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive" autor je proširio na princip "geohemijskog polja", o kome je objavljena monografija (O m a lj e v, 1987a).

Znatno kasnije (1991) autor je proširio svoja izučavanja na ceo univerzum, shvatajući da je geološka organizacija materije samo segment organizacije materije univerzuma. Ovde se radi o pogledu jednog geologa na organizaciju materije, koja je, unekoliko, drugačija od gledišta astronoma i fizičara. Pri tome se polazi od tekovina astronomije (astrofizike) i fizike, uzimajući u obzir specifičnosti i potrebe geoloških nauka. Zato je naša struktura organizacije materije univerzuma specifična, jer ovu strukturu delimo na 4 subceline: Kripto svet, Kvantni svet, Mineralni svet i Kosmički svet. Poslednja ideja za grafičku predstavu ove strukture došla je na Svetog Savu (27.01.1995), da bi konačno bila grafički predstavljena tek u februaru 1995. godine.

Pored izlaganja opštih i osnovnih podataka značajnih za materiju ove monografije, predmet izučavanja izložen je u dve celine: 1) Organizacija materije, i 2) Raspodela geoloških populacija.

U 1. delu izloženo je autorovo shvatanje organizacije materije Univerzuma. Centralno mesto zauzima Mineralni svet, koji se naslanja na Kvantni svet, a u većoj dimenziji prelazi u Kosmički svet. Mineralni svet je raširen u celom prostoru Univerzuma i daleko prevazilazi Sunčev sistem, što je nedavno jasno iskazano. Za geološke nauke najznačajnija je "geološka organizacija materije", jer je to njen predmet izučavanja, mada do sada to nije bilo jasno definisano.

U 2. delu, pored poglavlja "Verovatnoća slučajnog događaja" (koja obuhvata i teorijski deo), izdvajaju se još tri podpoglavlja: "Statistička raspodela geoloških populacija", "Prostorna raspodela geoloških populacija", i "Primer raspodela geoloških populacija". Sva teoretska znanja su proverena kroz jedan primer kako treba koristiti ova znanja u praksi.

Celokupnu strukturu organizacije materije sa posledicama u izučavanju varijacija raspodela masa izučavanih hemijskih elemenata u geološkim telima, autor je izložio kroz 15 teorema, 3 zakona i 45 definicija. Smatramo da je to najbolji put da se jasno izloži znanje o objektima organizacije materije, a u cilju maksimalne efikasnosti u praktičnom radu. Efikasnost rada je potpuno zavisna od jasnoće pojmova, a o tome se, često, u praksi nedovoljno vodi računa.

Definicije, koje su citirane iz literature, u tekstu monografije štampane su kurzivom (italik).

Definicije,teoreme i zakoni raspodele, koje su suština teksta ove monografije, štampane su crnim (masnim) slovima (bold).

Matematički znak množenja štampan je u formi zvezdice (x=*), npr. $nx10^8=n*10^8$.

RAZVOJ STATISTIČKOG MIŠLJENJA

Prve pojave statističke prakse su vezane za pojave organizovanih ljudskih zajednica sa atributima države, a to je vezano za preistorijski period (u primitivnoj, nerazvijenoj formi); znači pre pojave pisma i brojnih sistema. O ovoj pojavi ima tragova u Svetom pismu (Četvrta knjiga Mojsijeva, Brojevi - gde je opisan organizovan popis dela stanovništva sposobnog za ratovanje). Prvi pisani spomenici koji pominju statističku delatnost datirani su oko 2.600 godina pre nove ere u Egiptu i Kini, znači u vreme gradnje velikih egipatskih piramida i Gizi (IV dinastija). U to vreme Egipat je već više vekova bio visokoorganizovana država.

Statistička delatnost u starom i srednjem veku je malo metodski napredovala, ona je imala karakter inventarisanja i njigovodstvene delatnosti (M. B l a ž i ć, 1982), a u XIV veku počinje metodski napredak statistike. Istina je da ona još nema imena, ali se već izučava na univerzitetima. M a r t i n Š m a j c e l (M. Schmeitzel, 1679-1747) je prvi upotrebio reč "statistika", mada se on sam tim terminom nije služio. Zato se ovaj termin najčešće vezuje za G .A h e n v a l a (Gottfried Achenwall, 1719-1772), koji ima velike zasluge jer je statistiku uveo kao nastavni predmet na Univerzitetu u Getingenu. Njegovi sledbenici su nastavili rad i razvijali statistiku kao "društvenu nauku", što je imalo velikog značaja bez obzira što se nije dugo održalo.

U Engleskoj se razvijao drugi pravac statistike, kao "politička aritmetika" koja svoje osnove ima u racionalnoj filozifiji L. da V i n č i j a (Leonardo da Vinci, 1452-1519), F. B e k o n a (Francis Bacon, 1561-1626) i R. D e k a r t a (Rene Descartes, 1596-1650). Akumuliraju se raznovrsni statistički podaci o stanovništvu, a to dovodi do jasnog izražavanja da se ovde radi o "masovnim pojavama". Osnivač ove škole je D ž o n G r a u n t (John Graunt, 1602-1674), koji je proučavao knjige rođenih i knjige umrlih i na osnovu ovih podataka došao je do zaključka da postoji zakonitost kretanja stanovništva, njegove polne strukture, starostne strukture i smrtnosti; što je izložio 1642. godine. P e t i (William Petty, 1623-1687) je prihvatio metod političke aritmetike i proširio je njegov značaj na pojave u privredi i tako stvorio metode brojčanog premeravanja u sferi društvenih i privrednih pojava. S í z m i l h (Johan Peter Süssmilch) iz Bratislave nazreo je značaj "velikih brojeva" kao osnovnog zakona u statistici.

Račun verovatnoće, kasnije proširen kao "Teorija verovatnoće", koji predstavlja matematičku disciplinu koja izučava zakonitost slučajnih pojava, vezan je za imena B. P a s k a l (Blaise Pascal, 1623-1662), P. F e r m e (Pierre Fermat, 1601-1665) i K. H a j g e n s a (Christian Huygens, 1629-1695). Između Paskala i Ferme počela je 1654. godine prepiska u vezi sa igrama na sreću i mnogi autori ovome pridaju izuzetan značaj u razvoju teorije verovatnoće. Pri tome je značaj Hajgensa unekoliko umanjen, a njegova knjiga "O računu u hazardnim igrama" je prva knjiga o teoriji verovatnoće (po S. V u k a d i n o v- i ć u, 1973). Međutim, pogrešno je mišljenje da je teorija verovatnoće nastala radovima samo ovih autora i to samo na primeru igara na sreću. U XIV veku pojavom prvih osiguravajućih društava izračunavaju se "šanse" (verovatnoća) za rizik pri transportu roba.

Jedan od prvi matematičara koji se interesovao za hazardne igre bio je L u k a P a č i o l o (1445-1514), a u vezi sa podelom dobitaka pri kockanju (I.P. Š a r a p o v, 1965). Kasnije je Đ.K a r d a n o (Gerolamo Cardano, 1501-1576) dopunio ova matematička rešenja. Matematičar N. T a r t a lj a (Niccolo Tartaglia, 1499-1557) je razrađivao slučaj izvlačenja brojeva u igri kockom.

Naglim razvojem prirodnih nauka u periodu renesanse dovode do potrebe statističke obrade, naročito sa aspekta grešaka. Još je G a l i l e j (Galileo Galilei, 1564-1642) govorio da su slučajne greške neizbežne pri instrumentalnim merenjima i on je postavio pitanje njihove ocene. Galilej je došao do zaključka da se češće pojavljuju manje greške od većih, a ukazao je da je zakon raspodele ovih grešaka simetričan; što je kasnije razvijeno kao osobina "normalne raspodele" kao jedne od osnovnih osobina teorije verovatnoće.

Period formiranja teorije verovatnoće kao nauke (početak XVIII do sredine XIX veka) počeo je knjigom J. B e r n u l i j a (Jakob Bernoulli, 1654-1705) "Traktat o nauci predviđanja" (1713). Jakob Bernuli je matematički strogo dokazao "prvu graničnu teoremu", koja je dobila njegovo ime, da je verovatnoća većih odstupanja frekvencije m/n od verovatnoće p mala, ako je n dovoljno veliko. Ova teorema je više puta proveravana bacanjem novčića. B i f o n (George Lokis Leclerc de Buffon, 1707-1788) je bacao novčić 4040 puta i 1992 puta (p = 49,31%) je dobio grb. P i r s o n (Carl Pearson, 1857-1936) je prvo bacio novčić 12.000 puta i dobio je 6.019 puta (p = 50,16%) grb, a kada je novčić bacio 24.000 puta grb je dobio 12.012 puta (p = 50,05%). U oba slučaja odstupanja od verovatnoće p = 50% je veoma malo (V u k a d i n o v i ć, 1973). P i r s o n je prvi u matematičkoj statistici uveo koeficijent varijacije.

U to vreme se pojavljuju radovi A. d e M o a v r a (Abraham de Moivre, 1667-1754) koji je razmatrao teoremu J. Bernulija, iz koje ne sledi da će se frekvencija m/n obavezno približiti verovatnoći p, kada se n uvećava. Broj pojava posmatranja m zavisi od slučaja, a de Moavr je našao posebno rešenje za slučaj p = 0,5, on je ispitao sa kakvim verovatnoćama razlika (m/n - p) uzima različite brojne vrednosti. Kasnije je P. L a p l a s (Pierre Simon Laplace, 1749-1827) proširio teoremu A. de Moavra za proizvoljne vrednosti p koje su različite od vrednosti 0 i 1 i ova teorema Moavra-Laplasa predstavlja drugu osnovnu "graničnu teoremu" verovatnoće. Osnovne rezultate svojih izučavanja Laplas je izložio u knjizi "Analiza teorije verovatnoće" 1812. godine.

G a u s (Carl Fridrich Gauss, 1777-1855) je objavio osnovni rad 1809. godine koji se sastojao u izvođenju "normalnog zakona" raspodele slučajnih grešaka, a takođe je na tim principima zasnovao i metodu "najmanjih kvadrata"; što se bez izmena zadržalo u većini udžbenika do danas.

M i l o š B l a ž i ć (1982) smatra da je najznačajnije ime u razvoju statistike XIX veka belgijski fizičar i astronom K e t l e (Lambert Adolphe Jakob Quetelet, 1796-1874) koji je svoje rezultate objavio u knjizi "Socijalna fizika". On je utvrdio da u društvu vladaju isti zakoni kao i u prirodi, kojima se ljudi bez svoje volje pokoravaju, a sva odstupanja od tih zakona dešavaju se u pozitivnom i negativnom smislu i sve se to kompenzira kroz neku "srednju vrednost" koja temelji na "zakonu velikih brojeva". Ketle je objasnio pojam "objektivne" i "subjektivne" srednje vrednosti na taj način što je prvu dobijao višekratnim merenjem jedne iste pojave, a drugu je dobijao jednokratnim merenjem istorodnih pojava. On je smatrao da statistika u celini treba da proučava sve pojave na bazi objektivnih srednjih vrednosti, što može biti prihvaćeno u posmatranju prirodnih pojava. Kod pojava u društvu nikad se ne postiže identično ponavljanje (autor ove monografije smatra da je sličan slučaj i kod geoloških posmatranja - merenja).

Razmatrajući teoremu Moavra-Laplasa, S. P o a s o n (Simeon-Denis Poisson, 1781-1840) je uočio da se binomna raspodela utoliko lošije zamenjuje normalnom

raspodelom ukoliko se p više razlikuje od 0,5. On je tako dobio asimptotsku formulu binomne raspodele za slučaj kada p teži nuli, n teži beskonačnosti, a proizvod np ostaje konstantan. Poasonova raspodela je jedna od značajnih raspodela u statistici. Ovu raspodelu je poljski matematičar B o r t k j e v i č nazvao "Zakon malih brojeva".

Smatra se da je radovima Laplasa i Poasona završen veliki početni period razvoja teorije verovatnoće.

U drugoj polovini XIX veka inicijativu u razvoju teorije verovatnoće preuzimaju Rusi, gde V. B u nj a k o v s k i (В. Я. Буняковскии, 1804-1889) i M. O s t r o g r a d s k i (Михаил Васильевич Остроградскии, 1801-1862) razvijaju ovu teoriju. Njihovim uticajem ovom teorijom se bavi i P.L. Č e b i š e v (Пафнутии Львович Чебишев, 1821-1894) unoseći nove ideje, naročito u oblast graničnih teorema. U radu "O srednjim vrednostima" dokazuje značajnu nejednačinu (nejednačina Čebiševa), pomoću koje je dokazao teoremu iz koje se, kao posledice, dobijaju teoreme J. Bernulija i Poasona. Čebišev se naročito interesuje za zakon velikih brojeva, a iskazuje se i na graničnim teoremama za zbir nezavisnih slučajnih promenljivih; on ukazuje na nove puteve u razvoju teorije verovatnoće. Najznačajniji sledbenici Čebiševa su A.A. M a r k o v (Андреи Андреевич Марков, 1856-1922) i M.A. Lj a p u n o v (Александр Михаилович Ляпунов, 1857-1918). Markov razvija nizove (lanci Markova) slučajnih promenljivih tako da verovatnoća jednog eksperimenta uzima određenu vrednost ako su poznati rezultati prethodnih eksperimenata. Teorema Ljapunova, pod nazivom "centralna granična teorema" iz 1901. godine u posebnom slučaju objašnjava zašto se mnoge slučajne promenljive podčinjavaju normalnom zakonu raspodele verovatnoća (V u k a d i n o v i ć, 1973).

Krajem XIX veka u Italiji se razvija matematički pravac razvoja statistike (B l a ž-i ć, 1982), a kasnije u XX veku se pojavljuje "Matematička statistika" koja sve do sada nije dobila konačni određeni sadržaj, ali je u daljem intenzivnom dograđivanju.

Razvoj i sve šira upotreba teorije verovatnoće i matematičke statistike početkom XX veka zahtevali su ponovno razmatranje i preciziranje njene logične osnove. Laplasova definicija verovatnoće je proširena, a prvu aksiomatiku je dao S.N. B e r n š t a j n (Сертеи Натанович Бернштаин, 1880-1968) 1917. godine. K o l m o g o r o v (Андреи Николаевич Колмогоров, 1903-) je 1933. godine objavio aksiomatsku teoriju verovatnoće, koja je omogućila korišćenje sve bogatijeg matematičkog aparata teorije funkcija. Stacionarne slučajne procese izučavao je H i n č i n (А. Я. Хинчин, 1 894-1959).

Posle II svetskog rata teorija verovatnoće i matematičke statistike doživljavaju procvat. Jedni autori produbljuju klasične granične teoreme, drugi se posvećuju primeni u različitim oblastima, treći razvijaju nove oblasti u okviru teorije verovatnoće. Razvija se teorija "slučajnih procesa" koju je zasnovao Kolmogorov, daju se teorijski modeli za izučavanje dinamičkih sistema u slučajevima kada se stanje sistema određuje verovatnoćama.

Matematička statistika kao naučna disciplina se nedavno razvila. U prvim udžbenicima ona se sastojala iz teorije verovatnoće, približnih formula, empirijskih posmatranja i intuitivnih pravila; a tek dvadesetih godina XX veka pojavljuju se prve tačne formulacije osnova matematičke statistike. Početkom XIX veka Ketle, krajem XIX veka K. Pirson i početkom XX veka R. F i š e r (Ronhald A. Fisher, 1890-1962) označili su za statističku metodologiju tri epohe. Savremena statistička metodologija vezana je za radove fon N o-j m a n a (John von Neumann, 1903-1957) i V o l d a (Abraham Wald, 1902-1950), koji je usmeravaju u tri oblasti matematičke statistike:

1) Teorija estimacije (ocene)
2) Teorija provere statističke hipoteze
3) Teorija planiranja eksperimenta

Dalji razvoj teorije verovatnoće i matematičke statistike nije bitan za sadržaj ove monografije.

RAZVOJ IDEJE O DUALIZMU U GEOLOGIJI

Dualizam je fundamentalni princip univerzuma, koji se ogleda u dvojnoj prirodi materije: kao supstanciji i polju, odnosno kao korpuskuli i talasu. Korpuskularnost karakteriše diskontinuitet, a polje karakteriše kontinuitet materijalnog sveta univerzuma. Na taj način materija istovremeno poseduje neprekidnu i diskrednu prirodu, a autor ove monografije misli da se to odražava na svim pojavama i nivoima organizacije materije univerzuma. Zato pojavu dualizma u užem smislu, možemo definisati i u geološkom svetu, počev od molekula (elementarne ćelije kristala) pa do Zemlje shvaćene kao kosmičke korpuskule (V.O m a lj e v, 1992a).

U jednom momentu (februar 1976. godine) autoru je postalo jasno da proba kao osnovni geološki podatak ima dvojnu prirodu, koja se prenosi na statistički uzorak kao reprezenta geološkog tela, a što se može grafički predstaviti "dvojnim histogramom". Trebalo je dosta vremena da se ova ideja uobliči u matematičku formu i prvi rad o ovoj ideji i praktičnom ostvarenju statističkog prikaza geološkog (rudnog) tela objavljen je krajem 1977. god. U ovom radu su dati principi dvojnosti proba i statističkog uzorka i način izrade dvojnog histograma u linearnoj i logaritamskoj statističkoj razmeri. Ovaj rad je dopunjen drugim, (O m a lj e v, 1977b) gde su detaljnije izloženi novi pojmovi i definicije vezane za dvojnost probe kao geološke (geohemijske) informacije.

Neobjašnjiva je situacija da u svetskoj literaturi niko drugi do sada nije otkrio dvojnost geoloških informacija, posmatrano sa aspekta geohemije. Odavno je poznat princip dualizma u proračunu rudnih rezervi čvrstih mineralnih sirovina (rezerve rude i rezerve metala), a taj princip je sada primenjen na sve geohemijske probe. Možda je jedan od razloga šematska (dogmatska) primena matematičke statistike u geologiji (geohemiji), a što je svetska praksa sve do današnjih dana.

Više puta učinilo mi se da su pojedini autori (kao npr. D.A. R o d i n o v, 1962a; V.V. B o g a c k i, 1963) bili veoma blizu ovog otkrića, ali su se suviše upuštali u matematizaciju i na taj način odlazili u "sigurne vode" dobro "zaštićene" autoritetima primene teorije verovatnoće i matematičke statistike u geologiji. Autor ove monografije je po školovanju geolog opšteg smera (diplomirao 1959. godine), a opredeljen po diplomskom radu na istraživanje ležišta čvrstih mineralnih sirovina. U praksi najviše je radio na istraživanju nuklearnih mineralnih sirovina (ležište urana Žirovski vrh). Specijalizacija (uslovno) po doktorskoj disertaciji (O m a lj e v, 1982d) je metalogenija nuklearnih mineralnih sirovina (opet Žirovski vrh). Autor nikad nije bio u prilici da se bavi ili specijalizira ka geohemiji, a još manje ka primeni matematičkih metoda u geologiji.

Nedovoljno poznavanje principa teorije verovatnoće i matematičke statistike u početnoj fazi ovih izučavanja u praksi se pokazalo kao "prednost", jer je to u velikoj meri omogućilo autoru da se otrgne od "matematičke zamke" i da sagleda fizičku suštinu geološkog tela i njegovog reprezenta "statističkog uzorka".

Smatram da princip "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive" ima paradigmatski karakter, a njegovo sagledavanje ima karakter otkrića koje temeljno preobražava poglede na realnost geološke sredine. To se potpuno slaže sa gledištem T.K u n a (1974), gde ovakva otkrića često čine mladi ili nedovoljno specijalizovani istraživači, koji imaju slobodu izbora novih puteva, jer nisu "opterećeni" starim pogledima koji "sputavaju" uske specijaliste da učine slično otkriće.

U prvim radovima (1977) autor je učinio neke omaške teoretske prirode, a koje su izražene u tzv. "zakonu dvojnog histograma". U sledećim radovima (O m a lj e v, 1978a, 1978b) daju se teoretske osnove nove metode primene matematičke statistike u geohemiji i definisane su dve teoreme i tri zakona raspodele. Kasnije se ispostavilo da je "zakon dvojnog histograma" samo jedan (drugi) zakon raspodele geološke slučajne promenljive. Autor je tada pod jakim uticajem svoje uže specijalnosti, jer su svi primeri komponovani na primeru rudnih tela, a posmatra se "orudnjenje" i "korisna komponenta" kao dualizam proba; a metoda nosi radni naslov "dvojni histogram". Tada se prvi put (O m a lj e v, 1978c) predstavlja trokomponentni dvojni histogram, koji je potpuno definisan tek dve godine kasnije (V. O m a lj e v, 1980a). U sledećem radu (O m a lj e v 1980b) daje se model ispitivanja raspodele po odnosu Th/U, a čini se greška što se ovom histogramu ne daje dvojni karakter. Tom prilikom se definiše nov parametar raspodele $\hat{w}=\bar{y}/\bar{x}$, koji u potpunosti odražava suštinu odnosa dve populacije (u ovom slučaju torijuma sa uranom). Sledeće godine (1981c) autor ispravlja grešku i definiše dvojnu prirodu odnosa dve populacije.

U tim godinama autor još nije bio shvatio suštinu dvojnosti geoloških informacija, jer se pored koncentracije (x) kao nezavisna geološka slučajna promenljiva navodi jedinična masa izučavanog hemijskog elementa (X) kao nezavisna promenljiva; što je kasnijim radovima razjašnjeno da je jedinična masa elementa (X) zavisna promenljiva.

Potpuno razjašnjenje nezavisne i zavisne geološke promenljive dato je u radu objavljenom 1982a (2) godine i tom prilikom definisano je 6 teorema (4 su nove), uz poznata tri zakona raspodele geološke slučajne promenljive. Tom prilikom ranija teorema 1 postaje teorema 4, a ranija teorema 2 postaje teorema 5, što ostaje definitivno u svim kasnijim radovima.

U to vreme došlo se do novog pojma "geohemijsko polje" (O m a lj e v 1982b, 1982c), što je kasnije razrađeno i objavljeno kao monografija (O m a lj e v, 1987a). Može se smatrati da je geohemijsko polje posledica dualizma, gde se materija manifestuje kao supstanca (korpuskula) i polje; što objedinjuje talasna funkcija Šredingera $\Psi(x)=f(x,y,z,t)$.

Autor je održao 13 predavanja u Srpskom geološkom društvu (Sekciji za mineralogiju, petrologiju i geohemiju), prvo krajem 1981. godine o novoj ideji o "geohemijskom polju (V. O m a lj e v, 1982b), a ostalih 12 predavanja su bila posvećena izlaganju principa dvojnosti geološke slučajne promenljive. Ova predavanja su bila važna za razradu same ideje dvojnosti geoloških informacija o populacijama hemijskih elemenata u geološkim telima, jer se mnogo brže napredovalo u tim saznanjima kroz interakciju sa geološkim auditorijumom. Međutim, izostali su očekivani efekti, jer geološki auditorijum, sem nekih pitanja, nije se dovoljno zainteresovao kako za sam princip dvojnosti, tako i za praktičnu primenu u geohemijskim ispitivanjima raspodele hemijskih elemenata u geološkim telima.

U 1982. godini održana su tri predavanja (O m a lj e v, 1983a, 1983b, 1983c) o teorijskim osnovama dvojne prirode geološke slučajne promenljive, uključujući i predlog standardizacije nezavisne geološke promenljive pomoću novog pojma "statistička razmera" u kojima bi se izvodila sama izučavanja statističke raspodele jediničnih masa probe i hemijskih elemenata u probama. Potpuno je definisana nezavisna i zavisna geološka promenljiva.

U 1983. godini održana su dva predavanja u kojima su definisani parametri i tipovi raspodele geološke slučajne promenljive (O m a lj e v, 1984a, 1984b), a sledeće godine izložene su mere varijabilnosti geološke slučajne promenljive (1985c), a tom prilikom su definisane i dve nove teoreme (teorema 7 i 8).

Sledećih 6 predavanja (1985-1987) su se odnosila na razradu tipova raspodele geološke slučajne promenljive, izloženi su tipovi: simetrične (1985d), levoasimetrične (1988a), logaritamske (1988b), desno asimetričneraspodele (1988c); što je završeno sa

dva predavanja o eksponencijalnoj raspodeli (1991a, 1991b); a ove raspodele su u suštini levoasimetrične ili desnoasimetrične.

Dve teoreme (9 i 10) definisane su u monografiji "Geohemijsko polje" (O m a lj - e v, 1987a), a sama definicija geohemijskog polja je posledica dvojne prirode geološke slučajne promenljive, gde se geološke populacije raspodeljuju po koordinatama prostora (najčešće u ravni).

Pet poslednjih teorema (11-15) autor je definisao aprila 1995. godine, kada je zaokruženo znanje o "fiktivnom" elementu. Fiktivni element količnika autor je koristio već preko 15 godina, fiktivni element zbira koristi se u praksi oko pet godina, dok se fiktivni element proizvoda ne koristi u praksi (saznanje o ovome još nije definitivno).

Saopšteno je 4 referata na Jugoslovenskim geološkim kongresima: u Sarajevu (O m a lj e v, 1978d), u Budvi (1982c), na Tari (1986b) i u Ohridu (1990a). Takođe je izostalo šire interesovanje geološkog auditorijuma za primenu ovog novog principa u geohemijskim ispitivanjima.

Autor je izložio princip dvojnosti geološke slučajne promenljive na 27. Internacionalnom geološkom kongresu (IGC) u Moskvi (O m a lj e v, 1984c), a ovaj referat je kasnije štampan u Ljubljani 1987. godine.

U 1985. godini autor je konačno definisao princip kao "*Dvojna priroda geološke slučajne promenljive*", što je saopšteno na Međunarodnom simpozijumu u Pribramu (bivša Čehoslovačka); a u tom referatu je takođe izloženo 6 osnovnih teorema (O m a lj e v, 1985f). Za ovaj referat autor je dobio srebrnu medalju, a posebno je bila korisna diskusija sa D.A. R o d i n o v i m. On mi je saopštio da odavno zna da je nedozvoljiva upotreba geometrijske sredine kao parametra "srednji sadržaj", ali to do sada nije hteo javno da saopšti (iz samo njemu znanih razloga). Rodinov upotrebljava samo aritmetičku sredinu, ali to u svojim radovima nije teorijski obrazložio (po mome mišljenju).

Autor je takođe saopštio dva referata na Internacionalnom simpozijumu u Atini (Grčka) o geohemijskom polju (O m a lj e v, 1986c) i statističkoj razmeri (1986d). Bilo je došlo do malog incidenta, jer germanski blok (Nemci i Austrijanci) se pobunio što nisam ja lično referisao, a radilo se o tome što su moji referati potpuno rušili klasične metode primene statistike u geohemiji, a o tim principima su Austrijanci bili referisali. Tako su Nemci eliminisali moje referate (koji su bili napisani na insistiranje Grka) te nisu bili objavljeni (u specijalnom broju). Politika je bila i sve više je "umešana" u nauku, na nesreću same nauke; a istaknuti pojedinci zloupotrebljavaju svoj autoritet da na startu eliminišu nove ideje, sprečavajući upoznavanje šireg auditorijuma sa njima.

Uspelo mi je da se objavi rad o geohemijskom polju u časopisu "Geohimija" posle 4 godine "ležanja" (V. O m a lj e v, 1986a) u redakciji. Nepoznati su mi razlozi preštampavanja celog broja "Geohimije" u američkom časopisu "Geochemistry International", pa je tako i moj rad objavljen na engleskom jeziku (V. O m a lj e v, 1987d). U ovom članku se nalaze novi pojmovi o geohemijskom polju, geohemijskom fonu i geohemijskom šumu, za koji sam predložio termin "fersman". Takođe se nalaze i dvojni histogrami, ali bez objašnjenja osnovnih principa dvojnosti geološke slučajne promenljive.

Autor ove monografije je objavio veliki broj publikacija primene ovih principa u praksi, a to se najviše odnosi na ležište urana Žirovski vrh i raspodelu radioaktivnih i alkalnih elemenata u magmatskim stenama tercijarne starosti Srbije, što je predmet izučavanja u okviru naučnog projekta (08.11). Znači da postoji veoma brojna literatura o principima i primeni "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive", a što je delimično navedeno u literaturi ove monografije.

Krajem 1990. godine autor je definisao temu: "Organizacija materije Litosfere" u okviru naučnog projekta "Osnovna geološka proučavanja litosfere Srbije", koji je prihvaćen za finansiranje u periodu 1991-1995. godine pod brojem 0701. Pomenuta tema je

u okviru 5. podprojekta 0701E "Organizacija materije i geohronologija litosfere Srbije". Na taj način je kompleks obuhvaćen principom "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive" postao sastavni deo kompleksa "Organizacija materije i raspodela geoloških populacija", što je naslov ove monografije.

Osnovu svoje ideje o organizaciji materije autor je izložio u publikaciji "Geološki aspekt korpuskula u graničnim područjima organizacije materije univerzuma" (1992a). U beskonačnom univerzumu nalazi se naš Univerzum kao barionsko ostrvo. Prvi put se konstatuje da podela Univerzuma na Mikro-svet, Makro-svet i Mega-svet ne odgovara geološkoj nauci, pa je data nova podela čija su imena usaglašena sa decimalnim prefiksima jedinice za dužinu, metrom. Konstatovano je da je korpuskula fundamentalni oblik pojave supstancije kao tvari posebnog kvaliteta, a to je entitet koji je nedeljiv (bez unutrašnje substrukture) na određenim dimenzijama prostora. Hijerarhija korpuskula je data kao niz: kvarkovi --> subatomske čestice --> atomi, molekuli --> kristali, makromolekuli --> planete, zvezde --> galaksije --> galaktička jata --> kvazari? --> barionsko ostrvo, Univerzum --> univerzum ili superuniverzum. U toj strukturi naročita pažnja je posvećena kristalu minerala kao korpuskuli geološkog sveta. Geološka organizacija materije je sagledana kao retka epizoda koja je vezana za litosfere planeta i planetskih satelita, što je tada shvaćeno kao beznačajno sa aspekta Univerzuma.

U sledećoj publikaciji "O geološkoj organizaciji materije" (1994a) prvi put se definiše Mineralni svet, čija struktura predstavlja geološku organizaciju materije. Dimenzije Mineralnog sveta od 16 reda veličine jedinice za dužinu (metra) autor je podelio na 4 subceline: 1) Mikro-svet, 2) Makro-svet s.s., 3) Makro-svet sl. i 4) Mega-svet. Definisano je da geološku organizaciju materije čine geološka tela, koja mogu biti: prosta i složena. Analizirani su radovi nekih autora o strukturi geološke organizacije materije, tako da su sopstvena shvatanja dovedena u koordinaciju sa shvatanjima drugih autora. Polazeći od opštih principa, izneto je shvatanje da je geološka organizacija drugostepena i nalazi se kao segment između prirodom datih korpuskula kristal i planeta (Zemlja, odnosno njena Litosfera), a to je iskazano kroz definisanje geoloških tela koja predstavljaju strukturne nivoe ove organizacije. Dat je predlog da se prihvati 6 strukturnih nivoa geološke organizacije materije, a to zahteva i prihvatanje 6 rangova geoloških tela. Prihvaćen je termin "liton" za prosto (jednostensko) geološko telo.

"Hijerarhija geoloških tela" je data u štampu krajem 1994. godine, a neizvesno je da li će ta publikacija biti objavljena pre ove monografije.

Tekst o organizaciji materije temeljno je prerađen u ovoj monografiji početkom 1995. godine, a to je poslednja verzija strukture organizacije materije sveta gledana očima jednog geologa.

Na Svetoga Savu (27.01.1995. godine, posle jake grmljavine) autoru je konačno došla ideja o grafičkoj predstavi strukture organizacije materije Univerzuma, a u tom kontekstu i o geološkoj organizaciji materije. Na ordinatu su date mase korpusa i korpuskula (tela i telašaca, čestica), a na apscisi su date dimenzije ovih objekata (prečnici sfera i najveća dužina paralelopipeda). Teško je bilo pronaći podatke o masama i veličinama objekata, jer su mnogobrojni raspoloživi podaci često kontradiktorni. To je dovelo autora u poziciju da usvaja najverovatnije dimenzije, polazeći od predpostavke da su noviji podaci verodostojniji (mada to nekad nije slučaj). Sada se dobija utisak da su ovi podaci dovoljno dobri, a da neke eventualne promene neće dovesti do bitnih promena u crtežu strukture objekata Univerzuma, odnosno promene mogu biti samo neznačajne. Pri tome je primenjena logaritamska razmera na koordinatnim osama, i to "log 1:1" u dimenzijama kilograma (ordinata) i metara (apscisa).

Rezultat je bio zapanjujući za autora, jer se ispostavila zadivljujuća jednostavnost u strukturi organizacije materije, počev od subatomsko-atomsko-molekularnih kor-

puskula, pa sve do kosmičkih tela; sve se nalaze u nizu sa ništavnim varijacijama. Autor je zadivljen napisao da je to "*Velika simfonija prirode (Univerzuma)*", da je sve tako jednostavno izgrađeno u prirodnom nizu. Drugačije ne može ni biti, došle su misli tek kasnije. To je naslutio još I s a k Nj u t n jer je u svojoj Def. 1 zapisao da je gustina fundamentalna veličina, a ta činjenica je uslovila ove prirodne nizove od kvantnih korpuskula (protona, neutrona i atomskih jezgara) do neutronskih zvezda i od elementarnog $(SiO_4)^{4-}$ tetraedra preko kristala silikata, meteorita, planetoida, planeta malih i velikih do zvezda.

Sada, kada se na to naviknemo sve izgleda obično i logično, ali pre ništa nije bilo ni obično ni logično.

Struktura geološke organizacije materije je uz ovaj glavni niz sa desne strane, jer su geološka tela svedena na paralelopipede, a ne na sfere. Geološka organizacija materije je potpuno saglasna organizaciji materije Univerzuma.

Ima kolega koji su čvrsto ubeđeni da se ne mogu sabirati "babe i žabe". Međutim, u geološkoj literaturi puno je primera da se sabiraju, množe i dele "sadržaji" različitih hemijskih elemenata i njihovih jedinjenja (oksidi, silikati, karbonati, itd.), bez ikakvog teoretskog ili čak empirijskog obrazloženja. Pri tome se uglavnom misli na sadržaje kao koncentracije, što autor ove monografije smatra pogrešnim. Ali, budući da je sadržaj kao jedinična masa brojno jednak sadržaju kao jediničnoj koncentraciji (X = x), nema nikakvih loših posledica. Očigledno je da velikoj većini istraživača (geologa) uopšte ne smeta takva situacija.

Smatram da ovakva situacija uopšte nije problematična u tolikoj meri da bi dovela do pogrešnih zaključaka, ali takođe smatram da je nužno teoretski razjasniti šta je šta u geologiji (sa svim njenim disciplinama). Mogu se sabirati "babe i žabe" (takođe množiti i deliti) kao "kičmenjaci". Tako petrolozi (petrohemičari) i geohemičari svakodnevno to rade na svojim dijagramima, sabirajući, množeći i deleći "sadržaje" različitih petrogenih i korisnih hemijskih elemenata i jedinjenja.

Autor ove monografije nije bio zadovoljan ovakvim stanjem, a iz tog nezadovoljstva rodila se ideja o "fiktivnom" elementu 1986. godine, što je objavljeno u monografiji (1987a). Istina, rad sa količnikom dva hemijska elementa počeo je ranije (1980b, 1981c). Poglavlje o fiktivnom elementu nije najbolje pristajalo u pomenutoj monografiji, ali ideja o tome došla je baš tada.

Čudno je sa idejama, one ili dođu, ili ne dođu, a dolaze iznenada i treba ih uhvatiti "u trenu". Tako je bilo sa dvojnim histogramom (1976) i geohemijskim poljem (1981). Razrada ideje može proizvoljno dugo trajati, nekad nedeljama, a nekad i decenijama. Tako je bilo i sa idejom o "fiktivnom" elementu, operativno se primenjuje decenijama, a javlja se iznenada (1986), ne baš u "zgodno" vreme. Ovo poglavlje nije najbolje pristajalo tekstu o geohemijskom polju, a kada je pisan tekst ove monografije (od 1990. godine) nije bilo novih ideja, čak je bilo teško "naći" pogodno mesto za fiktivni element. Kada sam, konačno u aprilu rešio da ovaj tekst bude na kraju, ideje su došle eksplozivno, što je dovelo do definisanja 5 novih teorema, uz 5 definicija.

Redosled je bio sledeći: prvo je definisana teorema 11, pa zatim teorema 15, pa 13 i 14, a na kraju teorema 12 (redosled teorema je dat po završetku), jer ova teorema 12 ima širi matematički značaj. Sve je završeno krajem maja 1995. godine.

OSNOVNI POJMOVI I TERMINI

MATERIJA, FIZIČKO POLJE, SUPSTANCIJA, MASA I ENERGIJA

Buran razvoj nauke u XX veku doveo je do korenite promene u shvatanju strukture materije. Neki pojmovi o organizaciji materije, koji su milenijumima važili prestali su da važe ili su korenito promenjeni; a neki pojmovi su iz razloga tradicije zadržani (npr. atom) sa potpuno novim sadržajem. Najveći prodori su učinjeni u fizici i hemiji, a takođe su učinjeni značajni preobražaji u shvatanju geološkog sveta. Poslednjih decenija XX veka dolazi do krupnih promena u geološkim naukama, a te promene su upravo u toku. Autor ove monografije smatra da je i princip "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive" doprinos ovom trendu promena u geološkim naukama, sa ciljem da se definišu novi pojmovi, a nekim starim pojmovima daje se nov sadržaj.

Osnovni pojmovi našega sveta su **materija** i **univerzum**, a ova dva pojma su međusobno povezana. Materija u univerzumu je sve što postoji, to su svi objekti koji u pojmu univerzuma ostvaruju jedinstvo u večitom kretanju i menjanju. **Priroda** je takođe sličan pojam, koji se može izjednačiti sa pojmom univerzum, ali se reč priroda često čuje, te je bolje ostaviti taj pojam za opštu upotrebu.

Pojam "materija" u savremenom shvatanju postaje filozofski, a ne samo fizički pojam; a materija obuhvata celokupnost univerzuma i prirode, koja je beskonačna u vidovima njene manifestacije. To je u potpunosti izrazio V u j a č i ć (1976, s. 20): "*Materija je opšta naučna i filozofska kategorija, ali ne i fizičko-matematički definisani pojam; ona nije niti može biti pojam za definiciju, jer nju ne određuje svest niti to može, a s obzirom na to da je i svest konkretni lokalni odraz stanja materije sa sopstvenim samoprožimanjem. Svaka definicija je ograničavanje pojma - objašnjenje jednog pojma pomoću drugog, a materija je neograničena i u makro i u mikro dimenzijama, kao i u njenim promenama sopstvenih stanja kretanja. Definicija danas zavisi od naučne spoznaje dejstva materije na čovekova čula ili neposredno, od saznanja njenih zakonitosti kretanja. U dalekom sutra današnja definicija materije će izgledati "naivno", kao i ona iz antičke Indije, Grčke i Kine*".

Osnovna, spoznajna svojstv materije, koja deluju na naša čula, su mnogobrojna; a mi u praksi favorizujemo ona svojstva koja se mogu opažati i meriti. Mereći svojstva materije dolazi, ponekad, u koliziju sa našim čulima, jer mnoga bitna svojstva materije ne

mogu se čulima detektovati (mnoga zračenja), ili se opažaju fenomeni kao posledice dejstva materije (elektricitet). Instrumenti su prevagnuli nad čulima, a sa tim je merenje postalo još značajnije.

Pojam "univerzum" objedinjuje celokupan materijalni svet, od najsitnijeg do najkrupnijeg objekta prirode. Međutim, ima autora koji ovaj termin upotrebljavaju za generalizaciju u praksi (P e r i š i ć, 1983), što može izazvati zabunu. Takođe neki autori izjednačuju termin "univerzum" sa terminima "kosmos" ili "vasiona". Smatramo da je termin "univerzum" nespojiv sa drugim terminima (kosmos, vasiona, vaseljena) i on je jedinstven (jednoznačan) i da se, eventualno, može izjednačiti samo sa terminom "priroda" (u najširem smislu ovog termina slobodne upotrebe). Takođe je termin "svet" namenjen opštoj upotrebi, ali sa spcifičnim značenjem, o čemu se vodi računa u ovoj monografiji.

Osnovno svojstvo univerzuma je **prostor,** koji se najčešće definiše kao "prazan prostor (vakuum)". Veličina univerzuma je sadržana u veličini prostora, kako u najmanjim, tako isto i u najvećim dimenzijama. Problem konačnosti ili beskonačnosti prostora, odnosno univerzuma, razmatralo je mnogo autora. Po l v a n o v i ć u (1985, s. 105), Ajnštajn se konačno odlučio za konačan prostor, ali je dodao i izraz "neograničen". To se može shvatiti samo kao sfera (lopta), koja ima konačne dimenzije, ali je njena površina neograničena. Međutim, zapremina lopte je takođe konačna.

Teško je zamisliti beskonačan univerzum, ali je još teže zamisliti granicu univerzuma. Autor ove monografije smatra da je univerzum beskonačan i stacionaran. To znači da univerzum oduvek postoji i da je večan. U tom beskonačnom stacionarnom univerzumu, egzistiraju "subuniverzumi" kao lokalne celine, a za naš subuniverzum imamo informacije da realno postoji. To je za nas takođe **Univerzum**, koji je, svakako, konačan, a može biti i neograničen ako ga shvatimo kao sferu (sa "šupljinom" u središtu?).

Po savremenom shvatanju, uprošćeni model materije čini jedinstvo **polja** i **supstancije** (tvari). M a r i ć (1986, s. 81) smatra da je polje sinonim za kontinuitet, a korpuskule supstancije sinonim za diskontinuitet materije. Sa tog aspekta dajemo sledeću definiciju:

Definicija 1: Materija je skup svih objekata koji postoje u univerzumu, a manifestuje se kontinuirano kao fizičko polje (prostor) i diskontinuirano kao supstancija.

"Prazan prostor" (vakuum), kao apstrakcija, se materijalizuje pojmom "fizičko polje", prostor je prazan u odnosu n korpuskule supstancije, a materijalan je u odnosu na sile polja, koje su rezultat interakcija. Savremena fizika je identifikovala četiri tipa interakcija, koje su karakteristične za odgovarajuća fizička polja. To su: **nuklearna jaka**, **elektromagnetska**, **nuklearna slaba** i **gravitaciona** interakcija, koje su karakteristične za odgovarajuća polja. I v a n o v i ć (1985, s. 200) piše: "Danas se smatra da je svako fizičko polje nerazdvojno povezano sa kvantima polja, a to znači sa odgovarajućim mikročesticama, odnosno sa fundamentalnim česticama. Nije preterano kazati da je foton jedna od najglavnijih čestica kao sastavni ako ne i stalni dio svih struktura. Transformabilnost čestica se uvijek prikazuje pomoću njihove korpuskularno-talasne prirode, a foton je za to najtipičniji objekat".

Tako smo došli do pojma "objekta", koji u literaturi nema definiciju. Za čestice kao kvante polja se kaže da su objekti, a to znači da je aglomeracija čestica u telo takođe objekat. **Objekti** su, znači, **čestice** (korpuskule) i **tela** (korpusi), koji materijalizuju supstanciju.

Definicija 2: Objekat univezuma je individualisana manifestacija materije: kontinuirano kao fizičko polje (prostor) i diskontinuirano kao supstancija.

Dalje I v a n o v i ć piše (1985, s. 124): "Za svako polje postoji neka fizička karakteristična veličina, koja figurira u kvantitativnim izrazima za silu kojom polje djeluje na tijela. Često se onda kaže da ta fizička veličina "izaziva" ili "stvara" polje. Za gravitaciono polje to je masa, a za električno to je količina elektriciteta (naelektrisanje, naboj, električni tovar), dok je za nukleamo polje nešto drukčija situacija".

D r a g a n i ć, i drugi (1991, s. 55) pišu: "Jedna interakcija može da se zamisli kao razmena čestica ("kvanta") između dva objekta, slično teniskoj lopti i igračima tenisa. Za svaku vrstu sile postoji kvant polja sile, nosilac-sile koji se naziva kalibracioni bozon (tabela 1 i 2). Čestice nosioci-sile su "malter" za "materiju".

Tabela 1: Fundamentalne sile u prirodi i odgovarajući kalibracioni bozoni (Draganić, Draganić i Adlof, 1991, s. 55)

Sila	Domet, m	Relativna jačina	Kalibracioni bozon
Nuklearna jaka	manje od 10^{-15}	1	Gluon
Elektromagnetska	vrlo veliki	10^{-2}	Foton
Nuklearna slaba	manje od 10^{-18}	10^{-13}	W^+, W^-, Z
Gravitaciona	vrlo veliki	10^{-38}	Graviton

Tabela 2: Osobine kalibracionih bozona (Draganić, i dr., s. 58)

Ime ili simbol	Masa	Poluživot	Naelektrisanje
Foton	0	stabilan	0
W (W^+ ili W^-)	83 GeV	10^{-25} s	+ 1 ili - 1
Z	93 GeV	10^{-25} s	0
Gluon	0	stabilan	0

Evidentno je da je gravitaciona sila najslabija sila u prirodi, ona je toliko slaba da se praktično ne oseća kod subatomskih čestica. Elektromagnetska (Kulonova) sila je jaka sila, ali se ona međusobno poništava zbog razlike u smeru sila kod pozitivnog i negativnog naelektrisanja. Nukleame sile, naročito slaba, imaju veoma mali domet, tako da se ne osećaju van nukleona (čestice u atomskom jezgru). Od kalibracionih bozona, jedino graviton nije do sada identifikovan, te je ova čestica još uvek hipotetična. Međutim, ona mora postojati, jer postoji gravitaciona interakcija, odnosno gravitaciono polje.

Iako se o prirodi fizičkih polja mnogo piše i govori, ono ipak ostaje "zagonetno" ne samo za nas, nefizičare, nego i za fizičare. Zato I v a n o v i ć (1985, s. 197-198) piše: "Može se reći da je fizičko polje danas jedan od najtežih objekata i problema proučavanja savremene fizike. Isto tako može se kazati da je to i problem koji se najviše izbjegava, zaobilazi. .... da je do nastanka teorije relativnosti shvatanje fizičkog polja bilo povezano sa postojanjem etra. ... danas se više zna i izlaže što fizičko polje nije, nego ono što fizičko polje jeste. ... U mnogim radovima, a naročito u knjigama iz fizike i elektrotehnike, fizičko polje se vrlo često zamenjuje prostorom, ili se sa njim identifikuje. Jednostavno se definiše kao "prostor" u kojem se manifestuju interakcije". Dalje I v a n o v i ć piše: "Prema materijalističko-dijalektičkom shvatanju svako fizičko polje predstavlja naročiti oblik kretanja. ... Jednostavno se ne treba ustručavati od konstatovanja i priznavanja da fizika još nije dospela do tog nivoa da objasni prirodu fizičkih polja".

Ostavljajući po strani nukleame interakcije i odgovarajuća nuklearna polja, mi se u prirodi susrećemo sa elektromagnetskim i gravitacionim poljima. Fizika još nije otkrila, i pored velikih napora, neku povezanost između ova dva opštepoznata fizička polja. Elektromagnetsko polje je najbolje proučeno, istina još uvek nedovoljno, a o prirodi gravitacionog polja veoma se malo zna, čak se još uvek ne zna da li nosilac gravitacione interakcije realno postoji. Međutim, mi smatramo da graviton mora postojati, a njegova priroda je tako fine strukture da se ne može detektovati sadašnjim instrumentima. Moguće je, po našem mišljenju, da se graviton "krije" među nekim od neutrina, da je fizici "poznat", ali da još nije nikom uspelo da ga "prepozna"?

Nosilac elektromagnetske interakcije je foton, to je fundamentalna korpuskula (čestica) koju je otkrio Ajnštajn još 1905. godine, ali je prepoznat tek 1926. godine od strane Luisa. Mišljenja smo da se može smatrati da je još Njutn bio na tragu otkrića fotona, jer je on prvi dao korpuskularnu teoriju svetlosti. Ajnštajn je foton smatrao "kurirom" koji nam donosi informacije o interakcijama između različitih objekata u univerzumu; na taj način foton na neki način "objedinjuje" ceo univerzum, jer bez njega mi ne bi imali nikakve informacije šta se dešava niti šta postoji u univerzumu.

Ajnštajn je u svojim teorijama relativnosti (specijalnoj i opštoj) objasnio da je brzina fotona (brzina svetlosti) maksimalna brzina u univerzumu, a foton u svojim interakcijama sa materijom dovodi do objedinjavanja svih objekata u univerzumu, ali na poseban, relativistički način. U ovim teorijama neodvojivi su masa, prostor i vreme, što su sve atributi postojanja materije u večitom kretanju.

"Energija je "mera za kretanje" (I v a n o v i ć, 1985, s. 135), što je i Lajbnic smatrao, za razliku od Dekarta koji smatra da je "količina kretanja" mera za kretanje. Sila i energija su nerazdvojno povezane sa interakcijom". Energija je kao fizička veličina istaknutija i važnija od sile, jer je energija takva fizička veličina koja predstavlja karakteristiku stanja svakog sistema koji se proučava.

Maksvelova definicija: "*Energija svakog tela je njegova sposobnost da vrši rad*" i dalje je najprihvatljivija, naročito za praksu. Termin "rad" potpuno je zamenjen terminom "energija" u savremenoj fizici.

Masa i energija materijalnih objekata su najistaknutija svojstva materije, koje nadmašuju takođe važno svojstvo - naelektrisanje. Prve dve veličine su vezane za gravitaciono polje, a treća je vezana za elektromagnetsko polje.

Energija kao pojam je vezana za masu objekata, masa sama po sebi ne reaguje sa elektromagnetskim poljem; ali, uz masu uvek je prisutno naelektrisanje kao bitno svojstvo materije, pa zato i elektromagnetska interakcija utiče na energiju sistema. Zato neki fizičari preteruju kada smatraju da je foton u tolikoj meri fundamentalna korpuskula, da ga vezuju za sve ostale korpuskule, makar hipotetički. Foton u kretanju (ne postoji foton u mirovanju) ima masu, istina veoma malu, pa na taj način foton ipak reaguje sa gravitacionim poljem (crveni pomak u spektru, savijanje svetlosnog zraka pored velike mase zvezda). Međutim, graviton, verovatno, uopšte ne reaguje sa elektromagnetskim poljem, pa je to moguće i razlog za što do sada nije detektovan.

Bez obzira što fizičari smatraju da fizičko polje se ne može shvatiti kao prostor, činjenica je da ne postoji ni jedan delić prostora bez nekog polja, konkretno gravitacionog polja. Gravitaciono polje mora postojati i u prostoru ispod dimenzija fundamentalnih korpuskula (ispod 10^{-18} m), sve do Plankove jedinice za dužinu (10^{-35} m) što je danas uzeto kao donja granica (uslovna) univerzuma. U kosmičkim dimenzijama gravitacija caruje, a najjača mora biti oko "crne rupe" kao mase u kolapsu. Kolaps crne rupe znači i kolaps elektromagnetskog polja, odnosno fotona, jer je masa fotona dovoljno velika da ga snažna gravitacija trajno zarobi. Ali za gravitone nema te sile koja bi ga mogla zarobiti, graviton uvek deluje. Moguće je da je to posledica njegove "hiperbrzine", za koju možemo

da pretpostavimo da se odnosi prema brzini svetlosti, kao što se ona odnosi prema brzinama makro tela?. I to može biti razlog zašto graviton nije detaktovan.

Činjenica je da sila gravitacije i Kuloniva sila opadaju sa kvadratom rastojanja, dok nuklearne sile (interakcije) opadaju nesrazmerno brže, sa veoma velikim eksponentom, tako da se uopšte ne osećaju van nukleona, odnosno van atomskog jezgra. Jaka interakcija drži protone u jezgru uprkos jakoj Kulonovoj sili, ali za velika jezgra Kulonova sila dolazi do izražaja dovodeći do nestabilnosti jezgra aktinida (radioaktivnost i spontana fisija).

U literaturi se često pominju različita polja, kao posledica zračenja, radioaktivnosti, toplote, itd. Sva ova "polja" svode se na elektromagnetsko ili gravitaciono polje, a toplota uopšte nema osobine fizičkog polja jer je to kretanje mikročestica, znači to je energija sistema.

Foton, i verovatno graviton, su istovremeno fundamentalne korpuskule i talasno kretanje. Ostaje pitanje šta se talasa u prostoru elektromagnetskog polja. Ranije se govorilo o etru, ali se etar kao pojam zaobilazi u savremenoj fizici. Kod zvuka je jasno da se talasa supstancija, bila ona u gasovitom, tečnom ili čvrstom stanju. Ako nema etra, tada se sam "prostor" talasa, što bi značilo da i prostor ima neku, verovatno, zrnastu strukturu, negde iza granice Plankove jedinice za dužinu (ispod dimenzija 10^{-35} m). To bi, takođe, bila materijalizacija prostora.

Ako je prostor beskonačan, tada je i materija (materijalnost) beskonačna. I v a - n o v i ć piše (1985, s. 106): "Što se tiče konačnosti, sa tim je Kant lomio glavu i ostao u dilemi, a takođe ni Ajnštajn nije ni sebe sasvim ubijedio u takvo shvatanje, niti ičim opravdao svoje zaključke o konačnosti prostora. ... Naime, priznati da je prostor (svijet) konačan značilo bi priznati da se beskonačnost može izbrojiti. Naravno da se razumemo, riječ je o svjetskom postojećem prostoru, a ne o ograničenoj vasioni uz beskonačno mnoštvo drugih vasiona. ... Beskonačnost svijeta je sasvim očigledna, jer se dokazuje sama sobom, budući da se nebi mogla početi brojiti i ma kakvim jedinicama koje bi se kvantitativno prikazivale".

Ova mišljenja idu u prilog našem shvatanju da u beskonačnom i stacionarnom univerzumu postoje mnogi Univerzumi kao lokalni sistemi, a to su barionska ostrva u beskonačnom prostoru, rasejani na tolikom rastojanju na kome je i fotom nemoćan (spori) kurir i zato o tome nemamo nikakvih informacija.

U žargonu termin "materija" najčešće podrazumeva supstanciju, te kada se govori o "praznom prostoru" podrazumeva se prostor bez korpuskula supstancije.

Ljudi se još od Lukupa i Demokrita (IV vek pre nove ere) bave deljivošću materije, ovi filozofi su definisali "atom" kao najsitniju "česticu". Kada se na početku XX veka atom "raspao" na sitnije čestice, one su tada nazvane "elementarne", a kasnije je dodato i "fundamentalne " čestice. Termin "čestica" u prvo vreme bio je odgovarajući, jer se, verovatno, smatralo da se tu ipak radi o krhotinama atoma. Međutim, smatramo, da je termin "čestica" sada neodgovarajući, jer ukazuje na krhotine (adekvatno česticama prašine), a ovi entiteti nisu nikakve "krhotine", već su to telašca (korpuskule) bez unutrašnje strukture na određenim dimenzijama prostora. To podrazumeva "elementarnost" svake vrste korpuskula u gotovo apsolutnom smislu.

Treba razlikovati "elementarne" od "fundamentalnih" korpuskula, sve korpuskule su elementarne u određenom veličinskom području prostora univerzuma, a fundamentalne su samo one korpuskule koje se u datom trenutku ne mogu dalje deliti (dezintegrisati). Od oko 200 korpuskula **fundamentalne** su samo 4 korpuskule, i to su: **kvark**, **foton**, **elektron** i **neutrino**. Sve ostale korpuskule su složene, jer se mogu dezintegrisati na prostije korpuskule, prekoračenjem određene dimenzije njene stabilnosti. Kao peta fundamentalna korpuskula bio bi neidentifikovani **graviton**.

Pod terminom "čestica" u fizici se podrazumeva subatomska korpuskula, već za atom se ne kaže da je čestica, a kamoli za molekul, kristal, planetu ili zvezdu. Autor ove monografije smatra da su korpuskule materijalni objekti bez unutrašnje strukture, koja se ne zapaža na određenom intervalu dimenzija prostora univerzuma (O m a lj e v, 1992a). Za prirodu nema značaja dimenzija korpuskule, ona je uvek dovoljno "mala", jer je prostor beskonačan, a dovoljno je da je neograničen. Međutim, jasno je da postoje određene razlike između svake celine koja predstavlja određeni interval prostora, mereći ga dimenzijom jedinice za dužinu - metrom.

Subatomske korpuskule svrstane su u porodice: kalibracionih bozona (foton i druge), leptona (elektron, neutrino, i druge), kvarkova (nisu poznati kao slobodni, već su u sastavu mezona i bariona), mezoni (nestabilne korpuskule, sastavljene od po dva kvarka) i barioni (korpuskule sastavljene od po tri kvarka, najpoznatiji su proton i neutron).

Tabela 3: Porodica leptona (Draganić, i dr., 1991, s. 59).

Ime i simbol	Masa	Poluživot	Naelektrisanje
Elektron, e^-	0,511 MeV	stabilan	-1
Mion, μ	105,6 MeV	$2*10^{-6}$ s	-1
Tau, τ	1,784 GeV	$3*10^{-13}$ s	-1
Elektron neutrino, ν_e	0(?) ili < 50 eV	stabilan	0
Mion neutrino, ν_μ	0(?) ili < 0,5 MeV	stabilan	0
Tau neutrino, ν_τ	0(?) ili <70 MeV	stabilan	0

Leptoni su "lake" korpuskule (tabela 3), neosetljive na jaku nuklearnu, a osetljive na slabu nuklearnu silu. Ako imaju naelektrisanje (kao kod elektrona i miona) osetljive su i na Kulonovu silu. Elektron je najpoznatiji lepton, ima malu masu (0,511 MeV) i naelektrisanje -1, stabilan je te je sastavni deo svakog atoma. Veliki broj elektrona je slobodan i u stalnoj je interakciji sa atomima (jonizacija). Usmereni elektroni stvaraju električnu struju u provodnicima, a usmerava ih elektromotorna sila (napon).

Tabela 4: Porodica kvarkova (Draganić, i dr., 1991, s. 60).

Ime i simbol	Približna masa	Poluživot	Naelektrisanje
Gornji, u	5 MeV	stabilan	+2/3
Donji, d	10 MeV	promenljiv	-1/3
Strani, s	100 MeV	promenljiv	-1/3
Šarm, c	1,5 GeV	promenljiv	+2/3
Lepota, b	4,7 GeV	promenljiv	-1/3
Istina, t	>30 GeV	promenljiv	+2/3

Kvarkovi (tabela 4) su relativno lake čestice koje nisu leptoni jer reaguju na jaku nuklearnu silu, trajno su "zarobljeni" u mezonima i barionima. Masa im je veoma različita, a naelektrisanje (pozitivno ili negativno) je razlomak elementarnog naelektrisanja (1/3 ili 2/3). Kada bi bili slobodni reagovali bi i na Kulonovu silu.

Tabela 5: Osobine nekih mezona (Draganić, i dr., 1991, s. 61)

Ime i simbol	Masa	Poluživot	Naelektrisanje	Skupina kvarkova
Pion-plus, π^+	140 MeV	$2,6*10^{-8}$ s	+1	$u\bar{d}$
Kaon-plus, K^+	494 MeV	$1,2*10^{-8}$ s	+1	$u\bar{s}$
Epsilon, Y	9,46 GeV	10^{-20} s	0	$b\bar{b}$

$\bar{d}$, $\bar{s}$ i $\bar{b}$ su antikvarkovi

Mezoni (tabela 5) su srednjeteške korpuskule (ispod 500 MeV), veoma su nestabilne, stvaraju se dezintegracijom bariona i najpoznatiji su u kosmičkom zračenju korpuskula, reaguju jakom nuklearnom silom, a ukoliko imaju pozitivno naelektrisanje reaguju Kulonovom silom.

Tabela 6: Osobine nekih bariona (Draganić, i dr., 1991, s. 61)

Ime i simbol	Masa	Poluživot	Naelektrisanje	Skupina kvarkova
Proton, p	938,3 MeV	stabilan(?) ili $>10^{32}$ god.	+1	uud
Neutron, n	939,6 MeV	stabilan u jezgru, slobodan 14,9 min	0	udd
Lambda, λ	1,115 GeV	$2,6*10^{-10}$ s	0	uds
Omega minus, Ω^-	1,672 GeV	$8*10^{-11}$ s	-1	sss

Barioni (tabela 6) su "teške" korpuskule (oko 1 GeV), reaguju jakom nuklearnom silom stvarajući nukleone u atomskom jezgru, najpoznatiji, su proton i neutron. Slobodan neutron je stabilan, ima pozitivno naelektrisanje i masu 938,3 MeV. Slobodan proton nema naelektrisanje, ima masu 939,6 MeV, nestabilan je sa poluživotom 14,9 minuta, dezintegriše se na proton, elektron i antineutrino, što znači da reaguje i slabom nuklearnom silom koja dovodi do radioaktivnosti nukleona. U atomskom jezgru je stabilan, što se tumači stalnom jakom interakcijom sa protonom, uz učešće gluona stvaranjem i razaranjem mezona. Radioaktivnost teškog jezgra potiče od neutrona, gde se emituje elektron tunel efektom uz učešće slabe nuklearne i Kulonove sile. Masa atoma, a sa tim i masa materije u formi supstancije, uglavnom potiče od bariona, jer su druge čestice u tome potpuno podređene. Zato je Univerzum "barionsko ostrvo" u univerzumu.

Razumevanje slabih interakcija godinama je počivala na beta-raspadu neutrona: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ (D. P o p o v i ć, 1995, s. 80). Prvu uspešnu teoriju dao je Fermi 1932. godine, pre Jukavine teorije mezona. P o p o v i ć (s. 82) piše: "U svetlu kvark modela može se mnogo bolje sagledati simetrija koja leži u osnovi slabih interakcija. Ako se ponovo vratimo na beta raspad neutrona, ali ovog puta imajući u vidu da se neutron sastoji iz udd kvarkova, onda ovaj raspad zapravo predstavlja proces kvark raspada: d $\rightarrow$ u + e^- + $\bar{\nu}_e$". Nestabilnost donjeg (d) kvarka izaziva nestabilnost neutrona, što dolazi do izražaja kada je neutron slobodan. Takođe, neutron u atomskom jezgru može se beta-raspadom pretvoriti u proton, ali ovaj raspad podleže zakonitosti radioaktivnog raspada u jezgrima; u osnovi opet se radi o raspadu donjeg kvarka (d) na gornji kvark (u) i W^- kalibracioni bozon, koji se odmah raspada na elektron i elektron antineutrino.

P o p o v i ć (1995) ništa ne piše o β^+ radioaktivnosti, da li se tu radi o pretvaranju protona u neutron, odnosno u kvarka i d kvark emisijom W^+ kalibracionog bozona, koji bi

se odmah raspao na pozitron e^+ i neutrino?. Na taj način je pod sumnjom da su kvarkovi fundamentalne čestice, bar d kvark, pa verovatno i u kvark?

Masu subatomskih korpuskula, koja se izražava u jedinicama energije u elektron-voltima (eV) po Ajnštajnovoj relaciji $E = mc^2$, ne treba dovoditi u vezu sa energijom kretanja tih korpuskula. Izražavanje mase u jedinicama energije je konvencija, a to nikako ne znači da su masa i energija jednodimenzionalne (iste), već to znači da su samo ekvivalentne na matematički, znači formalni, način. Masa se, međutim, može "pretvoriti" u energiju i obratno - to je specifičnost kvantnog odnosa masa i energije.

Formiranje atoma i molekula od subatomskih čestica je strogo zavisno od kvanta energije tih veza, što znači da se odvijaju na strogo diskretan način; a to je potpuno različito u odnosu na druge korpuskule na drugim, većim, dimenzijama prostora univerzuma. Kvantna dejstva su posledica elektromagnetske interakcije, koja vlada u svetu većih dimenzija od nukleona, gde caruje Kulonova sila. Povećavanjem dimenzija prostora stvaraju se korpuskule sve većih masa, tako da postepeno preovladava gravitaciona interakcija.

Po V o r k a p i ć u (1995, s. 88) jaka nukleama sila na kraćem rastojanju od 10^{-15} m od privlačne postaje odbojna sila, tako da se nukleoni u jezgru nikada ne dodiruju. Zato nukleoni u jezgru nisu stisnuti, oni se nalaze na udaljenosti gde jaka sila od privlačne postaje odbojna, a između nukleona uvek ima prostora za još jednog. Nukleoni su u parovima, razmešteni po ljuskama. Stabilnost atomskog jezgra je povećana za paran broj nukleona, naročito proton-neutrona, a najstabilnija su ona jezgra gde su protonske i neutronske ljuske popunjene, a to se postiže za "magični" broj nukleona: 2, 8, 20, 28, 50, 82 i 126. Nukleoni u parovina, odnosno u ljuskama, imaju kolektivno ponašanje, dok se oni nukleoni van parova i ljuski individualno ponašaju i oni izazivaju nestabilnost jezgra. Najnestabilnija su jezgra sa po jednim nukleonom više od magičnog broja. Kolektivno ponašanje uslovljava usaglašeno kretanje svih nukleona u jezgru, ono oscilira od sfernog do jajastog oblika; to je harmonijski oscilator. Iz razloga simetrije, najpovoljnije je kada je podjednak broj protona i neutrona u jezgru.

Međutim, kako raste broj protona u jezgru (redni broj Z u Periodnom sistemu Mendeljejeva) raste i kulonovsko odbijanje između protona, a kao kompenzacija brže raste broj neutrona koji sve više preovlađuju kod teških jezgara. Ova kompenzacija nije savršena, pa povećanjem broja Z raste nestabilnost jezgra. Nukleoni sa individualnim ponašanjem (to je najčešće neutron) se transformišu, a to je beta-radioaktivnost kada se neutron emisijom elektrona pretvara u proton, ređe obratno, emisijom pozitrona. Jezgro može da zahvati obližnji elektron iz K ljuske, elektron sa protonom postaje neutron. Beta radioaktivnost je veoma raširena pojava, ne samo kod teških, već i kod lakih jezgara.

Stabilna konfiguracija u jezgru može se postići i emisijom čestica, najčešće su to jezgra helijevih atoma od 2 protona i 2 neutrona (alfa radioaktivnost), a mogu se emitovati i druge čestice, počev od protona i neutrona, pa do jezgara lakih elemenata, npr. jezgra ugljenika ili neona (D r a g a n i ć, i dr., s. 69).

Stacionarnost univerzuma znači da je njegova materijalnost u kontinuumu koji ga objedinjuje. Ovaj kontinuum nije apsolutan, on je relativan jer je materija u večitom kretanju. Kretanje materije kao energija je neuništivo, a interakcije pri kretanju dovode do narušavanja kontinuuma. Svako narušenje kontinuuma nazivamo "događajem", a tada se ostvaruje dezintegracija jedne strukture, uz uspostavljanje neke druge strukture. Ove promene održavaju stacionarnost univerzuma u celini, uz izvesno narušavanje kontinuuma u lokalitetu, a to sve dovodi do pojave koju nazivamo "organizacija materije univerzuma/ili Univerzuma", kroz stalne interakcije koje dovode do dezintegracije ili sinteze korpuskula (i korpusa); počev od najfinijih do onih gigantskih struktura, o čemu se govori u ovoj monografiji.

Simetrija je pojam koji odražava red koji postoji u prirodi, to je proporcionalnost i usklađenost između materijalnih objekata; to je, takođe, ravnotežno stanje ili relativna stabilnost sastavnih delova celine. Za asimetriju se smatra da je suprotan pojam simetriji, odnosno, to je odstupanje od simetrije ili njeno narušenje u smislu ravnoteže sastavnih delova celine. Asimetrija je posledica reltivno neusklađenih događaja, a što se manifestuje u promeni organizacije tih delova celine, a što je posledica razvoja ili evolucije sistema. Simetričnost postoji u odnosu na nešto.

Najpoznatija je simetrija u kristalografiji, to je poseban oblik simetrije koji je posledica unutrašnje strukture delova celine (kristala) i ona se naziva strukturna simetrija.

Po l v a n o v i ć u (1985, s. 336) "Svaka pojava se odigrava na osnovu većeg broja zakona, bez obzira na to što se pri proučavanju neki zakoni zanemaruju kao manje uticajni". Dalje se kaže: "Polazeći od shvatanja da je simetričnost povezana sa identičnošću, a asimetričnost sa različitošću u pojavama, može se zaključiti da je svaki zakon u odnosu na neke promjene i uslove simetričan, ali u odnosu na druge pojave i uslove može biti asimetričan. I tu se ogleda jedinstvo simetrije i asimetrije".

Priroda je neograničeno složena i u osnovi neshvatljiva, jer se ne može jednoznačno definisati sa određenog ospekta posmatranja. Bilo kakva definicija uvek ima ograničenja i izuzetaka, jednom aspektu posmatranja uvek se suprostavlja drugi aspekt posmatranja. Da bi prirodu (svet) shvatili, mi određujemo aspekt posmatranja tako, da dobijemo određenu (uopštenu) sliku sveta koja je uprošćena da bi nam bila što jasnija. To je stvaranje modela sveta, koji postoji u našem mozgu, znači mi stvaramo sliku sveta na osnovu našeg znanja o njemu. Moramo biti svesni da objektivnu sliku sveta zamenjujemo subjektivnom slikom, koja nam u datom trenutku odgovara. Ovu sliku sveta zovemo "**paradigma**" (po T. K u n u, 1974), smenjivanjem paradigme ruši se stara i stvara se nova slika sveta, znači nov model strukture sveta.

Opšte je uverenje da svakoj čestici odgovara antičestica suprotnog znaka, a na osnovu dijalektičkog zakona o jedinstvu suprotnosti. To je činjenica, jer su eksperimentalno dokazani antielektron (pozitron), antiproton, antineutrino, itd. Čestica i antičestica se u sudaru anihiliraju, prelazeći potpuno u energiju gama-kvanta, što znači da se u svetu materije ne može očuvati antimaterija.

Takođe je vladajuća paradigma da je Univerzum postao **Velikim praskom** iz singulariteta, tj. superčestice (kosmičkog jajeta) u kojem se nalazila sva materija našega sveta. U singularitetu pre ovog događaja bile su ujedinjene sve četiri interakcije (sile). Meni to ne izgleda logično, smatram da su bile ujedinjene samo tri interakcije, a da je gravitacija oduvek bila posebna. Supermasivna korpuskula, iz koje je nastao Univerzum, morala je imati osobine "crne rupe", a oko crne rupe postoji supersnažno gravitaciono polje. Nakon Velikog praska Univerzum se širi i hladi, interakcije se razdvajaju i tada se formiraju subatomske korpuskule. Bilo bi logično da su formirane u jednakom broju čestice i antičestice, ali je moralo doći do njihovog razdvajanja, jer bi se one sudarima odmah potpuno anihilirale. Gde je sada antimaterija mi ne znamo, možda neke galaksije čini materija, a neke antimaterija?, sve u našem Univerzumu.

Univerzum nastavlja da se širi i hladi, a sadašnja srednja temperatura Univerzuma (prostora, odnosno čestica u njemu) iznosi svega 2,7 Kelvina. Neki misle da će Univerzum večno da se širi, sve do temperature apsolutne nule (?), predviđajući tako toplotnu smrt Univerzuma. Ajnštajn i drugi, međutim, u dilemi su, postoji mogućnost da Univerzum prestane da se širi ako ima dovoljnu gustinu mase, da bi potom počelo skupljanje i sabijanje sve do singulariteta crne rupe. Jasno je da količina supstancije u Univerzumu nema za to dovoljnu masu, ali postoji "skrivena masa", verovatno u neutrinu (ili možda u gravitonu), koja će sprečiti raspršivanje materije Univerzuma. Crne rupe takođe dolaze u kategoriju skrivene mase.

Smatramo da u beskonačnom i stacionarnom univerzumu postoje pulsirajući Univerzumi, koji pulsiraju od singulariteta (kosmičkog jajeta) preko Velikog praska do maksimalnog širenja, pa opet sabijanja do singulariteta. Na taj način je jedino moguć večan opstanak Univerzuma, koji nema početka ni kraja, ni u prostoru niti u vremenu. Pri tome se uvek ostvaruje nova struktura organizacije materije, pa, verovatno, i nove forme života u njemu.

Šta je život i kako je nastao jeste filozofsko i religijsko, a ne naučno pitanje, po V e r n a d s k o m; život je večan. V e r n a d s k i je o tome razmišljao u okviru geološkog, a ne univerzalnog vremena; tada se vreme tek počelo meriti milijardama godina.

O postanku sveta uvek je bilo spekulacija, pa i kod istaknutih naučnika. Po I v a n o v i ć u (1985, s. 357) Hajzenbergu se pripisuje misao "Svaka elementarna čestica sastoji se iz svih ostalih elementarnih čestica", a neki smatraju da jedna elementarna čestica može biti izvor celog sveta. Dalje (s. 361), po Hajzenbergu "Preostaje pitanje čime onda treba zameniti fundamentalne čestice? Ja mislim da taj pojam treba zameniti pojmom fundamentalnih simetrija. Fundamentalne simetrije određuju (definišu) odgovarajući zakon koji određuje spektar elementarnih čestica".

To bi značilo da fizičko polje, ili prostor (vakuum) može iznedriti fundamentalnu česticu, a to bi značilo da vakum ima veliku energiju. I v a n o v i ć (1985, s. 382) piše: "Iako ne postoji potpuna saglasnost, ipak se može kazati da savremeno shvatanje polja obuhvata vakuum i eter kao entitete koji su među sobom protkani i za sada nerazdvojni. I danas se pretežno smatra da fluktuacije polja potiču iz etra, otprilike isto kao što je i sam Ajnštajn mislio, bez obzira na to što je on uzimao u obzir i geometriju kao vrlo važan faktor". Po Ajnštajnu (s. 371) "negirati etar - u krajnjoj liniji znači prihvatiti shvatanje da prazan prostor nema nikakvih fizičkih svojstava" Dalje I v a n o v i ć (1985, s. 375) kaže: "No, kada se izvrši naznačeno sumiranje, onda u principu se dobije beskonačno velika vrijednost energije vakuuma. Kako sada?! Dogovoreno je bez neke naročite diskusije i obrazlaganja da je taj iznos bez ikakvog fizičkog smisla, pa je odbačen, zanemaren i pretvoren u nulu, odnosno zamenjen nulom". Dalje (s. 376) se kaže: "Vakuum kao "rodilište" i "gubilište" fotona prema tome kao da nema zasebnu teoriju, nego je dijeli sa etrom i poljem. Vakuum na neki način predstavlja mogućnost postojanja virtualnih, još "nerođenih" čestica".

SLUČAJNOST U PRIRODI

Večito kretanje je način postojanja materije u prostoru i vremenu, uz stalne interakcije korpuskula i tela međusobno. Iz iskustva znamo da ništa ne iskrsava tek tako iz ničega, isto tako ništa ne isčezava bez traga, tako da ništa ne postoji posle promene. Ova opšta karakteristika sveta se izražava principom (D. B o m, 1972), do danas neopovrgnutim ni jednim posmatranjem ili eksperimentom: sve nastaje iz drugih stvari, iz svega nastaju druge stvari.

Ovaj princip još uvek nije iskaz o postojanju uzročnosti (kauzalnosti) u prirodi, on je zapravo fundamentalniji od same uzročnosti, jer predstavlja osnovu za racionalno shvatanje prirode.

Nužnost kauzalnog zakona nikad nije apsolutna, prirodni zakon se može shvatiti kao nužan samo uz apstrahovanje slučajnih okolnosti, koje su nezavisni faktori izvan onoga što obuhvata dotični zakon, te stoga i ne slede nužno ni iz čega što je u kontekstu toga zakona. Takve slučajne okolnosti dovode do pojma "slučaja", a to je ono što bi moglo biti i drugačije. Slučaj je izraz slučajnosti, kao što je kauzalnost jedna od najvažnijih formi

manifestovanja nužnosti. Nužnost prirodnog zakona je uslovna, jer je zakon primenljiv samo ukoliko se ovakve slučanosti mogu zanemariti.

Kada bi mogli da uzmemo u obzir uticaje svih tela u Univerzumu, a znali neko "početno" stanje njihovog kretanja, kategorija "slučajnosti" bi, predpostavljamo, isčezla i sve što se dešava sledilo bi nužno i neizbežno. Za sada nema poznatog kauzalnog zakona koji ostvaruje takav ideal. Budući da je svaka kauzalna relacija definisana u konačnom kontekstu, ona je uvek praćena slučajnostima nastalim usled onoga što je van toga konteksta.

Svako posmatranje predmeta (tela) je apstrakcija koja sama po sebi daje adekvatnu predstavu u nekim aspektima toga predmeta (tela), no zato dovodi do pogrešnih rezultata ako se zaboravi da se ipak radi samo o parcijalnom izgledu. Suprotni izgledi ograničavaju jedan drugoga, uzajamno se koriguju, i svojim uzajamnim odnosom omogućavaju bolje shvatanje predmeta (tela). Naravno, predmet (telo) se može posmatrati sa bezbroj strana, ali nekom datom izgledu uvek odgovara neki suprotni izgled.

Još su antički mislioci Leukip i Demokrit učili da procesi u velikom nastaju tako, što se odigrava mnoštvo nepravilnih procesa u malom. To dovodi do nemogućnosti jednoznačnog shvatanja objekta (tala) u celokupnosti. Za to postoje mnogi primeri, kao, npr. ovaj: mi smatramo da tačno znamo šta je objekat koji zovemo "granit", bez obzira što ne znamo tačno mineralni sastav niti parcijalne mase kristala (minerala) koji ga izgrađuju; ali znamo šta je bitno da bi neki objekat bio granit. To bitno je parcijalni aspekt posmatranja, kada se drugi aspekti posmatranja zanemaruju.

Procesi u prirodi se pokoravaju zakonima opštijim od kauzalnih (B o m, 1972), a u tim zakonima se manifestuju i zakoni slučaja. Za opštiju kategoriju zakona, koja obuhvata kauzalne zakone, zakone slučaja, kao i zakone koji povezuju ove dve klase zakona, koristi se termin "prirodni zakoni".

Potrebno je brižljivo analizirati odnos uzročnosti i stalne asocijacije uslova i događaja. Stalna asocijacija između skupa A i drugog skupa B u budućnosti ne znači nužno da je skup A uzrok skupu B. Ta asocijacija može značiti i samo to da se A i B zajedno javljaju kao posledica nekog zajedničkog skupa uzroka C, koji prethodi i jednom i drugom.

Prihvatanjem ideje da svako stanje ili događaj ima više uzroka koji doprinose njegovom nastanku, suočavamo se sa nizom novih problema. Na osnovu dosadašnjeg iskustva možemo zaključiti da su sve stvari (tela i telašca) u svemiru međusobno povezani, makar i u neznatnoj meri. To znači da svaka stvar (telo) može imati beskonačan broj uzroka. U praksi se većina ovih uzroka zanemaruje prilikom posmatranja problema koji nas interesuje. Zato nikada ne možemo biti sigurni da smo uključili sve značajne uzroke u našu teoriju, a svi kauzalni zakoni se moraju dopunjavati specifikacijom uslova ili sredine u kojima je konstatovano njihovo važenje.

Smatra se da je geologija dobar primer nauke u kojoj je nemoguće reprodukovati i kontrolisati eksperiment (bar sa danas dostupnim sredstvima), a gde se ni uslovi problema ne mogu sasvim dobro definisati. Znači li to da nema načina za proveru hipoteza o uzrocima geoloških događaja. Naravno da ne. Veliki broj činjenica može se objasniti na osnovu uzajamno konzistentnih predpostavki; tako se potvrđuju geološke teorije, a još je bolja potvrda ako teorija predviđa nove činjenice. Hipoteze ovog tipa su podložne korekcijama, modifikacijama i generalizacijama, do kojih može doći kasnije kada se otkriju nove činjenice.

Slučajnost se ispoljava pre svega kao mogućnost koja leži van razmatranog konteksta. Bitna karakteristika slučajnosti je u tome što se njihova priroda ne može definisati ili izvesti samo na osnovu svojstava stvari (tela) unutar konteksta o kome se radi. Ona ima izvesnu relativnu nezavisnost od onoga što je u tome kontekstu. Međutim,

iskustvo nas uči da su sve stvari međusobno povezane, stoga ne možemo očekivati da nađemo potpunu nezavisnost. Pojam slučanosti je takođe aproksimacija, koju daje parcijalni tretman izvesnih aspekata realnog procesa, ali se najzad mora dopuniti i korigovati razmatranjem uzajamnih kauzalnih veza koje uvek postoje među procesima koji se zbivaju u raznim kontekstima.

Zakoni slučaja su isto tako nužni kao i kauzalni zakoni. Slučajne greške pri merenju nastaju usled praktično neograničenog broja raznih faktora suštinski nezavisnih od veličine koja se meri. Tako, npr. moderan grad nebi mogao postojati kada nebi postojale tendencije ka uzajamnoj kompenzaciji slučajnih fluktuacija u saobraćaju, potrebi za vrstom hrane, odeće, itd.

Jedna od najznačajnijih karakteristika slučajnih promena je da se za dovoljno dugo vreme ili u dovoljno velikom agregatu mora najzad pojaviti svaka moguća kombinacija događaja ili objekata; čak i one kombinacije čije se pojavljivanje na prvi pogled čini malo verovatnim. Naročito su značajne one kombinacije koje predstavljaju neku ireverzibilnu promenu ili kvalitativno novu liniju razvoja, jer kada se one dogode slučajni proces se završava, a sistem nepovratno kreće novim smerom.

U subjektivnoj interpretaciji verovatnoće, predpostavlja se da verovatnoća predstavlja, u izvesnom smislu, nepotpunost znanja ili informacija o događajima, objektima i uslovima o kojima je reč. U bacanju kocke, koja je simetrična, nema razloga koji bi ukazivali na to da će se dobiti jedan ishod, a ne drugi. Ovakvo shvatanje verovatnoće ne može predstavljati bitan aspekt verovatnoće. Ona uopšte ne objašnjava zašto se verovatnoća može koristiti za približna predviđanja stvarne relativne frekvencije koja se javlja u velikom broju bacanja kocke.

V r a n i ć (1971) smatra da je u nauci važno pitanje da li je slučajnost objektivna ili je subjektivna. Objektivna slučajnost je ona koja postoji nezavisno od nas i našeg saznanja, a subjektivna slučajnost je ona koja u stvarnosti ne postoji, već nam se samo pričinjava. Subjektivna slučajnost je događaj ili pojava koju ne možemo unapred predvideti, jer nam nisu poznati svi uzroci koji taj događaj (pojavu) uzrokuju. To naše nepoznavanje svih uzroka je subjektivne prirode, jer kada bi poznavali sve uzroke nebi bilo slučaja, jer bi taj događaj bio nužan i neizbežan. Zato je subjektivna slučanost samo mera našega neznanja. Ovakvo shvatanje dovodi u krajnjoj konsekvenci da slučaj uopšte ne postoji, moglo bi se smatrati da postoji samo naše neznanje mnoštva uzroka koje uslovljavaju događaj (pojavu) koju posmatramo. Ovakve ideje da u krajnjem kontekstu slučajnost je subjektivna i da u stvarnosti ne postoji, su stalno prisutne, a to je stvar pune kauzalnosti i determinizma, koji je u filozofiji napušten.

Međutim, slučajnost stvarno postoji bez obzira na naše saznanje, a najjači dokaz za to je da se mnoge pojave i događaji odigravaju u skladu sa zakonom velikih brojeva. Bez obzira kakav je početni položaj kocke, posle velikog broja bacanja ona pada približno jednako na svaki broj, od 1 do 6. Ne postoji ni jedan razlog ili uzrok da bi jedan broj pri bacanju kocke bio favorizovan, a to je moguće samo zato što se ovaj proces ponaša u skladu sa zakonom velikih brojeva.

Potvrdu da slučaj objektivno postoji daje atomska fizika. Hajzenbergove relacije neodređenosti kažu da je principijelno nemoguće u isto vreme poznavati brzinu i položaj elektrona u atomu, što u to vreme ni Ajnštajn nije prihvatao. Tada je konačno oboren bezuslovni determinizam, a kvantna mehanika je potpuno izmenila naše znanje o događajima u subatomskom svetu. Takođe radioaktivni raspad K-40 ide po slučajnom zakonu, jer se jedan deo atoma β^- raspadom pretvaraju u atome Ar-40, a jedan deo K-zahvatom (β^+ raspadom) pretvaraju u atome Ca-40. Takođe računanje broja π na 2000 decimala dovodi da se podjednako pojavljuju sve cifre od 1 do 9, što je takođe

potvrda valjanosti zakona velikih brojeva. Postoje i mnogobrojni primeri iz svih oblasti ljudske delatnosti, ne samo iz nauke.

Očevidno je, da primena teorije verovatnoće na naučne i druge statističke probleme nema bitne veze ni sa našim znanjem ni sa neznanjem. Pre bi se moglo reći da ona zavisi od objektivnog postojanja izvesnih pravilnosti karakterističnih za razmatrane sisteme i procese; pravilnosti koje znače da je prosečno ponašanje, u dugom nizu ili velikom agregatu objekata ili događaja, aproksimativno nezavisno od preciznih detalja koji određuju šta će se desiti u pojedinom slučaju.

Svaka teorija, ako se ektrapoliše na proizvoljan kontekst i proizvoljne uslove, vodi pogrešnom zaključku. Nalaženje takvih grešaka jedan je od najvažnijih načina kojima se ostvaruje napredak nauke (B o m, 1972). Nova teorija do koje dovode nova otkrića ne obezvređuje starije teorije, ona ih samo koriguje u domenu gde one nisu adekvatne. Tako princip "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive" ne obezvređuje primenu teorije verovatnoće i matematičke statistike u geohemiji, već dovodi do korekcije i proširenja primene u praksi. Ne možemo očekivati da neka kauzalna relacija predstavlja apsolutnu istinu, da bi to bio slučaj ona bi morala važiti bez aproksimacije i bezuslovno.

Pojam verovatnoće postoje matematički pojam koji ima potpuno određen smisao: verovatnoća je određena funkcija definisana na skupu slučajnih događaja. To je mera mogućnosti slučanog događaja koji posmatramo. Poznato je da slučajni događaji pokazuju izvesnu pravilnost u pojavljivanju, a ova pravilnost se ogleda u tome što se neki slučajni događaji pojavljuju češće od drugih. Broj koji izražava učestalost (frekvenciju) slučajnog događaja ima empirijski karakter. Verovatnoća je (matematički) apstraktno uopštavanje frekvencije slučajnog događaja, i tako kao svaki matematički pojam, pored formalne suštine ima i svoju objektivnu (realnu) suštinu.

* *
*

Kakav je stav geologa prema slučajnosti, odnosno prema verovatnoći slučajnog događaja. Geolozi su u specifičnom položaju jer imaju posla sa događajima koji se odigravaju u geološkom vremenu. Sam pojam geološkog vremena je specifičan, to je vreme neshvatljivo običnom iskustvu, ono u neku ruku može značiti (i često znači) apstrakciju? Mi kao ljudi, pa i kao geolozi, živimo i radimo u realnom vremenu koje se meri godinama, decenijama, najčešće u okviru jednog veka (sto godina); što obuhvata život najviše tri generacije (od dede do unuka). To je prošireno na istorijsko vreme, koje se meri vekovima i milenijumima. Ako tome dodamo i preistorijsko vreme, opet smo u domenu milenijuma. Tu već ljudsko iskustvo posustaje, to je čak i za stručnjaka nedostupno bilo kakvom iskustvu. A pogledati na geološko vreme (milione i milijarde godina), preko ovih "stepenica" vekova i milenijuma je nedostupno poimanju ljudskog mozga, naravno na osnovu sostvenog iskustva.

Iz ovoga bi se moglo očekivati da su geolozi veoma bliski pojmu slučajnosti, jer su svi geološki događaji ustvari podložni verovatnoći; čega drugog nego slučajnog događaja.

Iz razgovora sa nekim kolegama imam impresiju da je pojam slučajnosti uglavnom stran pojam, geolozi koji razmišljaju o geološkim događajima uglavnom to ne posmatraju kao slučajnost događaja. Ima se utisak da se interpretaciji geoloških događaja prilazi na osnovu običnog iskustva, a to znači da se ti događaji posmatraju kao apsolutni događaji koji su se "morali" tako odigrati; a naše je da ih na pravilan (verodos-

tojan) način dešifrujemo. Neki idu tako daleko da smatraju da je slučajnost potpuno strana nauci; da je to nenaučan pristup koji ne zaslužuje nikakvu pažnju, već je za osudu.

Moj stav je da geološke događaje treba shvatiti na izvestan relativistički način, a to znači da je uloga slučajnosti, odnosno verovatnoće slučajnog događaja presudna. U geološkom vremenu se mogu odigrati mnogi događaji koji za posledicu imaju našu sadašnju situaciju. To znači da nikad ne možemo tvrditi da je neka posledica, npr. ležište korisnog metala, postalo na sasvim određen način. Tu imamo posla sa verovatnoćom slučajnog događaja, koji se u geološkom vremenu odigravaju stvarajući geološke populacije, odnosno minerale. Minerali (njihovi kristali) su svakako stvoreni dejstvom mnogobrojnih prirodnih zakona, koje mi samo delimično poznajemo. Tu se nikad ne radi o kauzalnosti, već je prisutna slučajnost preko prirodnih zakona, koji su u suštini statističke prirode.

Zato se dešava (i dešavaće se) da se u geologiji oštro menjaju teoretske predpostavke, što je prisutno i u drugim naukama. Specifičnost geologije je u tome što se radi o interpretaciji događaja u geološkom vremenu, koje nije podložno ljudskom iskustvu, već je podložno imaginaciji geološkog načina razmišljanja; gde je neotuđivo prisutna slučajnost, koje mnogi geolozi nisu svesni.

Iz tih razloga, smatram, da je veoma značajno izučavanje slučajnosti geoloških događaja, posredstvom verovatnoće odigravanja tih događaja u geološkom vremenu.

ORGANIZACIJA MATERIJE

Materija beskonačnog i večnog univerzuma ima strukturu, koja je dinamičke prirode jer je materija u večitom kretanju, a ovu strukturu nazivamo "organizacija materije". Organizacija materije podrazumeva postojanje strukturnih nivoa, u kojima materija ima drugi vid (druge vidove) njene pojavnosti. K r u t (1978, s. 118) piše: "Korenito pitanje problema organizacije prirode svode se na sledeće: kako proizilazi prelaz od jednog nivoa ka drugome i zašto se obrazuju nivoi"? On ne daje odgovor, čak smatra da je odgovor na ovo pitanje još veoma daleko.

Smatram da je odgovor na ovo fundamentalno pitanje postavio još **Hegel,** a u interpretaciji E n g e l s a (1978, s. 43) odgovor se sastoji u poznatim principima "Dijalektike prirode":

1) zakon prelaska kvantiteta u kvalitet i obratno,
2) zakon prožimanja suprotnosti,
3) zakon negacije negacije.

E n g e l s navodi da je ove dijalektičke zakone Hegel formulisao kao zakona mišljenja, mada je dao stotine primera iz prirode i istorije. Kada se shvati i prihvati da su ovi zakoni dijalektike fundamentalni zakoni prirode, a što je potvrdilo više stotina istraživača, tada se dolazi do jasnoće u organizaciji materije u prirodi (univerzumu). Primenom ovih zakona, uz druge zakonitosti, teorijski su predviđena mnoga otkrića, naročito elementarnih čestica i antičestica (antimaterije).

Na osnovu zakon o prožimanju (jedinstvu) suprotnosti, materija je organizovana kao jedinstvo dve suprotnosti: fizičkih polja i supstancije. Fizičko polje izražava kontinuitet materije, a supstancija izražava diskontinuitet (diskretnost) materije, jer je organizovana u formi korpuskula (čestica) i korpusa (tela).

Definicija 3: Objekat supstancije je individualisani predmet izučavanja (posmatranja): kao korpuskula (telašce, čestica) i korpus (telo).

Fizičko polje kao kontinuum je neograničeno i beskonačno kao i prostor, a u osnovi i ono je, verovatno, korpuskularne prirode. I v a n o v i ć (1985, s. 385) piše: "Danas se fizičko polje smatra kao skup ogromnog broja čestica, koje su nosioci tog polja, a njihova energija predstavlja kvante polja, pa se kolokvijalno upravo te čestice slobodno nazivaju "kvantima" polja. U vakuumu je brzina tih čestica jednaka brzini svjetlosti u vakuumu. Kakva je priroda one materijalnosti između čestica predstavlja do sad pitanje koje se, ne samo ne postavlja nego se od njega namjerno beži. U to se još, bar ne jasno, ne ulazi". Ovo potpuno odgovara elektromagnetskom polju i fotonu, ali, smatram, da ne odgovara i gravitacionom polju i gravitonu; bar ne u potpunosti.

Korpuskula (od latinskog corpusculum = telašce, čestica) je osnovni oblik pojavnosti supstancije kao posebnog kvaliteta; to je realni entitet u univerzumu, koji je nedeljiv.

Struktura stacionarnog i beskonačnog univerzuma je u osnovi zrnasta, gde su korpuskule barionska ostrva (po barionima koji čine glavninu mase supstancije) ili subuniverzumi, koje mi nazivamo **Univerzum.**

Savremena fizika je odustala od definisanja "fundamentalne dužine", koju K i r ž n i c (1991) naziva "elementarna dužina" koja je krajem 60-tih godina sagledana na nivou Plankove jedinice za dužinu od 10^{-35} m. Tada se došlo do zaključka da taj pojam nema fizičkog smisla, jer je beskrajno mali. To je bio pokušaj da se odredi donja granica prostora univerzuma; međutim, donja granica je ostala otvorena?

Donju granicu Univerzuma mi uslovno zatvaramo dimenzijama fundamentalnih čestica (elektrona i fotona) na 10^{-18} m.

Graviton, svakako, objedinjuje univerzum kao nosilac informacija o njemu. Međutim, mi sada nismo u stanju da graviton detektujemo, pa smo za tu vrstu informacija ostali "nepismeni". Foton kao nosilac informacija objedinjuje naš Univerzum (i druge Univerzume), a gornja granica Univerzuma je ograničena brzinom svetlosti c = $2{,}9979*10^{8}$ m/s. Ipak ostaje da je gornja granica prostora univerzuma ostala otvorena, na neki način zatvaramo gornju granicu Univerzuma na veličini od $n*10^{26}$ m, odnosno 10-15 (20) milijardi svetlostnih godina.

Na taj način, Univerzum je uslovno ograničen Plankovim kvantom dejstva (h = $6{,}626*10^{-34}$ Js) kao minimalnim kvantom fotona sa donje strane, a sa gornje strane ograničava ga brzina svetlosti u vakuumu, u opsegu dimenzija od 10^{-18} do 10^{26} m.

Septembra 1923. godine, **Luj de Brolji** je otkrio korpuskularno-talasnu prirodu supstancije, elektron koji je korpuskula supstancije pri prolasku kroz kristal pokazuje interferantnu sliku koja je karakteristična za talasno kretanje. **Šredinger** to dalje razrađuje kroz shvatanje o korpuskularno-talasnoj prirodi svake korpuskule i tela, kroz svoju talasnu funkciju Ψ (x, y, z, t); gde su x, y i z koordinate prostora, a t vreme. Talasna funkcija Šredingera ima univerzalnu vrednost i primenu, što će se izložiti kasnije u definisanju "geohemijskog polja".

Po S u p e k u (1949, s. 653) ".. treba da uočimo fundamentalnu razliku, koja postoji između valova materije i svjetlosti. Elektromagnetski valovi ne nose električnog naboja, dok elementarne čestice materije mogu biti neutralne i nabijene". U to vreme pod pojmom "materija" podrazumevala se supstancija, a i sada se supstancija u žargonu naziva materija, što će biti slučaj u daljem tekstu ove monografije. Supstancija je, svakako, materija u užem smislu.

U daljem tekstu ove monografije bavimo se samo Univerzumom, za koji imamo informacija da realno postoji, uključujući organizaciju materije našeg, geološkog, sveta u kome mi postojimo kao bića.

ORGANIZACIJA MATERIJE UNIVERZUMA

Organizacija materije Univerzuma odnosi se prvenstveno na strukturu supstancije. Supstancija je diskretne prirode i organizovana je u formi korpuskula (telašca) i korpusa (tela); korpuskule su elementarni objekti (entiteti), a tela su složeni objekti (aglomeracije korpuskula).

Definicija 4: Korpuskula je osnovni (elementarni) oblik pojavnosti supstancije (materije) kao posebnog kvaliteta, to je realni entitet u Univerzumu koji je nedeljiv za određeno veličinsko područje prostora, bez unutrašnje substrukture.

Definicija 5: Korpus (telo) je složeni objekat, odnosno oblik pojave supstancije, izgrađen od korpuskula (i korpusa), sa unutrašnjom strukturom koja uslovljava njegovu deljivost.

Problem deljivosti, odnosno aglomeracije supstancije je ne samo fizički, već i filozofski problem kojim se ljudi bave već tri milenijuma, počev od Leukipa i Demokrita. Na pojedinim etapama razvoja nauke različito je definisan najsitniji (fundamentalni) delić supstancije. Tako je Demokrit u IV veku pre nove ere definisao "atom" (grčki ατομοσ= nedeljiv). Početkom XX veka otkriveno je da su atomi složene substrukture jer su sastavljeni od "elementarnih" čestica (protona, neutrona i elektrona); još kasnije je otkriveno da su i neke elementarne čestice takođe složene (protoni i neutroni su izgrađeni od "kvarkova"). Međutim, termini "atom" i "elementarna" čestica su ostali u fizici, iz razloga tradicije; ali kao složene strukture, naravno posmatrane u različitim veličinskim područjima. Mi smatramo da su sve korpuskule, posmatrane u određenom veličinskom području, elementarne, a samo su neke od njih fundamentalne, one koje sada nemaju unutrašnju substrukturu (elektron, foton, kvark, neutrino i graviton).

Dezintegracijom ("razbijanjem") ili sintezom ("stvaranjem") korpuskule dobija se nov kvalitet supstancije u drugom veličinskom području, a to stvaranje ili razbijanje se događa na određenom veličinskom području (u dimenzijama jedinice za dužinu - metra). Ovom sintezom (ili razbijanjem) dobijaju se nove korpuskule, koje su takođe elementarne i znače prelazak kvantiteta u kvalitet (ili obratno), a istovremeno znače i negaciju dosadašnjeg kvaliteta supstancije. Nove korpuskule, kao novi kvalitet supstancije, po pravilu nemaju nikakvih zajedničkih fizičkih osobina sa pređašnjim kvalitetom", naravno uz poštovanje zakona o održanju mase i energije. Dezintegracija ide sve do pojave fundamentalne korpuskule, koja je za sadašnji nivo razvoja fizike nedeljiva, a sinteza ide sve do pojave najveće korpuskule, verovatno samog Univerzuma koji treba da je korpuskula u beskonačnom univerzumu. Pri tome uslovno postoje granična područja dimenzija prostora, koje po pravilu ne prekoračuje korpuskula karakteristična za određeno veličinsko područje. To znači da su pojedini "svetovi" odeljeni jedni od drugih, odnosno da se nalaze jedan u drugome.

Hijerarhija korpuskula, od najsitnijih do najkrupnijih, prema shvatanju autora ove monografije bila bi sledeća: fundamentalne korpuskule (foton, neutrino, elektron, gornji kvark) --> subatomske korpuskule (proton, neutron, atomsko jezgro) –> atomi, molekuli, elementarna ćelija kristala, –> kristali, makromolekuli --> planete, zvezde, zvezdana jata –> galaksije --> galaktična jata? –> Univerzum (barionsko ostrvo).

Problemom najvećeg tela, odnosno najveće korpuskule, ljudi se nisu toliko bavili; očigledno je da je Kosmos (Vasiona) to najveće "telo" ili "telašce" (korpuskula, zavisi kako se gleda, iznutra ili spolja). Autor ove monografije smatra da je Kosmos (Vasiona) u najopštijem smislu definisan kao Univerzum, koji je ograničen.

Promenom dimenzija prostora mi "putujemo" kroz Univerzum i na tom putu srećemo samo korpuskule koje se kvalitetno menjaju na određenim graničnim dimenzijama. Na taj način Univerzum je stvarno izgrađen (organizovan) kao svetovi u svetu, jedan svet unutar drugoga, a koji se "ne mešaju" jer su "odeljeni" jedan od drugoga granicama koje predstavljaju "asimptote". Može se fizički proći kroz tu graničnu dimenziju (tu asimptotu), ali se tada nađemo u jednom sasvim drugom svetu, po pravilu potpuno različitom od ranijeg .

Mi ne možemo u potpunosti sagledati ceo Univerzum, jer jedan njegov deo uvek gledamo "spolja", a drugi deo uvek gledamo "iznutra", dok se mi nalazimo u "središnjem" delu Univerzuma koji možemo posmatrati i "spolja" i "iznutra". Tako je Univerzum prirodno podeljen na tri velike celine, koje fizičari (I v a n o v i ć, 1985; M a r i ć, 1986) nazivaju:

1) Mikro-svet,
2) Makro-svet
3) Mega-svet

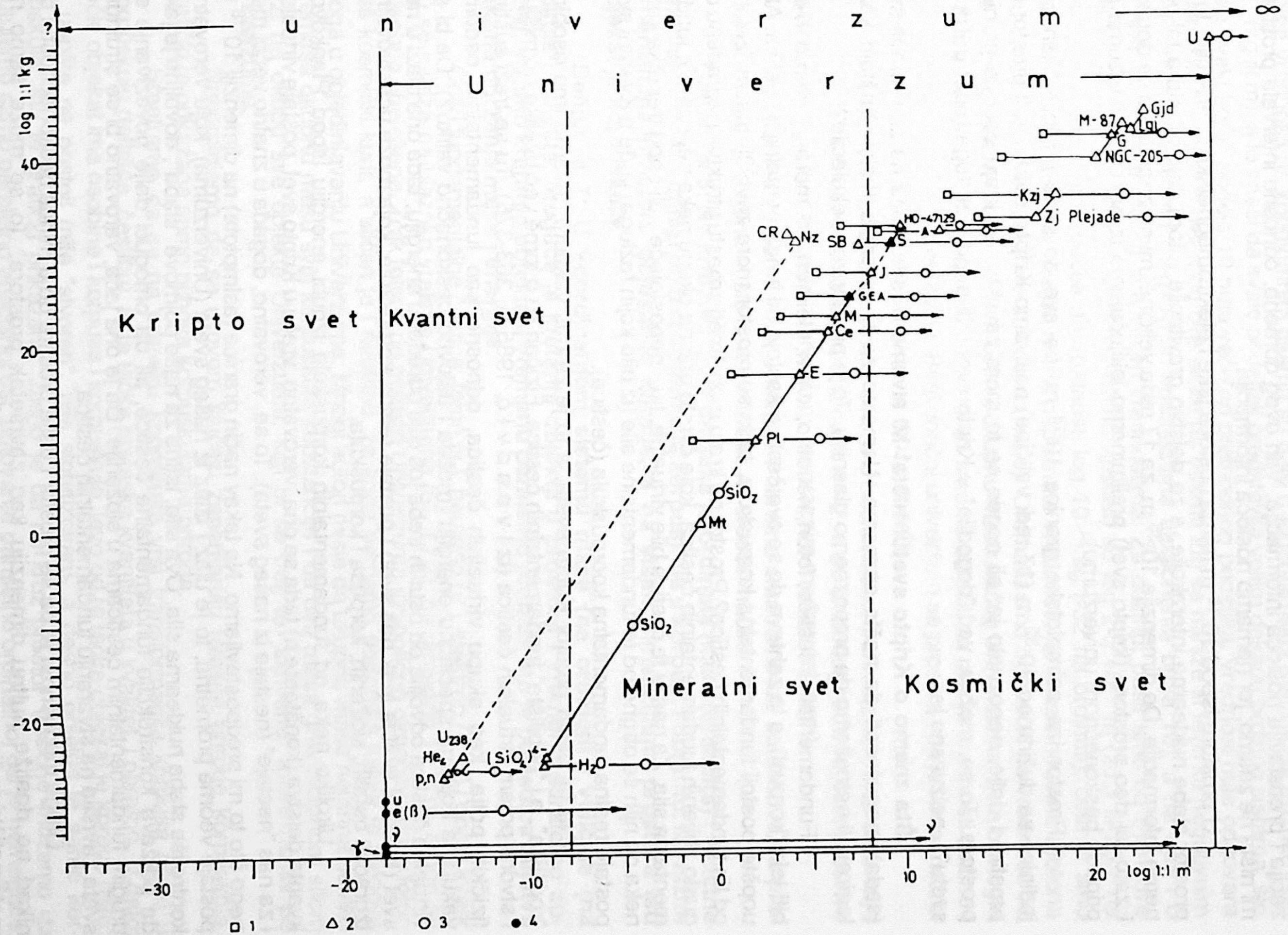
Smatram da ovi nazivi nisu adekvatni i da nama, geolozima, ne odgovaraju i zato predlažem sledeće nazive za ove superceline sveta:

1) **Kvantni svet**, dimenzija od 10^{-18} do 10^{-8} m (10 redi veličine)
2) **Mineralni svet**, dimenzija od 10^{-8} do 10^{8} m (16 redi veličine)
3) **Kosmički svet**, dimenzija od 10^{8} do 10^{26} m (18 redi veličine)

Dimenzije fundamentalnih čestica su reda veličine 10^{-18} m, odnosno one su ograničene Plankovom konstantom h = 6,626*10^{-34} Js, što je ustvari "kvant dejstva" ili "elementarni, fundamentalni" kvant. Ovu dimenziju uzimamo kao donju granicu našeg Univerzuma.

Sl. 1 - Grafički prikaz univerzuma (Univerzuma) u funkciji mase (kg) prema veličini objekta (m), u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:1" (kg i m).
γ - foton, ν- neutrino, e (β)-elektron, u- gornji kvark, p - proton, n - neutron, He_4 - jezgro helijevog atoma, U_{238} - jezgro uranovog atoma, H_2O - molekul vode, $(SiO_4)^{4-}$ - elementarna ćelija kristala silikata, SiO_2 - kristal kvarca, Mt - meteor, Pl - planetoid, E - Eros, Ce - Cerara, M - Mesec, Gea - Zemlja, J - Jupiter, S - Sunce, HD-47129 - najveća poznata zvezda, SB - Sirijus B (beli patuljak), Nz - neutronska zvezda, CR - crna rupa, A - Antares (crveni džin),Zj Plejade - zvezdano jato Plejade (Vlašići), Kzj - kuglasto jato zvezda, NGC-205 - mala galaksija, G - Galaksija (Mlečni put), M-87 - velika galaksija, Lzj - lokalno galaktičko jato, Gjd - galaktičko jato u Devici, U - Univerzum (barionsko ostrvo).
1 - korpus (telo), 2 - transformacija korpusa u korpuskulu i obratno (rađanje korpuskule), 3 korpuskula (čestica), 4 - fundamentalna korpuskula (čestica).

Fig. 1 Graphics of universe (Universe) as a function of mass (kg) to the object siže (m), in the logarithmic statistical scale "log 1:1" (kg and m).
γ - photon, ν– neutrino, e (β) - electron, u - upper quark, p - proton, n - neutron,He_4 - nucleus of helium atom, U_{238} - nucleus of uranium atom, H_2O - water molecule, $(SiO_4)^{4-}$ - elementary cell of silicate crystal, SiO_2 - quartz crystal, Mt - meteor, Pl - planetoid, E - Eros, Ce - Ceres, M - Moon, Gea - Earth, J - Jupiter, S - Sun, HD-47129 - the largest known star, SB - Sirius B (white dwarf), Nz - neutron star, CR - black hole, A - Antares (red giant), Zj - Pleiades group of stars (a constellation called Vlašići), Kzj - globular cluster of stars, NGC-205 - small galaxy, G - Galaxy (Milky Way), M-87 - large galaxy, Lzj - local group of galaxies, Gjd - group of galaxies the Virgo constellation, U - Universe (baryon isle).
1 - Corpus (body), 2 - transformation of corpus into corpuscle and oposite (birth of corpuscle), 3 - corpuscle (particle), 4- fundamental corpuscle (particle).


u n i v e r z u m ∞
U n i v e r z u m
U
M-87
Gjd
G
NGC-205
Kzj
Zj Plejade
HD-47129
A
CR
Nz
SB
S
J
G
E
A
M
Ce
E
Pl
SiO2
Mt
SiO2
Kripto svet
Kvantni svet
Mineralni svet
Kosmički svet
U238
He4
(SiO4)4-
H2O
p,n
u
e(β)
γ
log 1:1 kg
log 1:1 m
?
40
20
0
-20
-30
-20
-10
0
10
20
1
2
3
4

Univerzum je sa gornje strane ograničen najvećom daljinom do koje se zapažaju kosmički objekti, a to je (danas) 10-15*10^9 svetlosnih godina, ili oko 10^{26} m.

Veličinsko područje Univerzuma obuhvata dimenzije prostora od 10^{-18} do 10^{26} metara, što iznosi 44 reda veličine jedinice za dužinu - metra.

Svet Univerzuma objedinjuje elektromagnetsko polje, a foton je njegova kvantizacija i predstavlja nosioca informacija. Van ovog domena, odnosno intervala prostora, mi ništa ne znamo; jer nemamo nosioca informacija.

U prostoru ispod 10^{-18} m nema nosioca jake i elektromagnetske interakcije, to je prostor slabe nukleame interakcije, a za dejstvo gravitacije u tom delu prostora takođe nema informacije. Do dimenzije 10^{-35} m, za 17 reda veličine, mi ne znamo šta se događa i zato taj deo prostora (kripto svet) preliminarno isključujemo iz našeg Univerzuma (to pripada beskonačnom univerzumu).

Prostor iza asimptotske granice 10^{-18} m, pa sve do sada najfinije Plankove jedinice za dužinu od 10^{-35} m (17 redi veličine) nazivamo **Kripto svet.** Da li prostor se prostire i dalje, nepoznato je; ali negde se to mora završiti i na kraju doći do granice prostora. To se, možda, već "dogodilo" u Kripto svetu, ili negde iza toga (opet u Kripto svetu?), neizvesno je.

Šta znamo o Kripto svetu: ništa! Mi stvarno o tome ništa ne znamo niti ima (sada) mogućnosti da nešto saznamo. Nemamo za to glasnika (kako Ajnštajn kaže kurira), ili nemožemo da prepoznamo glasnika. To je prostor za spekulacije?

Fundamentalne čestice, foton, neutrino, kvark, elektron, itd. moraju u Kripto svetu biti tela (korpusi), a to zahteva da se ove čestice sastoje od fundamentalnijih čestica. Ako uopšte postoji fundamentalna korpuskula, tada se prostor mora završiti gustim "zidom" od tih fundamentalnih čestica? Prostor na kraju mora imati zmastu strukturu izgrađenu od gusto zbijenih fundamentalnih čestica, koje čvrsto drži na okupu neka nepoznata, fundamentalna sila. Za nas bi te čestice bile virtualne, tju. "nepostojeće", ali onog trenutka kada neka od njih se otrgne od te fundamentalne sile (iz bilo kojih razloga) i uđe u Kvantni svet postaje realna fundamentalna koorpuskula (čestica).

Na taj način prostor Kripto sveta, a to je za nas vakuum, stvarno ima osobine "rodilišta", a i "gubilišta" fundamentalnih čestica. Fizičari su o tome već uveliko razmišljali i stvorili pojam virtualnih čestica (iz I v a n o v i ć, 1985, s. 363-376). Tu se traži suština fizičkih polja, kao skupu virtualnih čestica, odnosno kao fundamentalnih osobina vakuuma koji ima specifičnu energiju (možda i uslovno beskonačno veliku?). Da bi se virtualna čestica odvojila od ostalih treba još dati određenu energiju, tada ona ulazi u naš svet (Kvantni svet je ipak naš svet) i postaje realna korpuskula, koja može učestvovati u izgradnji ostalih, složenih, korpusa i korpuskula.

Ukoliko neka od fundamentalnih korpuskula izgubi energiju ispod Plankovog kvanta dejstva (konstante h) tada se ona, verovatno, vraća u Kripto svet, postaje virtualna i za nas "nestaje" (nestaje iz našeg sveta). To se, verovatno, događa u znatno većoj meri nego što to mi predpostavljamo. Na takav način granica (asimptota) na dimenziji 10^{-18} m postaje veoma prometna, to je ulaz i izlaz iz našeg sveta (Univerzuma), koju verovatno kontroliše slaba nukleama sila. Ova sila, istina za naše pojmove "slaba", dovoljno je jaka da održava konstrukciju fundamentalne čestice, ali da omogući dalje povezivanje sa drugim fundamentalnim česticama u složenije. Da je ona jača, verovatno bi se struktura sveta završila na stvaranju fundamentalnih čestica.

Druga mogućnost je da se prostor i dalje prostire do u minus beskonačnost, i da nikad ne dostiže nultnu dimenziju kao završetak prostora. To se može samo na matematički način zamisliti, a kako bi to u fizičkoj realnosti bilo, ja ne mogu da zamislim. To je drugačije od zamisli beskonačnosti prostora u smislu sve većeg prostiranja, mislim da je realno različito (mada matematički je to isto) ići beskonačno ka sve manjim

dimenzijama prostora (u pravcu matematičke nule) od puta ka sve većim dimenzijama u pravcu beskonačnosti.

Autor ove monografije je grafički predstavio svoje viđenje univerzuma, i u njemu Univerzuma, naravno u konačnim dimenzijama crteža (sl. 1). Na ordinati se nalaze mase objekata, a na apscisi se nalaze dimenzije tih objekata, u jedinicama kologram i metar. Brojne vrednosti na koodinatnim osama su date u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:1" (kg ili m), a to znači da svaki podeljak predstavlja veliku dekadu brojnog sistema, što je za svaki korak podele 10 puta veće od prethodnog podeljka. Vrednost nula odgovara vrednosti jedan (kg ili m), a od ove tačke na osama ide se naniže ili levo ka negativnim vrednostima logaritama (negativnim vrednostima eksponenta broja 10), a na više i u desnom pravcu ide se ka sve većim vrednostima. Za dužinu, pošli smo od Plankove jedinice za dužinu, od log 10^{-35} m (-35 na apscisi) do log 2-5*10^{26} m (26,3 ili 26,7 na apscisi). Ordinatu smo počeli na vrednosti log 10^{-32} kg (-32 na ordinati), ostavili smo jedan prazan prostor koji ide do nama nepoznate vrednosti, jer mase neutrina i fotona nisu numerički određene (one su veoma male). Ordinatu smo ograničili na vrednosti 52 (log 10^{52} kg), jer smo ovim brojem ocenili ukupnu masu našeg Univerzuma. Ona bi mogla da bude za red veličine veća (10^{53} kg), ali mi smo se odlučili za manje vrednosti dužine i mase objekata našeg Univerzuma. Beskonačni univerzum se prostire i dalje i ima možda beskonačno veliku masu, što se sada ne može oceniti.

Naš Univerzuma kao barinsko ostrvo u beskonačnom univerzumu ima dimenzije od 10^{-18} do n*10^{26} m (mi smo se odlučili da je n = 2, a do sledećeg reda veličine prostora može se složiti još jedan takav Univerzum, sa praznim međuprostorom).

Transformacija korpuskule u korpus i obratno smatramo da se dešava na preseku pomenutih koordinata, što smo definisali na sledeći način:

Definicija 6: Na kritičnoj tački preseka koordinata mase (ordinata) i veličine (apscisa) objekta dolazi do transformacije korpuskule u korpus, i obratno. Na nižim dimenzijama prostora objekat je korpus, a na višim dimenzijama prostora isti objekat je korpuskula.

Definicija 7: U koordinatnom sistemu mase (na ordinati) i veličine (na apscisi) objekta, moguće je kretanje objekta u prostoru i vremenu paralelno apscisi, a samo kretanje objekta u vremenu paralelno ordinati što je posledica dejstva zakona održanja mase i energije.

Četiri fundamentalne čestice: foton (γ), neutrino (ν), elektron (e, β) i gornji kvark (u) se nalaze na ulaznim vratima Univerzuma (Sl. 1 i 2), na dimenziji 10^{-18} m, a one su posebno obeležene. Zrak fotona do granice Univerzuma simbolično označava da je foton naš kosmički kurir, a sličan je i neutrino, za koga nemamo podataka kakva je njegova uloga u objedinjavanju Univerzuma. Mnogi autori misle da ukupna masa neutrina daleko premaša ukupnu masu svih korpuskula supstancije i da ova masa gravitacionom silom drži na okupu sve objekte Univerzuma, koji bi se bez te "skrivene" mase razišli po univerzumu.

Napominjemo da se u ovom slučaju zanemaruju talasne prirode korpuskula, grafički je prikazana samo njihova korpuskulama priroda.

Smatramo da se na preseku koordinata vrši transformacija korpusa (tela) u korpuskulu (telašce, česticu), to je tačka prelaska kvantiteta u kvalitet, i obratno. U datoj tački objekat ima osobine i korpusa i korpuskule, levo od te tačke objekat je korpus (telo) ili uopšte ne postoji (nije "stvoren", nije sintetizovan), a desno objekat je samo korpuskula; što je grafički prikazano. Jasno je da mi kroz prostor Vasione možemo da putujemo samo paralelno apscisnoj osi, putovanje paralelno ordinatnoj osi je nemoguće, jer se tome protivi zakon održanja mase i energije.

Fundamentalne i ostale čestice sintetišu sve veće korpuskule, najznačajniji je trenutak rađanja protona i neutrona, jer ova dva bariona imaju veoma značajnu ulogu u Univerzumu. Oni se vrlo malo razlikuju po masi tako da dolaze na isto mesto ovog dijagrama. Proton je stabilna korpuskula koja može proizvoljno dugo da samostalno "živi" (bar do vremena poluraspada više od 10^{32} godine), ali kao aktivna korpuskula sa pozitivnim nabojem brzo "zarobljava" elektron gradeći atom vodonika. Neutron je nestabilna korpuskula, koja se brzo dezintegriše na proton, elektron i antineutrino.

Elektron kao fundamentalna korpuskula je neuništiv, on može proizvoljno dugo da traje. Mlaz elektrona nazivamo "β -zračenje" kada je u pitanju radioaktivnost, ili "katodni zraci" kad je to tehnički proizvod. Usmerena struja elektrona daje električnu struju u provodnicima. Elektron kao aktivna korpuskula sa negativnim nabojem biva "zarobljen" u atomu, što je od fundamentalnog značaja za opstanak Mineralnog sveta.

Gornji kvark (u) je postojana korpuskula, ali ne i u slobodnom stanju, jer sa drugim kvarkovima nalazi se trajno zarobljen u mezonima i barionima.

Aglomeracijom bariona stvaraju se jezgra (nukleusi) atoma, što je jasnije dato na sl. 2. Sva atomska jezgra sve težih i težih elemenata nalaze se na jednoj uzlaznoj pravoj, koja je usmerena na neutronsku zvezdu (sl. 1). To znači da neutronska zvezda stvarno predstavlja gigantsko atomsko jezgro (neutronijum), sa atomskim brojem reda veličine 10^{56}.

Atomska jezgra su pozitivno nabijena (naelektrisana) pa odmah zarobljavaju elektrone gradeći atome hemijskih elemenata (s. 2). Atomi se takođe nalaze u jednom nizu po rastućim dimenzijama i masama, ali iz razloga što dimenzije atoma nisu jednoznačne veličine (variraju zavisno od energetskog stanja elektrona) to se ne može jednostavno shvatiti kao prava.

Elektroni u atomu na spoljnim, nezavršenim, elektronskim ljuskama su aktivni, što dovodi do njihovog spajanja u nove korpuskule, molekule i kristale. Za nas, geologe, naročito je značajan $(SiO_4)^{4-}$ tetraedar kao elementarna ćelija kristala silikata. Kristali imaju sposobnost neograničenog rasta, a povećanjem dimenzija kristala raste njegov volumen, a sa tim i masa sa trećim stepenom (za sferne oblike). To ima za posledicu da se svi kristali silikata povećavanjem dimenzija veličine nalaze na jednoj uzlaznoj pravoj u dijagramu (sl. 1, 2, 3 i 4), objedinjujući različite objekte Univerzuma, koji su u nečemu slični: kristale, meteore, planetoide, planete (male i velike), zvezde glavnog niza. Ovi objekti Univerzuma su različiti po svojim fizičkim i astrofizičkim osobinama, ali su slični po gustini (količini mase u jedinici zapremine). Ovaj kolosalni niz objekata Univerzuma, koji su korpuskule na određenim dimenzijama prostora, autor je nazvao **"Velika simfonija prirode Univerzuma"**. Uzimajući u obzir da postoje dve velike uzlazne linije objekata Univerzuma, koje su u sitnoj razmeri paralelne prave, posledica je činjenice da je gustina (masa po zapremini, kg/dm^3) fundamentalna veličine prirode, tj. Univerzuma. To je naslutio, odnosno otkrio Isak Njutn još u svojim Principima (Philosophia naturalis principia mathematica), jer u svojoj Def. 1 piše "Količina materije je njena mera koja proističe iz njene gustine i veličine zajedno" (iz V.V u j a č i ć, 1976). U objašnjenju ove definicije Njutn piše: "Ovu količinu ću u onom što sleduje podrazumevati pod imenom telo ili masa". Iz ovoga je jasno da je Njutn smatrao da je gustina fundamentalniji pojam od mase. Za veličinu u Def. 1 Njutn podrazumeva zapreminu, a ona proističe iz prečnika za sfere, ili iz umnoška dužine, širine i debljine paralelopipeda.

Gustina atomskih jezgara i neutronijuma (reda 10^{15} g/cm^3) je prva fundamentalna veličina iskazana pravom u dijagramu (sl. 1). To je istovremeno gustina protona i neutrona, odnosno ove se gustine malo razlikuju da bi se to primetilo na ovom dijagramu.

Gustine atoma, molekula, kristala, meteorita, planetoida, planeta i zvezda glavnog niza se malo razlikuju, najčešće od 0,7 (0,5?) pa do 5,5 (Zemlja), a u ovom

rasponu se nalaze svi pomenuti objekti Univerzuma. Razlike u gustini su isuviše male da bi se objekti razilazili u uzlaznoj liniji (u ovoj grafičkoj razmeri, sl. 1); zato su svi ovi Objekti Univerzuma na jednoj pravoj i to paralelnoj pravoj sa prethodnom (sl. 1). To iskazuje jedinstvo građe objekata Univerzuma, jedinstvo koje proizilazi iz sličnih gustina. Objekti sa različitom gustinom, nalaze se van ovih pravih.

KVANTNI SVET

U subatomsko-atomskom svetu, opsega dimenzija od 10^{-18} do 10^{-8} m vladaju nuklearne (jaka i slaba) i elektromagnetske interakcije na osobit način preko određenih "porcija" energije, koje se nazivaju "kvanti". U radu saopštenim decembra 1900. godine u Nemačkom fizičkom društvu, **Marks Plank** je predložio "kvant dejstva i energije" pomoću univerzalne konstante h = $6,55*10^{-27}$ erg.sec (sada $6.626*10^{-34}$ Js). Tako je rođena Kvantna mehanika, odnosno fizika XX veka. Ubrzo se pokazalo da se interakcije elementarnih čestica dešavaju u celobrojnim vrednostima kvanta dejstva, kao energija hν , odnosno hϖ preko konstante ħ= h/2π = $1,054*10^{-34}$ Js (iz I v a n o v i ć, 1985, s. 163). Pokazalo se presudnim za stabilnost atoma, da elektron u rotaciji oko jezgra može primati i emitovati samo celobrojne "porcije" energije, definisane pomenutim kvantom. Zato u ovom svetu vladaju kvantni zakoni u dejstvu elektromagnetske interakcije, što dovodi do sinteze korpuskula koje su stabilne i zato sposobne za dalju nadgradnju organizacije materije Univerzuma.

Subatomske elementarne korpuskule imaju male mase, koje se po konvenciji izražavaju u jedinicama energije elektronvolt (1 eV = $1,6*10^{-19}$ J), po čuvenoj jednačini Ajnštajna $E = mc^2$. Zbog male mase, gravitaciona interakcija je veoma mala, te se zanemaruje u Kvantnom svetu, bez obzira na relativno velike brzine korpuskula gde dolaze do izražaja relativističko povećanje mase.

U Kvantnom svetu, od oko 200 korpuskula, za stabilne se smatraju samo 4 čestice: foton, neutrino, elektron i proton. Supstanciju u formi atoma izgrađuju samo tri čestice: proton, neutron i elektron. Proton i neutron u atomskom jezgru nose preko 99% mase atoma, jer elektron ima zanemarljivo malu masu u odnosu na proton i neutron; zato ova dva bariona nose pretežnu masu Univerzuma (barionskog ostrva).

Prilikom Velikog praska dolazi do sinteze fundamentalnih korpuskula: kvarkova, leptona (elektrona) i bozona (fotona), na dimenziji 10^{-18} m; to je tzv. kvantovanje, kada se iz fizičkih polja formiraju fundamentalne čestice. Pod dejstvom jake interakcije odmah dolazi do sinteze bariona (protona i neutrona) od kvarkova, da bi ove čestice odmah formirale atomska jezgra.

Prvo je formirano najprostije atomsko jezgro vodonika od samo jednog protona, ređe od protona i neutrona, a najređe od protona i dva neutrona. Formiranje težih atomskih jezgara nije predmet ovog rada. Bitno je da takvi procesi postoje u Univerzumu, koji dovode do formiranja teških atomskih jezgara, sve do pojave aktinida.

Prostor Kvantnog sveta preliminarno delimo na 4 celine, koje su dobile naziv od decimalnih prefiksa jedinice za dužinu, metra:

1) Ato-svet, dimenzija od 10^{-18} do 10^{-16} m (2 reda veličine)
2) Femto-svet, dimenzija od 10^{-16} do 10^{-13} m (3 reda veličine)
3) Piko-svet, dimenzija od 10^{-13} do 10^{-11} m (2 reda veličine)
4) Nano-svet, dimenzija od 10^{-11} do 10^{-8} m, (3 reda veličine).

Mi, ustvari neznamo tačnu vrednost ovih granica, ali ih određujemo u tom području, tako da granična vrednost između ovih "svetova" pripada i jednom i drugom svetu, odnosno nalazi se negde u tom području (gde se vrši prelaz kvantiteta u kvalitet, i obratno).

U području Ato-sveta (10^{-18} do 10^{-16} m) formiraju se fundamentalne korpuskule dejstvom nukleamih sila (kvark, elektron, foton).

U području Femto-sveta (10^{-16} do 10^{-13} m formiraju se barioni (proton, neutron) kao korpuskule, koji dalje posredstvom jake nuklearne sile formiraju atomska jezgra kao korpuskule (sl. 2). Slaba nuklearna sila trajno zarobljava kvarkove u barionima, a ona takođe omogućava postojanje atomskog jezgra proizvoljno dugo. Međutim, u velikim (teškim) jezgrima dolazi do dezintegracije pojedinih bariona, najčešće je proces dezintegracije neutrona na proton, elektron i antineutrino (što se brzo dešava slobodnim neutronima), a to nazivamo beta-radioaktivnost. Teška jezgra nekad emituju alfa-česticu od 2 protona i 2 neutrona (jezgra helijuma), a nekad se proton transformiše u neutron zahvatom elektrona ili emisijom pozitrona. U Femto-svetu postoje sinteza i dezintegracija korpuskula i korpusa na elementarne i fundamentalne korpuskule.

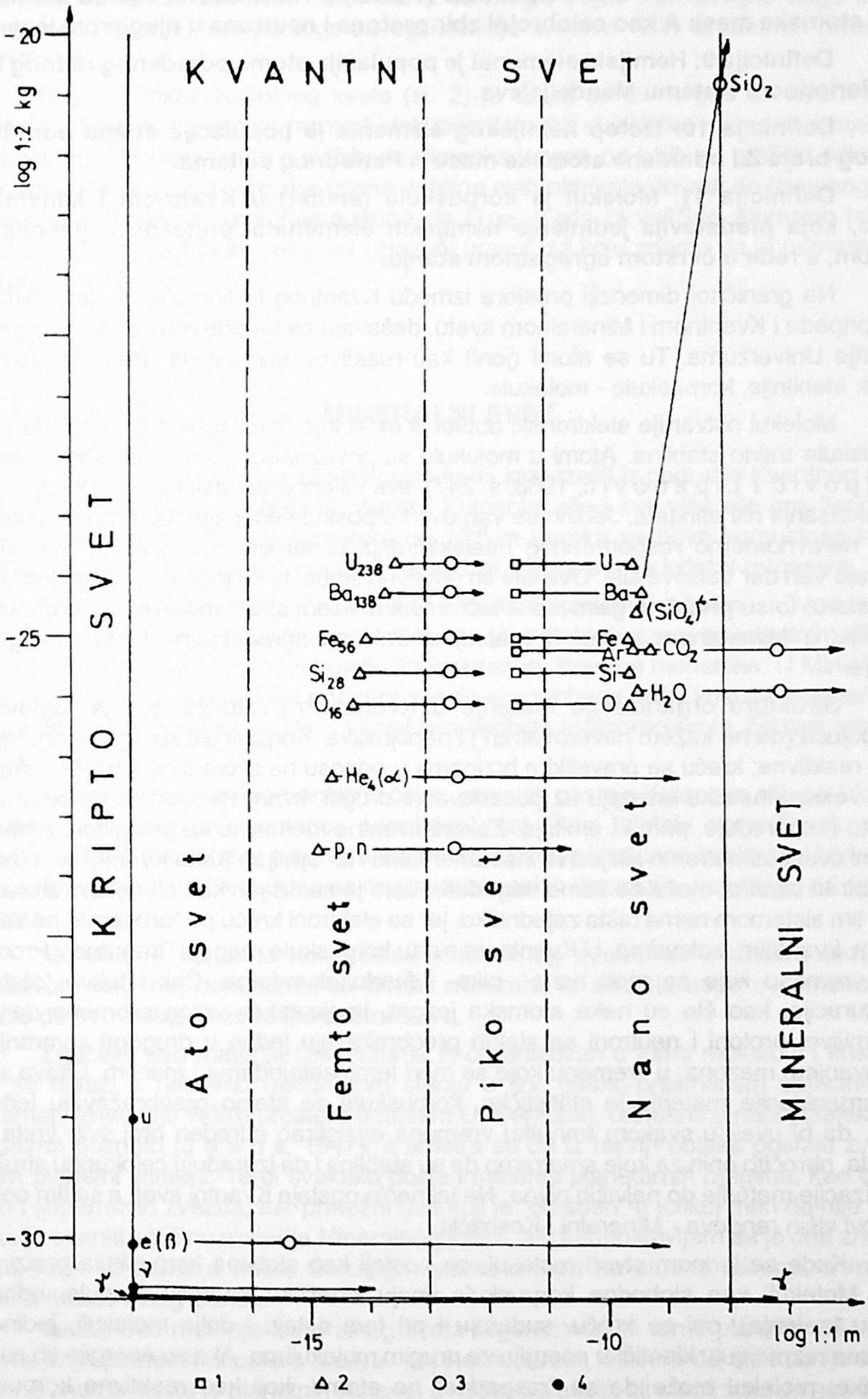
U području Piko-sveta (10^{-13} do 10^{-11} m) atomska jezgra su korpuskule (sl. 2), u njima se sada ne zapaža unutrašnja substruktura. To je, relativno, mirno područje gde nema sinteza niti dezintegracija novih korpuskula (izuzimajući atomska jezgra, koja su formirana u Femto-svetu, a sada postaju korpuskule). U ovom području egzistiraju sve subatomske korpuskule.

U području Nano-sveta (10^{-11} do 10^{-8} m), formiraju se atomi i molekuli kao korpuskule, a to je u pravom smislu atomsko-jonski svet. Činjenica je da je atom relativno nestabilan elektromagnetski sistem, gde je Kulonova sila odgovorna za egzistenciju atoma. Ova relativna stabilnost je posledica što je stabilan samo elektronski dublet od (2s) i elektronski oktet od (2s+6p) elektrona, dok su sve ostale konfiguracije spoljnog elektronskog omotača nestabilne. Elektroni su stalno izloženi spoljnim uticajima fotona, apsorpcijom fotona elektron skače na više energetski nivo, da bi nakon emisije karakterističnog fotona (kvanta $h\nu$) ponovo zauzeo stacionarni položaj. Atom je u stalnoj interakciji sa fotonima, kao i sa drugim atomima težeći da jonizacijom (primanjem ili emisijom elektrona) zadobije stabilnu strukturu elektronskog okteta. Međutim, jon je naelektrisan i zato burno reaguje sa drugim jonima, težeći da se sjedini sa njima. To se postiže stvaranjem molekula, gde se često sjedine dva ili više istorodna atoma u molekul (npr. O_2 ili O_3 itd.). Na taj način, atomska organizacija materije je kvazistabilna, stabilna je samo molekularna organizacija materija u ovom Nano-svetu. Izuzetak su inertni elementi

---

Sl. 2 - Grafički prikaz Kvantnog sveta u funkciji mase (kg) prema veličini objekta (m), u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:1" (kg i m).
γ - foton, ν - neutrino, e (β) - elektron (β- čestica), u - gornji kvark, p - proton, n - neutron, He_4 (α) - jezgro helijevog atoma (α - čestica), O_{16}, Si_{28}, Fe_{56}, Ba_{138}, U_{238} - jezgra odgovarajućih atoma, O, Si, Ar, Fe, Ba, U - atomi odgovarajućih elemenata, H_2O - molekul vode, CO_2 - molekul ugljen dioksida, $(SiO_4)^{4-}$ - elementarna ćelija kristala silikata, SiO_2 - kristal, kvarca.
1 - korpus (telo), 2 - transformacija korpusa u korpuskulu i obratno (rađanje korpuskule), 3 - korpuskula (čestica), 4 - fundamentalna korpuskula (čestica).

Fig. 2 - Graphics of Quantum world as a function of mass (kg) to the object size (m), in the logarithmic statistical scale "log 1:1" (kg and m).
γ - photon, ν - neutrino, e (β) - electron (β- particle), u - upper quark, p - proton, n - neutron, He_4 (α) - nucleus of helium atom (α- particle), O_{16}, Si_{28}, Fe_{56}, Ba_{138}, U_{238} - nuclei of corresponding atoms, O, Si, Ar, Fe, Ba, U - atoms of corresponding elements, H_2O - water molecule, CO_2 - molecule of carbon dioxide, $(SiO_4)^{4-}$ - elementari cell of silicate crystal, SiO_2 - quartz crystal.
1 - Corpus (body), 2 - transformation of corpus into corpuscle and oposite (birth of corpuscle), 3 - corpuscle (particle), 4 - fundamental corpuscle (particle).


KVANTNI SVET
SiO2
U238
Ba138
Fe56
Si28
O16
U
Ba
Δ(SiO4)4-
Fe
Ar
CO2
Si
H2O
O
4He2(α)
p, n
e(β)
γ
γ
KRIPTO SVET
Ato svet
Femto svet
Piko svet
Nano svet
MINERALNI SVET
-20
-25
-30
-15
-10
log 1:2 kg
log 1:1 m
1
2
3
4

(plemeniti gasovi), a to su hemijski elementi čiji atomi imaju konfiguraciju elektronskog dubleta i okteta. Može se smatrati da su to jednoatomni molekuli (O m a lj e v, 1994a).

Svoja shvatanja izražavamo sledećim definicijama:

Definicija 8: Atom je korpuskula (entitet) u Nano-svetu, čije su karakteristike: atomska masa A kao celobrojni zbir protona i neutrona u njegovom jezgru.

Definicija 9: Hemijski elemenat je populacija atoma određenog rednog broja Z u Periodnom sistemu Mendeljejeva.

Definicija 10: Izotop hemijskog elementa je populacija atoma određenog rednog broja Z i određene atomske mase A Periodnog sistema.

Definicija 11. Molekul je korpuskula (entitet) u Kvartnom i Mineralnom svetu, koja predstavlja jedinjenje hemijskih elemenata, pretežno u gasovitom i tečnom, a ređe u čvrstom agregatnom stanju.

Na graničnoj dimenziji prostora između Kvantnog i Mineralnog sveta (10^{-8} m), koja pripada i Kvantnom i Mineralnom svetu, dešavaju se krupne promene u organizaciji materije Univerzuma. Tu se atomi (joni) kao reaktivne korpuskule "trenutno" jedine u druge, stabilnije, korpuskule - molekule.

Molekul ostvaruje elektronski dublet ili oktet kao stabilnu konfiguraciju, te je ova korpuskula trajno stabilna. Atomi u molekulu su povezani čvrstim kovalentnim vezama (F i l i p o v i ć i L i p a n o v i ć, 1988, s. 247), sve valence su zasićene, te molekul nema naelektrisanja niti afiniteta. Jedino se van ove korpuskule osećaju slabe magnetske sile, zbog neravnomerno raspoređenog naelektrisanja u samom molekulu, a ove sile se nazivaju Van der Valsove sile. Ove sile su relativno slabe, te se molekuli "slobodno" kreću u prostoru; to su pretežno gasovita ili tečna tela u višem strukturnom nivou organizacije materije, u Mineralnom svetu. O materiji u čvrstom agregatnom stanju biće govora kasnije.

Struktura organizacije materije u Kvantnom svetu za nas je, uglavnom, začuđujuća (da ne kažem neverovatna?) i nepojmljiva. Korpuskule su, uglavnom, nestabilne, reaktivne; kreću se prevelikim brzinama u odnosu na svoje dimenzije što znači da imaju veliku kinetičku energiju uz posedovanje drugih, kvantnih osobina da se energija zmasto raspoređuje, prima i emituje. Zakoni kvantne mehanike su nelogični za nas koji kvantni svet posmatramo isključivo instrumentalno i to "spolja". Kako Kvantni svet izgleda posmatran iznutra, može se samo nagađati. Atom je zamišljen kao planetarni sistem, ali on sa tim sistemom nema ništa zajedničko, jer se elektroni kreću po "orbitama" po sasvim drugim, kvantnim, zakonima. U Kvantnom svetu korpuskule reaguju "trenutno". Promene su u vremenu koje se meri nano-, piko- i femtosekundama. Čak i takve "stabilne" konfiguracije, kao što su neka atomska jezgra, imaju takav vrtlog promena da je to nepojmljivo; protoni i neutroni se stalno preobražavaju jedan u drugoga stvaranjem i uništavanjem mezona, u vremenu koje se meri femtosekundama i manjim. Čitava struktura organizacije materije je statistička, korpuskule se stalno preobražavaju jedna u drugu, da bi uvek u svakom trenutku vremena egzistirao određen broj svih vrsta korpuskula, naročito onih za koje smatramo da su stabilne i da izgrađuju celokupnu strukturu organizacije materije do najviših nivoa. Na taj način opstaje Kvantni svet, a sa tim opstaju i svetovi viših rangova - Mineralni i Kosmički.

Kada se jednom stvori molekul, on postoji kao stabilna korpuskula proizvoljno dugo. Molekuli kao slobodne korpuskule imaju kinetičku energiju (impuls, odnosno količinu kretanja), oni se kreću, sudaraju i pri tom ostaju i dalje molekuli, jedino pri sudarima razmenjuju kinetičku energiju sa drugim molekulima. Ako su energije tih sudara prevelike, molekul može da se "raspadne" na atome, koji kao reaktivne korpuskule trenutno se jedine sa drugim atomima. Znači, da i ovde postoji samo statistička stabilnost,

bez obzira što je molekul stabilna korpuskula koja može proizvoljno dugo da postoji; neke od njih se raspadaju da bi se odmah sintetisale druge molekule.

Kvantni svet je svet velike dinamike i stalne reorganizacije, a tu reorganizaciju treba posmatrati kao apsolutni uslov da bi se mogla trajno i proizvoljno dugo održati organizacija materije, kao podloga za egzistenciju svetova viših struktumih nivoa ove organizacije.

Grafički prikaz Kvantnog sveta (sl. 2) je detalj sa sl. 1, gde se Kvantni svet prikazuje u krupnijoj grafičkoj razmeri, dok logaritamska statistička razmera ostaje ("log 1:1" kg ili m). U Femto-svetu sintetišu se atomska jezgra, od kojih su grafički prikazana samo neka. Nedovoljno precizna ocena veličine ovih objekata dovodi do izvesnog savijanja uzlazne linije, od protona/neutrona do U_{238}. Kada bi veličine atomskih jezgara odredili precizno, sva bi se našla na uzlaznoj pravoj, za koju znamo da je usmerena ka neutronskoj zvezdi.

MINERALNI SVET

Formiranjem molekula kao korpuskule mi smo izašli iz područja Kvantnog sveta, sada više nema kvantnih dejstava, vladaju Kulonove sile i sve više sile gravitacije. Na graničnom području dimenzije prostora od 10^{-8} m formira se nova korpuskula koja je karakteristična za materiju u čvrstom agregatnom stanju, a to je **kristal minerala**.

Kristal izgrađuju joni (ili molekuli) u strukturi kristalne rešetke, u čvorovima te rešetke nalaze se joni vezani Kulonovim silama (ili molekuli vezani kovalentnim silama); što pripada Nano-svetu, jer tu još uvek vladaju zakoni kvantne mehanike. U Mineralnom svetu, kristal je korpuskula, koja egzistira sve do elementarne ćelije kristala, koja se može (i mora) shvatiti kao molekul. Tako, kristal ima osobine makromolekula, čiji rast može biti značajno velik.

Kristal je multiplet elementarne ćelije, jer uvek postoje Kulonove sile po ivicama i pljosnima koje uslovljavaju njegov neprekidni rast. Rast kristala ograničavaju spoljni faktori, prostor ili nedostatak gradivnih elemenata (jona) određenog kvaliteta. U povoljnim slučajevima, kristal može da naraste do makroskopskih dimenzija, koji mogu da se mere metrima.

Molekul je osnovna korpuskula Mineralnog sveta, ali u našem okruženju (Sunčevom sistemu) dominantni su kristali minerala, te se zato autor ove monografije odlučio da ovu celinu nazove **Mineralni svet.**

Značajni deo materije Univerzuma je organizovan u formi molekula i kristala, a koja se nalazi u relativno rasturenom stanju u tzv. gasno-prašinastim oblacima, koji zapremaju značajno velike prostore u našem Univerzumu, odnosno u našoj Galaksiji. To je odavno poznato (J e a n s, 1947), a smatra se da iz takvih oblaka postaju zvezde i njihovi planetni sistemi. Tu bi svakako došla i materija planetarnih maglina, kao ostatak novih i supernovih zvezda, bar pretežni deo koji je "ohlađen" u tolikoj meri da nije usijan. Teško je oceniti količinu materije Mineralnog sveta, ali predpostavljam da je ona značajno velika, koja se samo u našoj Galaksiji verovatno meri na stotine miliona, a možda i milijardi masa našeg Sunca.

Jedan deo materije Mineralnog sveta organizovan je formi planeta, od kojih se deo materije planetnih litosfera naziva **"Geološki svet"**, o kome će biti kasnije reči. Mi sada ne znamo koliko je planetnih sistema u našoj Galaksiji, ali smatramo da naš Sunčev sistem nije izuzetak, niti su izuzetak male planete koje imaju litosfere slične našoj Litosferi, odnosno našem Geološkom svetu.

Hemičari (F i l i p o v i ć i L i p a n o v i ć, 1988) razlikuju:

1) Homogene supstancije

2) Heterogene supstancije

Homogene supstancije mogu biti:

a) Čiste supstancije, koje su tačno određenog i stalnog hemijskog sastava i drugih karakterističnih konstantnih svojstava.

b) Homogene smeše ili rastvori (gasoviti, tečni i čvrsti) koji su sastavljeni iz smeše čistih supstanciji.

Jednostavne (jednoelementne) čiste supstancije hemičari nazivaju "elementarne" supstancije, a složene (višeelementne) čiste supstancije oni nazivaju "hemijska jedinjenja".

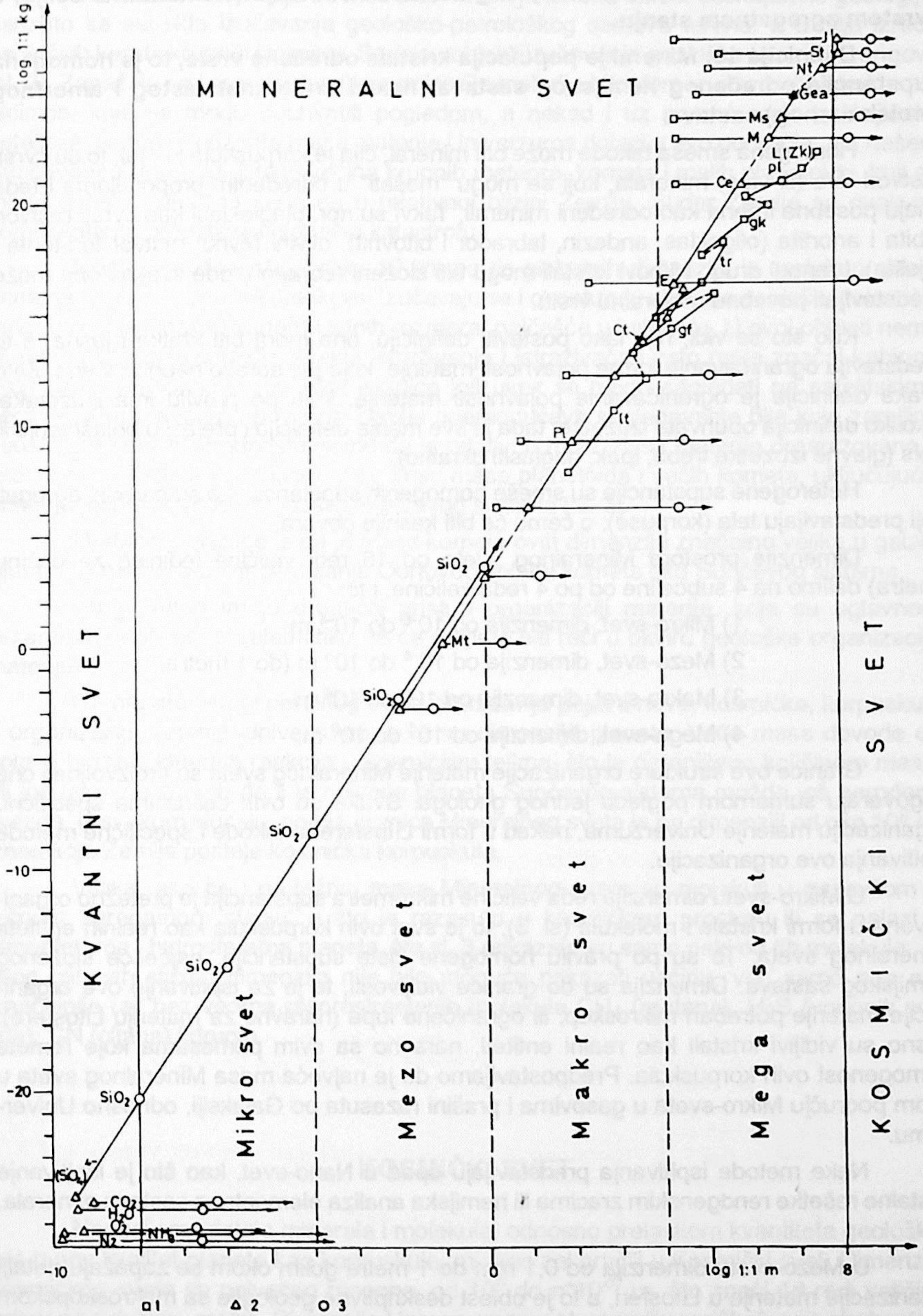
Najveći broj čistih supstancija u čvrstom agregatnom stanju, to su po pravilu kristali koji imaju određeni kristalni oblik koji je posledica njihove kristalne strukture (u Nano-svetu). Postoji 14 vrsta elementarnih ćelija kristala, koje daju kristale u 7 kristalnih sistema.

Postoji dilema da li jednoelementna čista supstancija jeste elementarna ili nije. Ona je utoliko elementarna koliko i druge supstancije u formi kristala, za koje smo kazali da su korpuskule; a svaka korpuskula je elementarna za određeno veličinsko područje. Ali kod hemičara termin "elementaran" ima drugačije značenje, a u tom njihovom značenju višeelementna čista supstancija ne bi mogla biti elementarna, jer nije u formi atoma jednog hemijskog elementa, već je u formi jedinjenja. Primer ugljenika to jasno ilustruje: atomi ugljenika (C) u Nano-svetu su jednaki, a u Mineralnom svetu oni mogu biti organizovani u formi kristala kao grafit i kao dijamant. Ne može se prihvatiti da su grafit i dijamant u Mineralnom svetu jednaki, tj. da su to jedna elementarna supstancija. Grafit je grafit, a dijamant je dijamant; nema u Mineralnom svetu nikakvog značaja što je to po hemijskom sastavu u oba slučaja ugljenik, jer to je isto u Nano-svetu (Kvantnom svetu), koji je od nas odeljen značajnom korpuskularnom barijerom, tj. formom organizacije materije.

Smatram da homogena supstancija u Mineralnom svetu može biti samo jedinjenje kao čista supstancija (pa i jednoelementna), a tada je to određeni mineral, čija je korpuskula kristal.

Sl. 3 - Grafički prikaz Mineralnog sveta u funkciji mase (kg) prema veličini objekta (m), u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:1" (kg i m).
N_2 - molekul azota, NH_3 - molekul amonijaka, O_2 - molekul kiseonika, H_2O - molekul vode, CO_2 - molekul ugljen dioksida, $(SiO_4)^{4-}$ elementarna ćelija kristala silikata, SiO_2 - kristal kvarca, Mt - meteori, Pl - planetoidi, It - litoni, gf - geološke formacije, Ct - komete, E - Eros, tr - terani, kg - geokompleksi, pl - ploče Litosfere, Ce - Cerera, L (Zk) - Litosfera (Zemljina kora), M - Mesec, Ms - Mars, Gea - Zemlja, Nt - Neptun, St - Saturn, J - Jupiter.
1 - korpus (telo), 2 - transformacija korpusa u korpuskulu i obratno, 3 - korpuskula (telašce, čestica).

Fig. 3 - Graphics of Mineral world as a function of mass (kg) to the object size (m), in the logarithmic statistical scale "log 1:1" (kg and m).
N_2 - nitrogen molecule, NH_3 - amoniac molecule, O_2 - oxygen molecule, H_2O - water molecule, CO_2 - carbon dioxide molecule, $(SiO_4)^{4-}$ - elementary cell of silicate crystal, SiO_2 - quartz crystal, Mt - meteors, Pl - planetoids, It - lithons, gf - geological formations, Ct - comets, E - Eros, tr - terranes, gk - geocomplexes, pl - plates of Lithosphere, Ce - Ceres, L(Zk) - Lithosphere (earth crust), M - Moon, Ms - Mars, Gea - Earth, Nt - Neptune, St - Saturn, J - Jupiter.
1 - corpus (body), 2 - transformation of corpus into corpuscle and oposite, 3 - corpuscle (particle).


log 1:1 kg
MINERALNI SVET
J
St
Nt
Gea
Ms
M
L(Zk)
pl
Ce
gk
tr
E
Ct
gf
lt
Pl
SiO2
Mt
20
10
0
-10
-20
KVANTNI SVET
Mikro svet
Mezo svet
Makro svet
Mega svet
KOSMIČKI SVET
(SiO4)4-
CO2
H2O
O2
NH3
N2
-10
0
8
log 1:1 m
1
2
3

Na osnovu dosadašnjeg izlaganja smatram da je korisno da se iznesu sopstvena shvatanja u formi definicija:

Definicija 12: Kristal je korpuskula (entitet) u Mineralnom svetu, to je homogena supstancija određenog hemijskog sastava i simetrije (elementarne ćelije) u čvrstom agregatnom stanju.

Definicija 13: Mineral je populacija kristala određene vrste, to je homogena supstancija određenog hemijskog sastava; nekad kriptokristalastog i amorfnog (molekularnog) sastava.

Homogena smeša takođe može biti mineral, čija je korpuskula kristal; to su čvrsti rastvori dva (ili više) minerala, koji se mogu "mešati" u određenim proporcijama i tada imaju posebna imena kao određeni minerali. Takvi su npr. plagioklasi kao čvrsti rastvori albita i anortita (oligoklas, andezin, labrador i bitovnit), olivini (čvrsti rastvor forsterita i fajalita), i mnogi drugi. Njihovi kristali mogu biti složeni (zonarni), gde svaka zona može predstavljati posebnu mineralnu vrstu.

Kao što se vidi, nije lako postaviti definiciju, ona mora biti kratka i jasna; a to predstavlja ograničavanje forme pojavnosti materije, koja je zapravo neograničena. Zato svaka definicija je ograničavanje pojavnosti materije, koja po pravilu ima izuzetaka. Ukoliko definicija obuhvata izuzetke, tada je sve manje definicija i prelazi u objašnjenje ili opis (glavne izuzetke treba, ipak, naglasiti ukratko).

Heterogene supstancije su smeše homogenih supstancija, to su prirodni agregati koji predstavljaju tela (korpuse); o čemu će biti kasnije govora.

Dimenzije prostora Mineralnog sveta od 16 redi veličine jedinice za dužinu (metra) delimo na 4 subceline od po 4 reda veličine, i to:

1) Mikro-svet, dimenzija od 10^{-8} do 10^{-4} m
2) Mezo-svet, dimenzija od 10^{-4} do 10° m (do 1 metra)
3) Makro-svet, dimenzija od 10° do 10^{4} m
4) Mega-svet, dimenzija od 10^{4} do 10^{8} m.

Granice ove strukture organizacije materije Mineralnog sveta su proizvoljne i one odgovaraju sumarnom pogledu jednog geologa. Svaka od ovih celina ima specifičnu organizaciju materije Univerzuma, nekad u formi Litosfere; a takođe i specifične metode ispitivanja ove organizacije.

U Mikro-svetu dimenzija reda veličine mikrometra supstancija je pretežno organizovana u formi kristala i molekula (sl. 3), to je svet ovih korpuskula kao realnih entiteta Mineralnog sveta. To su po pravilu homogene čiste supstancije, najčešće složenog hemijskog sastava. Dimenzija su do granice vidljivosti, te je za ispitivanje ove organizacije materije potreban mikroskop, ili ograničeno lupa (naravno za materiju Litosfere). Jasno su vidljivi kristali kao realni entiteti, naravno sa svim primesama koje remete homogenost ovih korpuskula. Predpostavljamo da je najveća masa Mineralnog sveta u ovom području Mikro-sveta u gasovima i prašini razasuta po Galaksiji, odnosno Univerzumu.

Neke metode ispitivanja predstavljaju upad u Nano-svet, kao što je ispitivanje kristalne rešetke rendgenskim zracima ili hemijska analiza elementnog sastava minerala, itd.

U Mezo-svetu dimenzija od 0,1 mm do 1 metra golim okom se zapažaju detalji organizacije materije u Litosferi, a to je oblast deskriptivne geologije sa makroskopskom determinacijom geoloških detalja. To je takođe oblast uzorkovanja minerala i stena za laboratorijske metode ispitivanja. U opsegu ovih dimenzija ljudi su najsigurniji, jer neposredno zapažaju sve potrebne detalje, vezane za život i rad. Predpostavljamo da je

značajna masa supstancije Mineralnog sveta razasuta po Galaksiji u vidu prašine, a ova prašina se nalazi i u našem Sunčevom sistemu i ona svakodnevno pada na Zemlju u vidu mikrometeora.

Makro-svet dimenzija od metra do 10 km je takođe oblast deskriptivne geologije, naročito sa aspekta izučavanja geološko-petrološkog sastava terena; a u cilju izrade geoloških karata krupnih razmera. Sada su objekti izučavanja geološka tela nižih rangova (sl. 3). Zapažaju se i opisuju detalji organizacije materije Litosfere u vidu malih strukturnih jedinica, koje se mogu obuhvatiti pogledom, a nekad i uz pomoć metoda daljinske detekcije. Nama nepoznata masa materije Univerzuma dolazi u ovo područje, a u našem Sunčevom sistemu tu dolaze većina krupnih meteora, kometa i malih planetoida, koji se mogu detektovati kada se nađu u relativnoj blizini Zemlje. Sudar Zemlje sa ovakvim korpuskulama predstavlja globalnu katastrofu.

Mega-svet dimenzija preko 10 km pa do globalnih dimenzija je pretežno oblast primene metode daljinske detekcije. Izučavaju se i okonturuju složena geološka tela viših rangova na geološkim kartama sitnih razmera, najčešće u kabinetu. U ovoj oblasti nema direktnog kontakta između objekta istraživanja i istraživača i zato raste značaj kabinetskog rada. Regionalne geološke jedinice još uvek se mogu sagledati na satelitskim i aerosnimcima, a sferna površina Zemlje onemogućava sagledavanje bilo koje zemljine geosfere u celosti. Predpostavljamo da je relativno mala masa materije organizovana u tela koja su razasuta u Univerzumu, to su mase planetoida i većih kometa, uključujući i materiju planetnih litosfera, našeg Sunčevog sistema (sl. 3).

Međutim, moguće je da je masa kometa ovih dimenzija značajno velika u galaksijama, uzimajući u obzir postojanje Oortovog oblaka kometa oko Sunčevog sistema.

Drugi autori imaju drugačiji pristup organizaciji materije, koje su uglavnom vezane za geološku problematiku, te će o njima biti reči u okviru geološke organizacije materije.

Gornja granica Mineralnog sveta predstavlja pojavu nove, kosmičke, korpuskule u organizaciji materije Univerzuma, a to su dimenzije planeta. Veće mase dovode do pojava termonuklearnih reakcija u kosmičkim telima, što je ograničeno količinom mase. Mi još uvek ne znamo da li je najveća planeta Sunčevog sistema možda još nerođena zvezda. U svakom slučaju, gornja granica Mineralnog sveta je na dimenziji od oko 10^8 m, iznad koje Zemlja postaje kosmička korpuskula.

Velika, ako ne i pretežna, masa Mineralnog sveta su molekuli u gasovitom ili tečnom agregatnom stanju, a što je razasuto u kosmičkom prostoru ili se nalazi u atmosferama i hidrosferama planeta. Na sl. 3 prikazani su samo neki od tih molekula, ali zbog njihovih sličnih dimenzija nije bilo moguće prikazati većinu, već samo one najznačajnije (ali bez veoma rasprostranjenih molekula CH_4 (metana), H_2S (vodonik sulfida), CN (cijana) i drugih.

KOSMIČKI SVET

Negacijom kristala minerala i molekula, odnosno prelaskom kvantiteta geoloških tela u nov kvalitet planete kao korpuskule, mi smo zakoračili u Kosmički svet. Dimenzije Kosmičkog sveta su najvećeg raspona, od 10^8 do $n*10^{26}$ m, što znači 18 redi veličine jedinice za dužinu, metra. Dimenzije Univerzuma su stvarno "kosmičke", one obuhvataju najveći raspon, a to je iz razloga što nismo u stanju da efikasno ovu celinu podelimo na manje celine, jer su nam (uglavnom) nepoznate najviše forme organizacije materije.

Veliki prostor Kosmičkog sveta preliminarno delimo na 5 celina:

1) Giga-svet, dimenzija od 10^8 do 10^{11} m (3 reda veličine)
2) Tera-svet, dimenzija od 10^{11} do 10^{14} m (3 reda veličine)
3) Peta-svet, dimenzija od 10^{14} do 10^{17} m (5 redi veličine)
4) Eksa-svet, dimenzija od 10^{17} do 10^{20} m (3 reda veličine)
5) Galaktički svet, dimenzija od 10^{20} do 10^{26} m (6 redi veličina)

Kosmički svet je svet apsolutne vladavine gravitacione sile, koja konačno preovlađuje. Istina je da u Kosmičkom svetu dolazi do izražaja i Kulonova sila, ali samo kao magnetska sila, dok električna komponenta ne dolazi do izražaja. Gravitacija je ta koja dimenzioniše kosmičke objekte, njihovu veličinu i sudbinu.

U kosmičkom prostoru nalaze se sve moguće korpuskule, ali mi smatramo da dolaze do izražaja samo one korpuskule i korpusi koji imaju dovoljno veliku masu da se mogu smatrati za kosmičke objekte. Zrno prašine, da ne kažemo molekul ili subatomska čestica, nemaju dovoljnu veličinu ni masu pa ne mogu ni biti kosmički objekti, jer se prosto ne zapažaju u polju carovanja gravitacije.

Kosmički svet počinje Giga-svetom (10^8 do 10^{11} m), gde se formiraju zvezde glavnog niza kao kosmičke korpuskule. To je vrh uzlazne linije "Velike simfonije Prirode (Univerzuma)", gde smo predstavili samo 4 zvezde (Sl. 4): najmanju Luiten 726-8B, zatim Sunce, Sirijus A i na kraju najveću poznatu zvezdu HD-47129 koja ima 76 mase Sunce. Zvezde glavnog niza nadovezuju se na liniju planeta, malih i velikih, koje se sem Jupitera i Saturna transformišu u korpuskule u Mineralnom svetu, ali su to prave kosmičke korpuskule.

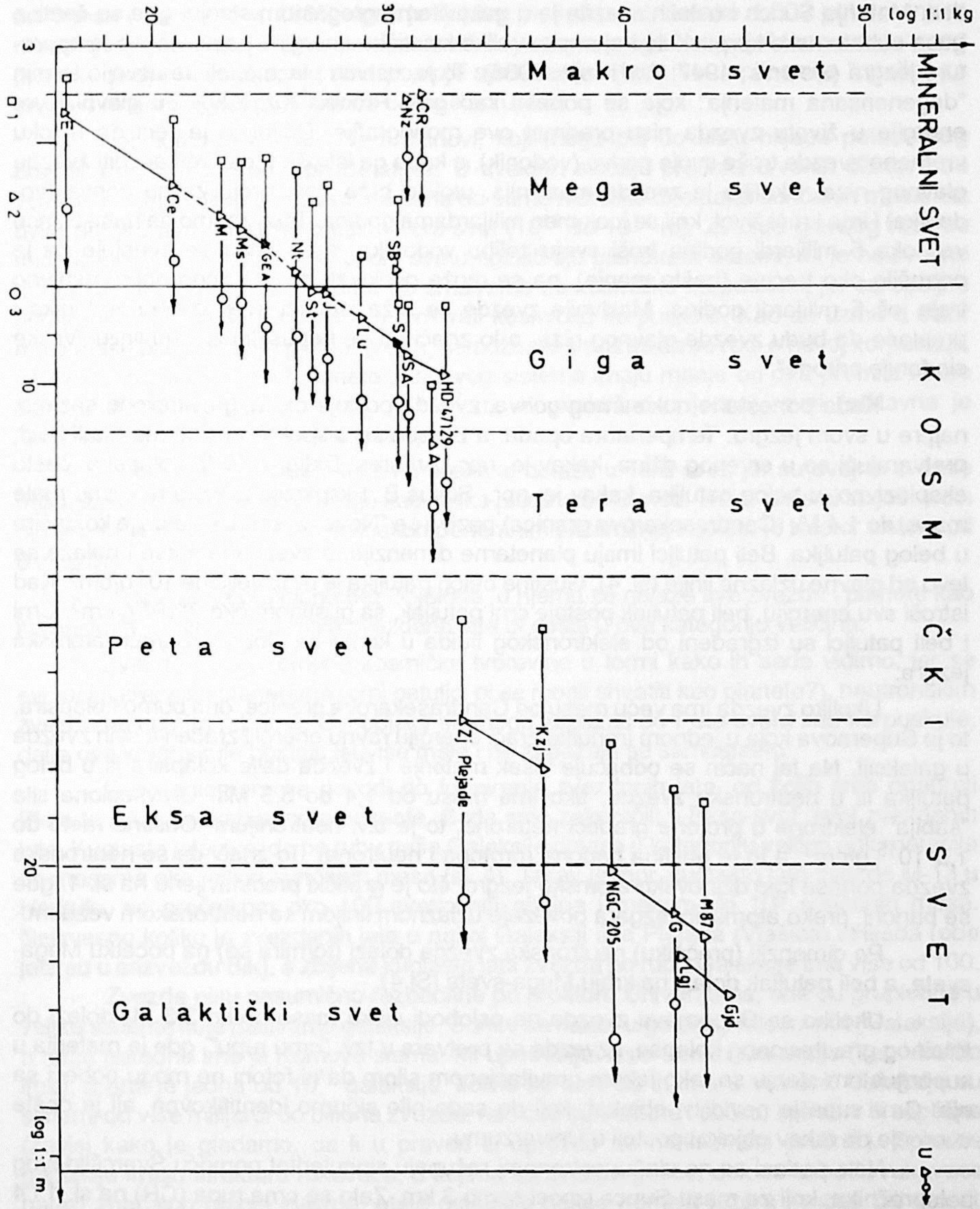
Zemlja (Gea) kao kosmička korpuskula ima sledeće karakteristike (koordinate): prečnik $D = 1{,}274*10^7$ m, i masu $M = 5{,}974*10^{24}$ kg i gustinu $d = 5{,}517$ g/cm^3. Jupiter kao najveća planeta Sunčevog sistema ima 11 puta veći prečnik od Zemlje, a samo 318 puta veću masu, tako da mu je gustina $d_j = 1{,}34$ g/cm^3. Saturn je karakterističan po tome što mu je prečnik nesrazmerno veći u odnosu na masu, tako da mu gustina pada na 0,71 g/cm^2, a to dovodi do malog "isčašenja" sa prave "Velike simfonije Univerzuma" (sl. 3 i 4).

Sunce kao kosmička korpuskula ima sledeće dimenzije: prečnik $D_s = 1{,}391*10^9$ m, masu $M_s = 333.580\ M_z = 1{,}99*10^{30}$ kg i gustinu $d_s = 1{,}41$ g/cm^3. Po gustini, Sunce, a i druge zvezde glavnog niza su slične velikim planetama, razlika je samo u masi a iz te razlike proizilaze sve ostale razlike. Veličina zapremine Sunca i ostalih zvezda glavnog

---

Sl. 4 - Grafički prikaz Kosmičkog sveta u funkciji mase (kg) prema veličini objekta (m), u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:1" (kg i m).
E - Eros, Ce - Cerera, M - Mesec, Ms - Mars, Gea - Zemlja, Nt - Neptun, St - Saturn, J - Jupiter, Lu - Najmanja poznata zvezda, S - Sunce, SA - Sirijus A, HD-47129 - najveća poznata zvezda, SB - Sirijus B, (beli patuljak), Nz - neutronska zvezda, CR - crna rupa, A - Antares (crveni džin), Zj Plejade - zvezdano jato plejade, Kzj - kuglasto jato zvezda, NGC-205 - mala galaksija, G - Galaksija (Mlečni put), M-87 - velika galaksija, Lzj - lokalno galaktičko jato, Gjd - galaktičko jato u Devici, U - Univerzum (barionsko ostrvo).
1 - korpus (telo), 2 - transformacija korpusa u korpuskulu i obratno (rađanje korpuskule), 3 korpuskula (čestica), 4 - fundamentalna korpuskula (čestica).

Fig. 4 - Graphics of Cosmic world as a function of mass (kg) to the object size (m), in logarithmic statistical scale "log 1:1 (kg and m).
E - Eros, Ce - Ceres, M - Moon, Ms - Mars, Gea - Earth, Nt - Neptune, St - Saturn, J - Jupiter, Lu - the smallest known star, S - Sun, SA - Sirius A - HD-47129 - the largest known star, SB - Sirius B (white dwarf), Nz - neutron star, Cr - black hole, A - Antares (red giant), Zr - Pleiades constellation, Kzj - globular cluster of stars, NGC-205 - small galaxy, G - Galaxy (Milky Way), M-87 - large galaxy, Lzj - local group of galaxies, Gjd - group of galaxies the Virgo constellation, U - Universe (baryon isle).
1 - Corpus (body), 2 - transformation of corpus into corpuscle and oposite (birth of corpuscle), 3 - corpuscle (particle), 4- fundamental corpuscle (particle).


log 1:1 kg
20
30
40
50
MINERALNI SVET
KOSMIČKI SVET
Makro svet
Mega svet
Giga svet
Tera svet
Peta svet
Eksa svet
Galaktički svet
E
Ce
CR
Nz
M
Ms
GEA
Nt
St
J
SB
S
Lu
SA
HD-47129
A
Zj Plejade
Kzj
NGC-205
M87
G
Lgj
Gjd
1
2
3
10
20
log 1:1 m

niza imaju srazmerno slične mase kao i velike planete, ali ogromna zvezdana masa dejstvuje sopstvenom gravitacionom silom na svoju unutrašnjost da se u Suncu i drugim zvezdama ne mogu formirati i održati atomi i molekuli kao korpuskule. Gravitaciono sažimanje dovodi do pojave ogromnih pritisaka u unutrašnjosti ovih objekata, uz oslobađanje velike količine toplotne energije, odnosno kinetičke energije subatomskih čestica. Materija Sunca i ostalih zvezda je u gasovitom agregatnom stanju, gde su čestice gasa subatomske korpuskule i atomska velike kinetičke energije, znači visoke temperature jezgra (Jeans, 1947; Asimov, 1985). To je, ustvari plazma, ali se usvojio termin "degenerisana materija" koja se ponaša kao gas. Procesi fuzije koji su glavni izvor energije u životu zvezda nisu predmet ove monografije. Dovoljno je reći da u toku vremena zvezde troše svoje gorivo (vodonik), a kada ga istroše tada prestaju biti zvezde glavnog niza. Ukoliko je zvezda masivnija, utoliko brže troši svoju zalihu goriva (vodonika) i ima kraći život, koji se ipak meri milijardama godina. Tako znamo da naše Sunce već oko 5 milijardi godina troši svoju zalihu vodonika, a do sada se ocenjuje da je potrošilo oko trećine (nešto manje), pa se može očekivati da praktično nepromenjeno traje još 5 milijardi godina. Masivnije zvezde će brže istrošiti svoju zalihu vodonika i prestaće da budu zvezde glavnog niza, a to znači da će napustiti uzlaznu liniju "Velike simfonije prirode".

Kada ponestane nukleamog goriva, zvezda počinje da se gravitaciono sažima, najpre u svom jezgru. Temperatura opada, a zvezda se u spoljnim kalotama hladi i širi, pretvarajući se u crvenog džina, kakav je, npr., Antares. Dalje, zvezda kolapsira, često eksplozivno, u belog patuljka, kakav je, npr., Sirijus B. Eksplozija zvezde relativno male mase, do 1,4 M_s (Čandrasekarova granica) naziva se "Nova" zvezda, koja dalje kolapsira u belog patuljka. Beli patuljci imaju planetarne dimenzije, a zvezdane mase i nalaze se levo od glavne uzlazne linije (sl. 4). Gustina belog patuljka je reda veličine 10^4 g/cm^3. Kad istroši svu energiju, beli patuljak postaje crni patuljak, sa gustinom oko $2*10^4$ g/cm^3. Crni i beli patuljci su izgrađeni od elektronskog fluida u kome se slobodno kreću atomska jezgra.

Ukoliko zvezda ima veću masu od Čandrasekarove granice, ona burno kolapsira, to je Supernova koja u jednom trenutku zrači energiju ravnu energiji zračenja svih zvezda u galaksiji. Na taj način se odbacuje višak materije i zvezda dalje kolapsira ili u belog patuljka ili u neutronsku zvezdu, ako ima masu od 1,4 do 3,3 Ms. Gravitaciona sila "sabija" elektrone u protone gradeći neutrone; to je tzv. neutronijum. Gustina raste do $1,5*10^{15}$ g/cm^3, a to je gustina bariona (protona i neutrona). To znači da se neutronska zvezda ponaša kao džinovsko atomsko jezgro, što je grafički predstavljeno na sl. 1. gde se barioni, preko atomskih jezgara povezuje uzlaznom linijom sa neutronskom vezdom.

Po dimenziji (prečniku) neutronska zvezda dolazi (formira se) na početku Mega-sveta, a beli patuljak dolazi na kraju Mega-sveta (Sl.4).

Ukoliko sa Supernova zvezda ne oslobodi viška mase preko 3,3 M_s dolazi do totalnog gravitacionog kolapsa, i zvezda se pretvara u tzv. "crnu rupu", gde je materija u supergustom stanju sa tako jakom gravitacionom silom da ni fotoni ne mogu pobeći sa nje. Crna rupa je nevidljivi objekat, koji do sada nije sigurno identifikovan, ali je opšte uverenje da takav objekat postoji u Univerzumu.

Neki podaci se ne slažu: astronomi računaju singularitet pomoću Švarcšildovog poluprečnika, koji za masu Sunca iznosi samo 3 km. Zato se crna rupa (CR) na sl. 1 i 4 nalazi uz neutronsku zvezdu (Nz), a na granici Makro i Mega-sveta, prečnika 10 km za masu od 10 M_s ($2*10^{31}$ kg). Gustina ovakvog objekta je oko 10^{16} g/cm^3, što je neznatno više od gustine neutronijuma. Teorijski posmatrano, singularitet predpostavlja gravitacioni kolaps do beskonačno velike gustine, ili bar do značajno veće gustine od neutronske zvezde. Tada bi se crna rupa našla u Kvantnom svetu, sudeći po dimenzijama.

Nije jasno određena granična masa između objekta koji može biti samo planeta i objekta koji mora biti zvezda. Jedna od najmanjih zvezda Luiten 726-8B ima amo 1/25 mase Sunca, pa je zvezda. Dž i n s (1947) navodi i manje zvezde, ali su to neprovereni podaci stari preko 50 godina. Ova zvezda je oko 40 puta masivnija od Jupitera. Sam Jupiter je "pod sumnjom", jer on zrači u prostor oko 3 puta više energije nego što prima od Sunca (A s i m o v, 1985). Ipak je Jupiter mali objekat, sa oko 1.000 puta manjom masom od Sunca, pa je teško predpostaviti da je on na pragu "paljenja" termonuklearnog procesa fuzije vodonika, o čemu postoje spekulacije. Kada se Jupiter nije "upalio" za preko 4 milijarde godina, teško da će se ikad upaliti.

Najveće zvezde su crveni džinovi, koji mogu biti do blizu hiljadu puta većeg prečnika od Sunca kao, npr. Betelgez. U svakom slučaju prečnici crvenih džinova su veličine orbita malih planeta, sa masama od samo nekoliko desetaka sunčanih masa. Sa ovim dimenzijama mi smo prešli u Tera-svet (10^{11} do 10^{14} m). Zvezde glavnog niza su sada kosmičke korpuskule. U ovom svetu egzistiraju planetarni sistemi, ali je neizvesno da li možemo planetarne sisteme da smatramo za kosmičke korpuskule, jer su spoljne planete isuviše spore da bi mogle formirati kosmičku korpuskulu. Kad se uzmu u obzir male mase planeta, čak i onih najvećih, nemožemo smatrati da se radi o novoj korpuskuli, pa čak ni o korpusu. Sve planete sunčevog sistema imaju manje od dva promila mase Sunca, a maksimalnu dimenziju $9*10^{12}$ m, ali praktično u jednoj ravni (ništavna je "debljina" upravno na planetne orbite).

Dimenzije zvezdanih sistema svakako dolaze u Tera-svet, jer su dvojne zvezde najčešće udaljene jedna od druge kao velike planete od Sunca. Trojni sistemi su još većih dimenzija, a da ne govorimo o višekomponentnim sistemima, kao što je Kastor sistem od 6 zvezda.

Peta-svet je praktično bez objekata, u njemu se nalaze sve zvezde i planete kao korpuskule. Jedino neka mala zvezdana jata bi došla u ovu kategoriju veličina.

Zvezde su privremene kosmičke tvorevine u formi kako ih sada vidimo, jer se evolucija kreće ka planetama (crni patuljci bi se mogli shvatiti kao planete?), neutronskim zvezdama i crnim rupama. Ovi objekti se mogu zapažati do Peta-sveta kao korpuskule, dalje ove korpuskule postaju isuviše male i ne zapažaju se samostalno.

Dalja aglomeracija dovodi do formiranja zvezdanih jata, od kojih smo odabrali Plejade (Vlašiće) kao veoma poznate. Sada smo zakoračili u Eksa-svet, svet zvezdanih jata. Kuglasta jata zvezda po rubu naše Galaksije dolaze u kategoriju velikih aglomeracija sa masama oko milion sunčanih masa (sl. 4). Takav je, npr. kuglasto jato zvezde M-13 u Herkulu, sa prečnikom oko 100 svetlosnih godina i masom do 10^6 sunčanih masa. Neizvesno koliko je zvezdanih jata u našoj Galaksiji tipa Plejada (Vlašića) i Hijada (oba jata su u sazvežđu Bik), a zbijena kuglasta jata zvezda po rubu Galaksije ima više od 100.

Zvezde nisu nasumično razbacane po prostoru Univerzuma, one su grupisane u velike sisteme koje nazivamo galaksije. Sunce se nalazi u galaksiji Mlečni put (Galaksija), a naše narodno ime je Kumova slama. Mi upotrebljavamo termin Galaksija (kao vlastito ime), a ona je jedna od 10^{11} galaksija, koliko se ceni da ih ima u Vasioni. Galaksije su sistemi od više milijardi do biliona zvezda, različite su veličine i oblika, spiralne ili eliptične (zavisi kako je gledamo, da li u pravcu ili upravno na maksimalni prečnik). Spiralne galaksije imaju strukturu rukavaca, u kojima su zvezde gušće, dok se između rukavaca nalazi značajno manje zvezda. Male galaksije nekad nemaju jezgra i mogu biti sateliti velikih galaksija, dok velike galaksije imaju jezgro gde je gustina zvezda znatno veća. Neka jezgra su aktivna, neka superaktivna kao kod Sajfertovih glaksija, tada su jezgra slična kvazarima. O tome se može mnogo pisati, a to nije predmet ove monografije.

Tako smo zakoračili u Galaktički svet, od 10^{20} do $n*10^{26}$ m, a to je prostor Univerzuma koji bi trebalo podeliti na dva dela, ali nema više naziva prefiksa jedinice za dužinu, metra.

Veliki prečnici galaksija su reda veličine 10^{20} do $n*10^{21}$ m (10^4 do $n*10^5$ svetlosnih godina ili od 4 do 100 kiloparseka), sa masama 10^{39} do 10^{43} kg (10^9 do 10^{13} sunčanih masa). Jedna od najmanjih galaksija je NGC-205 (sl. 4) veličine oko 4 kiloparseka i oko milijarde sunčanih masa. Naša Galaksija ima oko 30 kiloparseka (oko 10^5 svetlosnih godina i masu oko $2*10^{11}$ sunčanih masa ili $4*10^{41}$ kg), ona ima dve satelitske galaksije (Veliki i Mali Magelanov oblak koji se vide sa južne hemisfere). Slična je spiralna galaksija M-31 u sazvežđu Andromeda, takođe sa dve satelitske galaksije; a to je jedina galaksija koja se vidi golim okom. Džinovska galaksija M-87 u sazvežđu Devica ima prečnik oko 100 kiloparseka i masu 10^{13} sunčevih masa (oko 10^{43} kg).

Galaksije takođe nisu razbacane po prostoru, one se takođe grupišu u galaksička jata, što je najviši stepen organizacije materije Univerzuma. Lokalno galaktičko jato u kome se nalazi naša Galaksija sa još 18 drugih galaksija (sa M-31, NGC-205) je grafički prikazano na sl. 4. Jedno od najvećih galaktičkih jata je u sazvežđu Devica, sa M-87 i još nekoliko stotina drugih galaksija. Možda ima i manjih i većih galaktičkih jata, ali ovo je dovoljno za našu ilustraciju organizacije materije Univerzuma.

Karakteristično je da se ovi objekti: zvezdana jata, galaksije i galaktička jata takođe nalaze na uzlaznim linijama, paralelnim (više ili manje, jer nemamo preciznih podataka o veličini i masi ovih objekata) uzlaznoj liniji nazvanoj "Velika simfonija prirode (Univerzuma)", što jasno govori da postoji određena struktura organizacije materije Univerzuma, od najsitnijih subatomskih korpuskula, pa do najvećih kosmičkih korpuskula (sl. 1 i 4). Razlika je (bitna) samo u gustini, zvezdana jata imaju gustinu reda veličine 10^{-15}? g/cm^3, galaksije imaju manju gustinu, oko 10^{-20}? g/cm^3, galaktička jata imaju još manju gustinu, reda 10^{-25}? g/cm^3, dok ne dođemo do gustine samog Univerzuma koja je ocenjena na $1,7*10^{-24}$ g/cm^3 (A s i m o v, 1985, s. 19). Ova gustina predpostavlja da se u svakom cm^3 Svemira nalazi po jedan barion (ili atom vodonika). U to ne veruje ni sam A s i m o v, jer kasnije (s. 89) piše da gustina od $6*10^{-30}$ g/cm^3 je dovoljna da zaustavi širenje Kosmosa (1 atom vodonika na svakih 0,35 m^3); a tada bi Svemir nastao pre 13,3 milijarde godina.

U svakom slučaju ranije ocenjene gustine bi imale popravku, ali mi sada ne znamo koliko, pa ostavljamo ovu ocenu.

Rotacija korpuskula (i korpusa) u prostoru je opšta osobina, tako isto rotiraju i kosmičke korpuskule, uključujući i sam Univerzum koji je korpuskula u beskonačnom univerzumu.

Oduvek postoji interesovanje za položaj Zemlje u Svemiru, mnogi su izgubili glavu pomerajući Zemlju iz centra Svemira. Naš položaj je vezan za položaj Sunca u Galaksiji, a to je po oceni oko 30-40 hiljada svetlosnih godina od centra Galaksije u sazvežđu Strelac.

Ima mišljenja (M a r o č n i k, 1982) da je galaktička putanja Sunca u specijalnom tzv. "korotacionom krugu" (krugu života) i da se gasno-prašinasti oblak kretao kroz gusto naseljene zvezdama rukavce, a da je eksplozija supernove zvezde (dve takve eksplozije) uslovila zgušnjavanje oblaka iz koga su postale planete i Sunce. Naročiti položaj Sunca u Galaksiji (između gusto naseljenih rukavaca) omogućio je nastanak i održanje života na Zemlji, inače u rukavcima postoji stalna opasnost od uništenja života nekom od eksplozija supernovih zvezda. Takva eksplozija na manjoj daljini od 50 svetlosnih godina potpuno bi uništila život na Zemlji.

U toku istorije zabeležene su samo 4 supernove (A s i m o v, 1985): 134 godine pre nove ere koju je opisao H i p a r h iz Nikeje, 1054. godine koju su opisali kinezi i

japanci, 1572. godine koju je opisao **Tiho Brahe** i 1604. godine koju su opisali **Kepler** i **Galilej**. Super nova iz 1572. godine bila je 5-10 puta sjajnija od Venere (verovatno oko 100 puta sjajnija od Sirijusa), ona se mogla videti danju i za vreme tamne noći je bacala senku. Ova supernova je bila u sazvežđu Kasiopeje, tako da se neprekidno videla u severnoj Evropi. Supernova iz 1604. godine je bila u sazvežđu Strelca, sjaj je bio oko 30 puta slabiji od prethodne, a oko tri puta je bila sjajnija od Sirijusa.

Zašto u Evropi nisu zabeležili supernovu iz 1054. godine koja je bila u sazvežđu Bika, tada je upravo bio raskol između vaseljenskog patrijarha i pape, a moguće je da nije zapažena, jer se u proleće slabo vidi taj deo neba.

Bliži se 4 veka od kako nema ni jedne supernove blizu Sunca, tako da ni jedna pojava nije posmatrana teleskopima. Izuzetak je supernova 1987A u satelitskoj galaksiji Veliki magelanov obliak, koja je samo instrumentalno posmatrana sa južne hemisfere.

U eksploziji supernove zvezda teče nukleosinteza najtežih hemijskih elemenata, do kaliformijuma Cf-254, koji je rodonačelnik torijuma, a tom prilikom se stvaraju svi aktinidi, pa i uran. Nukleosinteza koja teče u unutrašnjosti zvezda ide kao egzotermna reakcija (uz oslobađanje toplote) sve do sinteze jezgra gvožđa, a na dalje taj proces je endoterman i teče uz apsorpciju energije. Zato se dalja nukleosinteza odigrava u eksplozijama novih i supernovih zvezda, a tom prilikom se teški (i drugi) elementi raspršavaju po kosmičkom prostoru. Bez tih procesa, nebi bilo moguće formiranje planeta, bar ne pogodnih za nastanak i održanje života.

Preko dimenzije 10^{20} m do dimenzije 10^{21} m sve galaksije postaju kosmičke korpuskule, a preko dimenzije 10^{22} m mogu egzistirati samo galaktička jata, za koje ne znamo da li predstavljaju kosmičke korpuskule.

Sada naš "pogled" doseže do oko 12 milijardi svetlosnih godina, a to je 10^{26} m. Istina je da je ta informacija toliko stara, ali da je Kosmos dva puta veći to je opet isti red veličine. Preko te dimenzije Univerzum postaje korpuskula u univerzumu. Predpostavljamo da je prostor do sledeće korpuskule znatno veći, zato o njemu nemamo nikakvih informacija.

Univerzum je postao od singulariteta nazvanog "Kosmičko jaje", a ima mišljenje da se Univerzum posle Velikog praska rasteže (širi), da bi se opet vratio sažimanjem u singularitet Kosmičkog jajeta. S e n d e j dž predpostavlja (iz A s i m o v, 1985, s. 89) da se svakih 80 milijardi godina obrazuje i eksplodira Kosmičko jaje. To i nije tako dug period vremena, smatram da bi on morao biti duži, jer se radi za manje od jednog reda veličine vremena, merenog u godinama. U beskonačnom i stacionarnom univerzumu ima vremena za svaki događaj.

Nove kosmološke teorije (iz predavanja M. Mijića na KNU 26.05.1995.) se naslanjaju na 5 kosmoloških činjenica, koje su ustanovljene posmatranjem:

1) Hablov zakon širenja Kosmosa (crveni pomak u spektru), 2) Ajnštajnovu opštu teoriju relativnosti, 3) Kvantnu fiziku, 4) Obilje lakih elemenata u Kosmosu, 5) Pozadinsko (reliktno) zračenje

Kosmos se širi kao sfera, a ta sfera ima tri dimenzije, dok je radijus sfere vreme. Idući po radijusu idemo u prošlost ili budućnost.

Razlika u gustini materije i energije u prostoru Kosmosa je primarna, zato se Kosmos nejednako širi, pa je sfera neravna (sa reljefom). Neki misle da su te razlike toliko velike da Kosmos i nije sfera, već je to **fraktal** u celoj svojoj strukturi.

Po savremenom shvatanju, singularnost nije trajna, a ona traje Plankovo vreme (10^{-43} s). Zbog ogromnog pritiska vakuuma (zbog beskonačne vrednosti gustine singularnosti) odmah dolazi do **"Velikog praska"**.

U toku širenja Kosmosa, vakuum može "stvarati" novu materiju (čestice). Ako je gustina veća od 10^{-29} g/cm^3 Kosmos će se sabiti do singulariteta. Ne zna se šta je nevidljiva materija, a nje ima oko 90%, a možda i 99% od ukupne materije.

GEOLOŠKA ORGANIZACIJA MATERIJE

Geološka organizacija materije odnosi se prvenstveno na organizaciju materije Litosfere planete Zemlje, a posredno i na litosfere malih planeta, planetskih satelita i planetoida. To je specifični aspekt organizacije materije Mineralnog sveta, koji je zanemarljiv i Univerzumu. Organizaciju materije cele zapremine naše planete nedovoljno poznajemo, ali u principu ona treba da je slična Geološkoj organizaciji materije Litosfere (uz specifičnosti kao posledice ponašanja materije pod visokim pritiskom, koji dovodi do deformacije molekula i kristala, koje predviđa teorija Savić-Kašanin -S a v i ć, 1978).

Geološka organizacija materije Litosfere bila je predmet izučavanja mnogih autora, sa različitih aspekata, a o tome postoji bogata literatura (koju je praktično nemoguće kompletno konsultovati). U literaturi ove monografije navedeni su naslovi samo konsultovane (pročitane) literature, a u literaturama ovih naslova ima puno novih naslova koji mogu biti konsultovani od strane čitaoca (G r u b i ć, i dr., 1974; G r u b i ć, 1985, 1994; K r u t, 1978; Geologičeskie tela; 1986; O m a lj e v, 1987, 1992, 1994; M a u l e n o v, 1987; N i k o l i ć, 1989; B a b o v i ć, 1992, 1993, i mnogi drugi).

K r u t (1978, s. 5) piše: "U uslovima usložnjavanja uzajamnog dejstva prirode i društva, kada se javljaju ne samo pozitivne, nego i negativne posledice naučno-tehničke revolucije u odnosu na prirodnu sredinu, centralni položaj u savremenoj nauci moraju imati nauke o Zemlji, ali ne u vidu konglomerata disciplina, već u integralnoj sintezi, u vidu jedinstvene nauke o Zemlji, koja objedinjuje geografiju, geologiju, geofiziku, geohemiju, planetologiju, ekologiju, i drugo. Još u prošlom veku takav sveobuhvatni "zemljopis" E. H e k k e l je nazvao "pangeologija", a zatim N.Ja. G r o t "geonomija".

K r u t (s. 14) smatra da je planeta Zemlja objekt geonomije (što je pojam širi od "geognozije") kao celokupni sistem, koja integriše podsisteme organizovane na nivoima geofizičkih polja i čestica, atomsko-molekularnih geohemijskih asocijacija, mineralnostenskih, geoformacionih i drugih geomaterijalnih parageneza, ekosistema i geosfera. Sa tog aspekta K r u t je objavio svoju monografiju "Uvod u opštu teoriju Zemlje" (1978), koju citiramo.

K r u t u svojoj monografiji posmatra organizaciju materije Zemlje kao organizaciju različitih geosfera, počev od elementarnih čestica (npr. elektronosfera, nuklonosfera), preko atmosfere i molesfere dolazi do kvazisfera u koje najčešće ubraja fizička polja oko planete Zemlje. Ova složena struktura organizacije materije ne vodi računa o principima dijalektike, kod K r u t a nema prelaza kvantiteta u kvalitet, bez obzira što ovaj autor piše (K r u t, 1978, s. 35) "Celina je nešto više od sume njegovih delova, celina se ne svodi na sumu delova". Ova misao se svodi na prelaz kvantiteta u kvalitet, ali K r u t to samo delimično uviđa, jer smatra da se celokupnost sveta samoprožima od najsitnijih korpuskula pa do one za nas najkrupnije, same planete Zemlje. Ovu složenu organizaciju materije planete Zemlje usvaja M. B a b o v i ć (1992a), dopunjujući je svojim poimanjem strukture organizacije geološke sredine.

Autor ove monografije smatra da nema samoprožimanja svih vidova korpuskula koje je fizika do sada identifikovala sa našim Mineralnim svetom, jer su kvarkovi trajno zarobljeni u subatomskim česticama (mezonima i naročito barionima) i na višem nivou

organizacije materije oni više "ne postoje", isto tako su barioni i elektroni zarobljeni u atomu i oni kao korpuskule više "ne postoje" u većoj dimenziji prostora; tako isto su atomi zarobljeni u molekulima i kristalima i oni više "ne postoje" u Mineralnom svetu. Naši "upadi" u Kvantni svet su instrumentalni i trenutni, a materija se trenutno "reorganizuje" u stabilne forme postojanja, u molekule i kristale kao korpuskule.

K r u t (1978) nema ništa veće od "molesfere", on pribegava "kvazisferama" (s. 190) i "ergosferama", jedino u okviru "agregatosfere" (koja je vertikalno povezana sa ergosferama") izdvaja "jonosferu, atmosferu, hidrosferu i terasferu" (terasfera je čvrsta sfera, znači Litosfera).

Smatramo da je K r u t došao u velike teškoće zato što nije poštovao zakone dijalektike, te je pribegao veoma komplikovanoj strukturi organizacije materije, misleći prvenstveno na planetu Zemlju. On zato piše (s. 33): "Očevidno, stvari-sistemi, nalaze se u takvom redu odnosa "usmerenosti", što dovodi ka različitim nivoima organizacije, kao po pravilu, ne po prostoj koordinaciji i subordinaciji .... obrazujući pri tom strukturne nivoe".

Međutim, smatramo da se primenom zakona dijalektike uvodi koordinacija i subordinacija u organizaciji materije Univerzuma, pa takođe i Mineralnog (geološkog) sveta; koja se može dovoljno uprostiti da bude shvatljiva i zadivljujuće logična.

Dalje K r u t (1978, s. 65) piše: "Kao glavne grupe nivoa organizacije, ustanovljene kao empirijska uopštavanja, odnose se na nivoe subatomski, atomsko-molekularni, geografsko-geološki, biološki, kosmički. Svaka grupa je višestepena. Tako, npr., u grupi geološkog nivoa izdvajaju se nivoi mineralni, stenski, geoloških formacija, geotektonskih sistema, geosfera i planeta u celini".

Kao što se iz izloženog vidi, K r u t navodi subordinaciju u organizaciji materije, počev od elementarnih čestica pa sve do planete u celini (misleći na Zemlju), ali, po našem mišljenju, ne izvodi prave zaključke, jer se nalazi u nesređenosti prožimanja svih ovih sfera (masasfera i ergosfera = sfera masa i energije) i "kvazisfera". On ne sagledava važnost zakona o prelasku kvantiteta u kvalitet (i obrnuto) na određenim dimenzijama prostora; sintezom, odnosno dezintegracijom korpuskula. On ne sagledava da u prirodi u osnovi postoje dve vrste objekata: korpuskule (telašca = čestice) i korpusi (tela), po definiciji 11; kod njega je sve to ravnopravno i to dovodi da se celokupna struktura organizacije prožima, jer strukturne nivoe ove organizacije smatra empirijskim. Naročito je čudno da "agregatosferu" (gde dolazi i terasfera, odnosno Litosfera) stavlja u subordinaciju sa "ergosferom" (gravisferom, elektromagnetosferom), i poljima "elektrona (pozitrona)", "mezona-nuklona" i "radioaktivnosti". Na taj način je narušen dualizam materije, koja se pojavljuje kontinuirano kao polje i diskontinuirano kao korpuskula; a što treba posebno posmatrati.

Predmet izučavanja Geološke organizacije materije su strukturne jedinice organizacije materije Litosfere, a to su "geološka tela" kao osnovni elementi strukture te organizacije. Ova struktura se uklapa kao segment u organizaciju materije Univerzuma, a dolazi između korpuskula molekul-kristal i planeta (Zemlja), kao segment Mineralnog sveta. Važan aspekt ove organizacije je izučavanje geohemijske raspodele masa hemijskih elemenata u prostoru (masi) geoloških tela, što predstavlja nadgradnju ove organizacije; o čemu će biti reči u odgovarajućem poglavlju ove monografije. Geohemijski aspekt izučavanja je posledica sagledavanja strukture geološke organizacije materije, što nije bilo lako sagledati, odnosno definisati.

GEOLOŠKO TELO

Geološko telo je objekat geološke organizacije materije Litosfere, a to se može proširiti i na litosfere malih planeta, planetskih satelita i planetoida. Za sada se geološke nauke uglavnom bave izučavanjem materijalnog sastava, strukture i geološke evolucije materije Litosfere naše planete.

Litosfera kao spoljna čvrsta zemljina geosfera je segment Mineralnog sveta molekula i kristala kao korpuskula i njihovih agregata, geoloških tela. Interval prostora egzistencije geoloških tela je značajno sužen, preliminarno smatramo da se ovaj interval najčešće kreće od 10 do 10^6 metara (retko je manje ili veće od 5 redi veličine).

Relativno je malo literaturnih podataka o terminologiji u vezi sa geološkim telima, što je posledica uverenja da je pojam geološko telo jasan i da tu nema šta da se izučava. Ima autora koji gotovo ne pominju ili vrlo retko pominju geološko telo (D i m i t r i j e v i ć, 1978; N i k o l i ć, 1989; i drugi).

Najčešće se smatra da je geološko telo "*Deo statičnog geološkog prostora, ograničenog geološkom granicom, unutar koje su postojane ili se postepeno menjaju karakteristike, po kojima su određene granice toga tela* (K o s i g i n, 1964; blizak tome: V o r o n i n, 1964; K o s i g i n, i dr., 1964; K o s i g i n, V o r o n i n, 1965; K o s i g i n, 1969, 1974, 1983; K o s i g i n, K u l i n d i š e v, 1981)", citirano iz terminološkog priručnika **"Geologičeskie tela"** (1986, s. 14). U ovom priručniku nalaze se još neke opisne, uglavnom neprecizne definicije, kao što su: "*Ograničena, oformljena geološka stvar, koja ima određeni sastav i strukturu* (Č e r k a s o v, 1976)"; "*Realni objekti, sa kojima geolog ima posla na terenu i koje može neposredno izučavati* (P a r f e n o v, 1976; blizak B o g d a n o v, i dr., 1975"; "*Geološki prostor-vreme, koje karakterišu minimum tri hronometrijska parametra, koji se nalaze u relativno stacionarnom stanju* (E r m o l a j e v, 1972)"; "*Specifična forma predstave prirodnih sistema, u kojem se elementarne ćelije nalaze u gustom pakovanju* (G o r d a e v, i dr., 1976; Z a b r o d i n, K u l i n d i š e v, 1977)". Iz ovih primera, a nema ih bitno više u priručniku, vidi se da se sovjetski autori nisu mnogo bavili definisanjem pojma "geološko telo".

Veoma dobru, ali predugu, definiciju (opis) geološkog tela je dao S t e p a n o v i ć, (1958, s. 155): "*To je jasno ograničena stenska masa u sklopu terena, koja je po završenom formiranju predstavljala genetsku i fizičku celinu, dok joj sadašnje granice mogu biti određene ili samo uslovima njenog formiranja, ili, pak, docnijom geološkom istorijom*". Ovaj autor dalje navodi da geološko telo treba da ima "megaskopske veličine", a što je naročito karakteristično, S t e p a n o v i ć navodi: "Međutim, zrno šljunka, valutak ili "blok" neke stene nisu geološka tela ni kad su u svom prirodnom ležištu - nego su oni elementarne čestice nekog geološkog tela (npr. sloja šljunka, konglomerata, odnosno brečije ili sipara)". Iz ovoga je vidno da je S t e p a n o v i ć (1958) naslućivao da postoje "elementarne čestice" koje su samo sastojci geološkog tela, a ne mogu samostalno biti geološko telo.

Međutim, to nije bilo jasno B a b o v i ć u* (1992a, s. 29 i 30) kada piše: "Nema, međutim, suštinskog razloga da se kao geološko telo ne izdvoji i bilo koje zrno kalcita, bez obzira na to da li se vidi golim okom ili tek pod mikroskopom. Zrno kalcita može biti veće od pojedinih monolita. Veoma krupni kristali feldspata (metarske veličine) nađu se u pegmatitima, u kojima se - s druge strane - nađu i santimetarski monoliti omeđeni

---

* O tome smo više puta diskutovali, ali iznenadna smrt M.B a b o v i ć a (novembra, 1993) prekida ovu plodnu saradnju, koja bi, verovatno, dovela do usaglašavanja mišljenja o geološkim telima.

pukotinama. Voroninov kriterijum kontinualnosti zastupljen je striktnije kod minerala, nego kod stena! Pored toga, minerali mogu sadržati uklopke različitog porekla (stene, biljke i dr.), pa bi bio apsurd ne smatrati kristal za geološko telo, a stenski uklopak u njemu ili zanemariti, ili ga proglasiti geološkim telom".

"*Pod geološkim telom treba podrazumevati deo prostora zauzet stenom, unutar kojeg ostaju kontinualni bar oni parametri na osnovu kojih je izdvojena granica tog dela prostora*" (V o r o n i n i G o l d i n a, 1964 - prema B o n d a r i k u, 1981; iz B a b o v i ć, 1992a, s. 29).

Ponovo smo kod osnovnog sastojka koji izgrađuje geološka tela, kod kristala određenog minerala. Ove razlike u shvatanjima pojedinih autora dolaze od različitog shvatanja šta je, ustvari, kristal u geološkoj organizaciji materije Mineralnog sveta (Litosfere).

Po našem shvatanju, kristal je makromolekul (O m a lj e v, 1987a:, 1992a, 1994a), znači korpuskula, bez obzira na svoju veličinu; jer je on multiplet elementarne ćelije kristala. Kristal minerala je homogena supstancija (definicija 12 i 13), koja tu homogenost zadržava prilikom drobljenja sve do svoje elementarne ćelije; dalje, jednostavno kristal se ne može drobiti jer smo prešli graničnu dimenziju 10^{-8} m, koja deli Mineralni od Kvantnog (Nano) sveta. Prelaskom te granice kristal se kao korpuskula dezintegriše na atome (jone), a od kvaliteta (kristal minerala) postaje kvantitet (atomi hemijskih elemenata). Zato kristal minerala bez obzira na svoje dimenzije jeste korpuskula, koju je priroda odredila za elementarnu za Mineralni svet.

Kristal minerala dolazi u grupu homogene supstancije, i to čiste homogene supstancije, sa tačno određenim hemijskim sastavom koji se izražava hemijskom formulom; a struktura kristalne rešetke pripada Kvantnom (Nano) svetu, koja za Mineralni svet "ne postoji". Pojava izomorfnog zamenjivanja pojedinih atoma i jona u kristalnu rešetku takođe pripada Kvantnom (Nano) svetu, a kao posledica je složeniji hemijski sastav kristala minerala, koji se, opet, može izraziti hemijskom formulom. Izomorfizam ne narušava homogenost kristala.

Geološko telo, u najvećem broju slučajeva, dolazi u grupu heterogenih supstancija, jer ga izgrađuju kristali različitih minerala; po pravilu, to je heterogena smeša kristala minerala. U slučaju monomineralnog sastava geološkog tela, ono dolazi u grupu homogenih smeša; tada je to smeša kristala istog minerala. Kao izuzetak, klastične sedimentne stene su heterogene smeše odlomaka (fragmenata) drugih stena i minerala.

"*Geološko telo je fizički realno telo u Zemljinoj kori, koje se izdvaja (okonturuje) po unapred određenim karakteristikama. Po pravilu, karakteristike geološkog tela su njegove osobine koje se mogu geološki opisati i meriti, npr. mineralni sastav, hemijski sastav, strukturne karakteristike, geotektonski položaj, itd.*" (O m a lj e v, 1987a, s. 26). *Dalje se navodi (s. 27): "U odnosu na određene osobine, geološko telo se može definisati kao "kontinuum" (prostor ispunjen supstancom određenog sastava i strukture), dok traje taj zadani kontinuum traje i geološko telo. Na granici zadanog kontinuuma (na diskontinuitetu) prestaje jedno geološko telo, a počinje drugo geološko telo*". Dalje se navodi: "*Geološko telo se javlja kao i posledica diferencijacije materije Zemljine kore u toku geološke evolucije, u najprostijem slučaju to su stene kao zajednica (populacija) minerala određenih vrsta. ... Geološka tela se mogu definisati kao složene asocijacije, pod imenom geološke formacije*".

Tako smo došli do pojma "**stene**" (po definicijama raznih autora) kao osnovnog objekta geološke organizacije materije Litosfere. "*Stena je prirodna zajednica jednog ili više minerala određenog hemijskog sastava i strukture*" (V. Đ o r đ e v i ć, P. Đ o r đ e v i ć i D. M i l o v a n o v i ć, 1991, s. 80). Po ovoj definiciji, stena bi isključivo dolazila u grupu homogenih smeša. Međutim, autor ove monografije smatra da je stena heterogena

smeša kristala minerala, a izuzetno homogena smeša kristala (ili fragmenata) jednog minerala. Za stene se ne može reći da imaju "određen hemijski sastav", Sem izuzetno za monomineralne stene; može se samo reći da stene imaju "određen mineralni sastav i strukturu". Moguće je da se u ovoj definiciji potkrala greška, koja nije uočena, jer ova definicija više bi odgovarala definiciji minerala.

U priručniku "Geologičeskie tela", (1986, s. 220-224) navedeno je 13 definicija stene od više autora, sa preko 20 varijanti; od kojih citiramo nekoliko: "*Čvrsti i rastresiti agregati, koji izgrađuju zemljinu koru i sastoje se od jednorodnih ili različitih minerala, bilo iz minerala i odlomaka drugih stena. Stena se obrazuje u rezultatu geoloških procesa u određenoj sredini unutar zemljine kore ili na njenoj površini*" (Geologičeskij slovar, 1955, 1960; Gornoe delo, 1974; blisko: Ž u k o v, i dr., 1961; S p i ž a r s k i j, 1973). "*Mineralni agretat, sastavljen od jednog ili mnogih minerala, koji mogu biti amorfni ili kristalni*" (H e t č, i dr., 1975); "*Nadsistema minerala, sastavljena od pojedinih jednorodnih zrna - monokristala, oštro fizički različitih, koji su raspoređeni u prostoru oštro jedan do drugog neparalelno*" (V e r n a d s k i j, 1975); "*Mineralni agregati, koji zauzimaju značajne delove zemljine kore i u vezi sa masovnim rasprostranjenjem, a ne odnose se na mineralna ležišta*" (Š n a j d e r h e n, 1958); "*Prirodni mineralni agregati određenog sastava i građe, formiranih u rezultatu geoloških procesa i koje se nalaze u zemljinoj kori u vidu samostalnih tela*" (Geologičeskih slovar, 1973; blisko: P a v l o v, 1921; V e j n š e n k, 1934; S e r p u h o v, 1960, 1976; R ž e v s k i j, N o v i k, 1967; B e l o u s o v a, M i h i n a, 1972; Spravočnik po petrografii Ukraini, 1975); "*Samostalno geološko telo, sastavljeno od mineralnih agregata određenog hemijskog sastava i strukturno-teksturnih osobenosti*" (S a r a n č i n a, Š i n k a r e v, 1967, 1973); "*Geološko telo, izgrađeno od mineralnih agregata, koje ima određenu građu i fizička svojstva*" (L a p i n s k a j a, P r o š l j a k o v, 1974; Blizak: M i l o v s k i j, 1958, 1973) "*Geološko telo, izgrađeno od agregata mineralnih zrna i vulkanskog stakla, ili samo poslednjeg, koje zauzima više ili manje značajnu zapreminu u zemljinoj kori*" (K u z nj e c o v, 1956, 1970); "*Prirodni agregati minerala, od kojih je izgrađena Zemlja i planete zemljine grupe*" (Petrografija, 1976; Blisko: L a n g e, i dr., 1958; H u a n, 1965; Praktikum po geologijii, 1976; S e d e n k o, 1975); "*Deo zemljine kore, koja ima svojstva: 1) ona predstavlja agregat (celokupnost) jednoga ili češće nekoliko više ili manje ravnomerno raspodeljenih minerala, 2) odlikuje se postojanim mineralnim sastavom, 3) određenog srednjeg hemijskog sastava, koji se koleba u relativno uskim granicama, 4) određene strukture, 5) pri monomineralnom sastavu stena treba da ima veću zapreminu*" (B o l d i r e v, 1926).

Evidentno je veliko šarenilo definicije stene, svaki autor je isticao one osobine koje su za njega tog trenutka bile značajne. Najznačajnije su one definicije, po našem mišljenju, koje su kratke, pozivaju se na mineralne agregate i geološka tela.

Na osnovu svega do sada izloženog, predlažemo sledeću definiciju geološkog tela i stene:

Definicija 14: Geološko telo je strukturna jedinica organizacije materije Litosfere, to je realno telo u Zemljinoj kori koje se izdvaja (okonturuje) po unapred određenim karakteristikama (geološki kontinuum), koje se mogu opisati i meriti (mineralni sastav, struktura, itd.). Geološko telo može biti: prosto i složeno.

Definicija 15: Stena je prirodna zajednica (parageneza) određenog mineralnog sastava i strukture, to je heterogena (izuzetno homogena) smeša kristala minerala, a okonturuje se kao geološko telo.

Po definiciji 14, geološko telo može biti prosto (jednostensko) i složeno.

PROSTO GEOLOŠKO TELO

Prosto geološko telo prvi je definisao B a b o v i ć (1992b, s. 20), a imenovao ga je terminom **liton**: "*Liton je osnovno geološko telo izgrađeno od jedne vrste stene po kriterijumima petrološke klasifikacije*". Dalje se navodi "Njegovu primarnu okolinu čine druge vrste litona ili fluidi. Kada postoje različite petrološke klasifikacije, neophodno je navesti koja klasifikacija je u upotrebi".

Mislim da je ovo dobro rešenje da se jednostensko geološko telo, kao osnovna jedinica geološke organizacije materije Litosfere, imenuje posebnim terminom - **liton.** Prihvatanjem ovog termina i definicija učinio bi se krupan korak ka preciziranju osnova za izgradnju hijerarhije u strukturi geološke organizacije materije Litosfere. Zato preciziramo našu definiciju:

Definicija 16: Liton je prosto (jednostensko) geološko telo i predstavlja osnovni (elementarni) objekat geološke organizacije materije Litosfere, koji predstavlja smešu (paragenezu) minerala (kristala, molekula i fragmenata).

Liton kao osnovno, prosto, geološko telo jeste smeša kristala i molekula (korpuskula) i nekad fragmenata stena i minerala, a u literaturi se ova smeša naziva "parageneza" minerala, što je svakako dobar termin. Na taj način je načinjen prvi korak u geološkoj organizaciji materije Litosfere, gde je parageneza korpuskula kristala postala korpus, tj. geološko telo.

Postoji kvalitativna razlika u prelasku kvantiteta u kvalitet u slučaju stvaranja nove korpuskule, od stvaranja nove strukturne jedinice geološkog tela. U smeši (paragenezi) kristala minerala koju zovemo stena ili liton, svaki kristal (fragment) ostaje individualisan, bez obzira da li je stena polimineralna ili monomineralna. Ova individualnost kristala minerala u steni (litonu) predstavlja njenu strukturu, koja se dobro zapaža u Mezo-svetu. Već smo ranije napomenuli da kristal minerala stvara sama priroda i on pripada organizaciji materije Univerzuma, a stenu kao geološko telo (liton) "stvaramo" mi sami kroz definiciju, a nakon toga dolazi okonturenje u Litosferi. Ovde nema negacije minerala, da bi od njega postala stena, kristali minerala se i dalje prepoznaju u steni (litonu), pa se ona imenuje po svom mineralnom sastavu i strukturi. Zato stena (liton) ne može biti korpuskula, to je korpus (telo), bez obzira što je liton osnovna (elementarna) ali strukturna jedinica geološke organizacije materije Litosfere. Geološka organizacija materije je samo segment Mineralnog sveta, zato je ona drugostepena u organizaciji materije Univerzuma, koja je karakteristična samo za određene uslove u kojima egzistiraju relativno male planete, sa razvijenom litosferom.

Stene kao materijalni objekti pogodni za upotrebu (mineralne sirovine) zapažene su davno, još u kamenom dobu; ali su definisane znatno kasnije, tek u vreme rada **Vernera** (XVIII vek). Izdvajanjem stena nije moglo u potpunosti zadovoljiti geološku praksu, bilo je potrebno izdvajanje većih strukturnih jedinica, koje su predstavljene na geološkim kartama sitnih razmera. Ovaj problem je dugo rešavan od strane mnogih geoloških generacija, ali do sada nije se došlo do jedinstvenog rešenja; niti ima izgleda da to bude u doglednom vremenu. Ovom problemu se najčešće prilazi empirijski, za potrebe praktičnog rada na geološkim kartama; pa se ovakve jedinice često nazivaju "kartirajuća jedinica" (D i m i t r i j e v i ć, 1978).

Geološke karte su prvobitno bile hronostratigrafske i sitnijih razmera, gde je bilo bitno geološko vreme stvaranja, a sporedno materijalni sastav stena koje izgrađuju kartiranu površinu. Nije se došlo do ideje o osnovnoj strukturnoj jedinici, steni, pa ne postoje geološke karte gde bi stene kao osnovna geološka tela bile na zadovoljavajući način okonturene. To, svakako, nije bilo lako, ali je bitno da nije sagledana potreba za izradom takvih karata. Autor ove monografije smatra, da postoji takva potreba i da nije kasno da se sada pristupi izradi geoloških karti litona, naravno u krupnoj razmeri. Takav

posao bi bio dugotrajan, pa ga zato moramo prepustiti budućim geološkim generacijama, ali je bitno da postoji ideja u tome.

SLOŽENO GEOLOŠKO TELO

Složeno geološko telo je najčešći slučaj okonturenja geoloških tela na geološkim kartama, naročito sitnih razmera. Razni autori na različite načine definišu i okonturuju složena geološka tela: kao serija, facija, svita i najčešće kao geološka formacija. Autori najčešće ne navode da se radi o složenim geološkim telima, to se samo vidi iz teksta. Literatura o ovoj problematici je veoma bogata, te se na nju pozivamo samo fragmentarno.

U svetskoj literaturi preovladao je termin "geološka formacija" za složeno geološko telo, sve više se izrađuju "formacione geološke karte" i "formacione analize", a pri tome nema ni približno jedinstvene definicije "geološke formacije". To je potpuno razumljivo za stanje kada paralelno rade na toj problematici mnogobrojni pojedinci, pa i mnoge institucije. Postoje mnogobrojni pristupi rešavanju ove problematike, zavisno od zadataka geoloških proučavanja, zato postoje različita definisanja predmeta (objekata) geoloških izučavanja, a koje sve češće imenujemo "geološka formacija". Zato G r u b i ć (1985) smatra da je nastupilo vreme "formacione geologije".

Pojam "geološka formacija" star je koliko i pojam "stena", još V e r n e r (1791) je tom objektu dao ime "formacija", od latinskog "formatio" = tvorevina (G r u b i ć, 1985, 1994). U tako dugom periodu vremena, termin "geološka formacija" prolazio je kroz različite tretmane, nekad je bio i zabranjivan, ali se žilavo održavao na geološkoj sceni da bi u drugoj polovini XX veka doživeo procvat. U bivšem SSSR definisano je "Učenje o geološkim formacijama", mnogi autori smatraju da je došlo vreme "formacione geologije", koja izučava "formacioni nivo organizacije materije" (G r u b i ć, 1985, 1994).

Autor ove monografije smatra da ne postoji "formacioni nivo organizacije materije", to je svakako formulisano po ugledu na K r u t a. Geološka formacija je jednostavno složeno geološko telo, koje predstavlja određenu strukturnu jedinicu geološke organizacije materije.

U priručniku "Geologičeskie tela", (1986, s. 226-231), sakupljen je najznačajniji deo formulacija o geološkim formacijama koje "predstavljaju ravnopravnu taksonomsku jedinicu u nizu mineral - stena - geološka formacija - zemljina geosfera - planeta. Formacije su: "*Prirodna geološka tela, naslage, masivi, "zone", itd., izgrađene određenim paragenezama stena. Kao i parageneze, one mogu biti jednake sopstvenim stenama, ali oštro različite po redosledu razvoja, i naravno rudonosnosti. ..* (R u n d k v i s t, 1972)"; "*Tela, izdvojena u formi sočiva, slojeva, masiva i koja se sastoje iz stena. Forma tela nije tačno određena. Tipovi struktura nisu vidljivi* (S o l o v j e v, 1975; blizak: P o p o v, 1965: H a i n, 1973)"; "*Velika geološka tela, koja izgrađuju slojnu geosferu zemljine kore, tela sa izdvojenim sastavom ili građom paragenetskih kompleksa stena, obaveznih određenom tektonskom režimu i klimatskoj sredini, nastale u procesu evolucije zemljine kore* (M u - r a t o v, C e j s l e r, 1968; blisko: H a l f i n, 1959; S p i ž a r s k i j, 1972, 1973)"; "*Prirodno telo, koje odgovara samostalnom nivou organizacije materije, a nalazi se između nivoa stene i regionalno-etažnih delova litosfere* (K r u t, 1968; blizak G e r a s i m o v, 1975)"; u priručniku se definišu (nadugačko) konkretna geološka formacija, a takođe i Elementarna formacija: "*Geološko telo, u vertikalnom profilu saglasno sa litološki jednorodnom svitom ili podsvitom mestne stratigrafske skale* (M e lj n i k o v, 1975)"; a formacija je "*Složeno geološko telo B_1, koje dolazi u određenu klasu tela. ...* (V o r o n i n, E g a n o v, 1972)"; itd.

Iz ovih definicija ne može se saznati šta je to geološka formacija.

G r u b i ć (1985, s. 151) piše: "U geološkoj literaturi, posebno je to naglašeno u sovjetskoj, jasno su odvojena dva pravca u proučavanju formacija: empirijski (paragenetski) i genetski, odnosno analitički i sintetički. .. Dugo se postavljalo ozbiljno teoretsko pitanje: koji od ova dva pomenuta pravca je ispravniji ili bolji, ili koji od njih ima bar neke prednosti?". Dalje (s. 152) se navodi: "Analitički pravac u formacionim istraživanjima, pored američkih stratigrafa i "Internacionalnog stratigrafskog vodiča" (1976), razvijen je u radovima Š a t s k o g (1954, 1955, 1960), H e r a s k o v a, K u z nj e c o v a (1964), D r a g u n o v a (1966, 1968), R u n d k v i s t a (1972) i drugih. U paragenetskoj analizi uvek se ima u vidu izdvajanje formacija neposredno na terenu kroz postupak koji nosi karakteristike "formacionog kartiranja". "Genetski, odnosno sintetički prilaz u formacionim istraživanjima zastupljen je u radovima B e l o u s o v a (1954), H a i n a (1950, 1959, 1973), S t r a h o v a (1956), N a l i v k i n a (1956), R u h i n a (1961), N e m c o v i č a (1969), G i n s b u r g a i R o d i n o v a (1960), K e n a (1968), K o r m i l i c i n a (1968) i drugih. Razni genetski prilazi formacionoj analizi podrazumevaju identifikaciju formacija na osnovu unapred izrađenih genetskih shema (tektonskih, klimatskih, paleogeografskih, facijalnih i drugih), koje se zasnivaju na sintezi celokupnog prethodnog iskustva i na teorijskim modelima". G r u b i ć (1985, s. 152) jasno zaključuje "Već na prvi pogled je jasno da ni jedan ni drugi prilaz nisu dobri u čistom vidu", pa ukazuje da je već ranije definisan "kompleksni pravac" (G r u b i ć, i dr., 1974). Ovaj kompleksni pravac zastupaju i mnogi drugi istraživači. "Postavlja se međutim, pitanje, šta zapravno predstavlja ovaj deo geološke nauke".

G r u b i ć (1985, s. 153) piše: "U traganju za odgovorom na prethodno pitanje na prvom mestu moramo da se složimo sa D r a g u n o v i m (1965) i drugim istraživačima (K r u t, 1968; G e r a s i m o v, 1975, i dr.) koji geološku formaciju (ili "geoformaciju" kako je naziva F r o l o v, 1984) smatraju za elementarnu jedinicu na nivou formacione organizacije materije. Ovi autori uzimaju da formacija, kao objekt istraživanja u hijerarhiji sistemskih kategorija neorganske prirode, zauzima položaj između stene i regiona. Ako je to tačno, nema jačih razloga da ne bude tako - onda se na formacionom nivou organizacije materije otvara perspektiva za čitavu grupu nauka koje će se razviti u budućnosti. Danas one još ne postoje".

G r u b i ć (1994) u preglednom radu* sumira znanje o geološkoj formaciji i ističe (s. 247): "Formacija je izgrađena od parageneze stena i predstavlja ravnopravnu taksonomsku jedinicu u nizu: mineral - stena - formacija - geosfera - planteta. Svaka predhodna jedinica u tom nizu je elementarna u odnosu na sledeću, a svaka sledeća odgovara jednom višem nivou organizacije materije". G r u b i ć, dalje, navodi istorijske podatke o haotičnom stanju u terminologiji, što je dovelo do zabrane upotrebe ovog termina u stratigrafskom smislu. Dalje, (s. 248) se navodi "Posle kongresa u Bolonji geolozi su nastavili da koriste termin formacija na veoma slobodan način pa je i danas tako. Raspoznaju se jasno četiri načina njegove upotrebe: 1) umesto termina sistem, tačno onako kako je to zabranjeno u Bolonji (Nemačka, Austrija, Češka i Slovačka); 2) kao termin slobodne upotrebe (V a s s o j e v i č, 1948); 3) kao naziv za osnovnu jedinicu lokalne litostratigrafske skale (SAD, Latinska Amerika, Australija, Međunarodni stratigrafski priručnik, 1976, i dr.); 4) kao naziv za osnovni objekat proučavanja Formacione geologije (Rusija, Ukrajina, Bugarska, Jugoslavija, i dr.)".

---

* Ovaj rad je objavljen posle završetka teksta ovog poglavlja, tako da je ovaj deo naknadno dopisan, ali autor nije smatrao za nužno da ceo tekst preradi

G r u b i ć (1994, s. 249) naglašava: "Krupno principijelno pitanje formacione analize nalazi se u samim polaznim pozicijama tog postupka. Za jedne istraživače formacija je realno i prirodno geološko telo (Š a t s k i, 1960; H e r a s k o v, 1952; i dr.) koje na terenu treba samo identifikovati i izdvojiti a za druge to nije slučaj. Po ovim drugim (V o r o n i n & E g a n o v, 1968, 1968a, i dr.) prilikom izdvajanja takvih geoloških tela postoji beskonačno mnogo mogućnosti za izbor njihovih osobina i granica. Prema tome, na istom terenu formacije mogu da budu izdvojene na više načina i postaju realna geološka tela samo ako se realizuju "formacioni model", koji je izrađen u toku istraživanja radi postizanja određenog zadatog cilja".

Smatram da ne postoji "formacioni nivo organizacije materije", pa samim tim geološka formacija ne može biti "elementama jedinica" ove organizacije. Geološka formacija kao struktuma jedinica geološke organizacije materije ima svoje mesto u hijerarhiji složenih geoloških tela.

B a b o v i ć (1993, s. 5) je drugačije interpretirao ovu problematiku, on navodi da se posle Konferencije o geološkim formacijama u Novosibirsku 1953. godine (prema Z a b r o d i n u, i dr., 1986) formulisala tri osnovna pravca u učenju o formacijama: shvatanje formacije kao geoloških tela, shvatanje formacija kao parageneza stena, i shvatanje formacija kao genetskih tvorevina. Docnije je D r a g u n o v ta tri pravca nazvao stratigrafski, paragenetski i genetski. Dalje se navodi da je stratigrafski pravac najviše korišćen u prošlom veku, a Svetski geološki kongres u Bolonji (1881) je zabranio termin "formacija" za stratigrafsku podelu, ali je ovaj pravac ostao u upotrebi, naročito u Americi. U bivšem SSSR paralelno su se razvijali paragenetski i genetski pravac, ali je paragenetski pravac preovladao, koji je najpotpunije definisao Š a t s k i.

Š a t s k i je (1960, s. 3) dao najpraktičniju definiciju geološke formacije, naravno za sedimentne stene: "*Sedimentnim formacijama nazivamo prirodne komplekse (zajednice, asocijacije) stena, gde sastavni članovi (stene, paketi stena, svite, naslage) su paragenetski vezane jedne za druge, kako u lateralnom pravcu, tako i u vertikalnom stratigrafskom rasporedu*". On dalje navodi (s. 4) "*Formacija predstavlja paragenezu stena, zato se svaki vid razlikuje od drugog sopstvenom paragenezom stena, a takođe sastavom članova (stena, paketa, naslaga) i prostornim uzajamnim vezama među njima*". Ova definicija je više puta ponovljena, a često se citira. B a b o v i ć (1993, s. 6) dodaje, citirajući Ša t s k o g "Od posebnog su interesa za ovu materiju sledeći stavovi istog autora: "*Ako su minerali - parageneza elemenata, stene su parageneze minerala, onda su geološke formacije parageneze stena*". Ovde je vrlo važno imati u vidu da su mnogi pobornici paragenetskog shvatanja - pa i sam Š a t s k i - pod paragenezom podrazumevali "sonahoždenie" (zajedničko mesto nalaska), a ne "soproishoždenie" (zajednički nastanak)".

Dalje B a b o v i ć (1993, s. 6) navodi: "Jedno od shvatanja koje navodi Z a b r o d i n, i dr. (1986) formaciju tumači kao "*prirodno telo koje se sastoji od elemenata - parageneza minerala (pretežno i jednostenskih tela), koje se nalaze u jednorodnim strukturnim odnosima*". Dalje se navodi "I Krut je imao u vidu mogućnost da formacija može biti tretirana kao asocijacija geoloških tela, ali je tu ideju odbacio, uz konstataciju da je takav pristup čest "u formalizovanim šemama u kojima se geološka formacija javlja samo kao pojedinačni slučaj asocijacije geoloških tela bilo kojeg reda u bilo kom formalizovanom prostoru"; K r u t, takođe kao neprihvatljivo navodi shvatanje J.A. V o r o n i n a i E.A. J e g a n o v a, koji smatraju da se tela grupišu u formacije isključivo u cilju istraživanja i da (po tim autorima) "ne postoje univerzalne prirodne varijante grupisanja bilo kojih tela u formacije nezavisne od ciljeva istraživanja". Svoje razračunavanje sa pomenutim stavovima K r u t završava konstatacijom da učenje o formacijama koje se razvija u sistemu tradicionalnih pojmova, u određenoj etapi teoretskih odnosa iscrpljuje samo sebe, pa zaključuje: "Trebalo bi pokušati da se pređe na razmatranje formacije u

opštijem sistemu prirodoslovnih pojmova, uključujući, naravno, i tradicionalna shvatanja" (K r u t, 1973, s. 108). Dalje (s. 7) B a b o v i ć navodi K r u t o v stav da "Geološke formacije, kao strukturno-materijalne asocijacije stena i njihovih skupova, po suštini su empirijske i sadrže u ovom ili onom stepenu genetski elemenat, na primer, sa utvrdivošću ovog ili onog varijeteta stena ili njihovih skupova". Dalje on zaključuje: "Učenje o formacijama prvenstveno je bilo usmereno na sedimente, ali su razrađivani i drugi vidovi formacija (magmatske, metamorfne, rudne, itd), no bez značajnijeg uspeha u njihovom podvođenju pod jedinstveni sistem. Tako je tretman "geološka formacija" do danas ostao diskutabilan do te mere, da su pojedini autori predlagali njegovo izbacivanje iz terminologije, ili potpuno slobodan način korišćenja".

B a b o v i ć (1993, s. 7) piše: "U koncepciji o organizaciji geološke sredine koje zastupa autor ovog reda, geološke formacije, facije i kompleksi imaju značenje koje se podjednako odnose na sedimente, magmatite i metamorfite. Geološka formacija shvaćena je kao paragenetska asocijacija geoloških tela (B a b o v i ć, 1992a). Nju sačinjavaju geološka tela jedne vrste, izdvojena po istom kriterijumu, a nastala u jednom procesu. Formacija u toj verziji je "soproishoždenie", što nije novo ni usamljeno gledište". Iz ovoga je vidno da se B a b o v i ć opredelio za genetski tip formacije, bez obzira što navodi da je to parageneza geoloških tela.

Interesantan i kontradiktoran je stav B a b o v i ć a (1993, s. 7), jer piše: "Najnespornija među geološkim formacijama grade jednostenska geološka tela (litoni - B a b o v i ć, 1992b). Međutim, formaciju mogu graditi i mineralna zrna, ali ćemo tada radije govoriti o paragenezi mineralnih zrna ili o litonu. U krajnjem slučaju, geološku formaciju može graditi i jedno jedino mineralno zrno ako je ono jedini produkt određenog geološkog procesa. Formaciju takođe mogu graditi i geološka tela izgrađena od više formacija izdvojenih po nekom drugom kriterijumu. Na sličan način možemo govoriti i o planeti Zemlji kao formaciji geosfera - geosfera supstance diferenciranih složenim i dugotrajnim procesima uz dominantnu ulogu gravitacione sile, i geosfera fizičkih polja svojstvenih toj supstanci".

Vidi se uticaj K r u t a i njegovog tumačenja prožimanja svih mogućih sfera materije i fizičkih polja, od subatomskih do planetarnih razmera. B a b o v i ć (1993, s. 7) smatra da asocijacije geoloških tela "nisu izmislili geolozi, njih je stvorila Priroda, a nauka ima za cilj da utvrdi zakonitosti njihovog stvaranja po kojima će ih prepoznavati". Tu se, očigledno, brkaju neki pojmovi. Geološka tela su strukturni elementi geološke organizacije materije, pa ih geolozi mogu "montirati" po svojim kriterijumima, zavisno od ciljeva istraživanja. To nije sporno, jer sam B a b o v i ć piše (1993, s. 7): "različite geološke discipline u okviru svojih istraživanja izdvajaju geološka tela shodno svojim kriterijumima, pa zatim tako izdvojena tela svrstavaju u genetske asocijacije u onoj meri, u kojoj su pronikli u njihovu genezu". G r u b i ć takođe piše (1985, s. 153): "Šire posmatrana formaciona analiza se nikada ne izvodi sama radi sebe, nego uvek s određenim ciljem". Iz toga stvarno proizilazi da su geološka tela, a formacija je geološko telo, geološki "proizvod", bez obzira što su to "Realna tela u Zemljinoj kori" (O m a lj e v, 1987a), a po definiciji 14 formacija postaje "realno" geološko telu tek okonturenjem, a to se, po pravilu, izvodi na geološkoj karti ili profilu, a ne bukvalno "na terenu". Materijalno posmatrano, geolozi ne mogu napraviti geološko telo, ali ga oni stvaraju pomenutim, okonturenjem. To okonturenje radimo mi, a ono ne postoji u prirodi, samo po sebi; mislim da to ne može biti sporno.

"Kompleksni" pravac u formacionoj analizi G r u b i ć a je, svakako, celishodniji, jer uvažava i pargenetski i genetski kriterijum, ali samo u tolikoj meri koliko je to u konkretnom slučaju korisno, vodeći računa o ciljevima istraživanja, zbog čega se i radi formaciona analiza.

Postoje i druga shvatanja da je geološka formacija struktura koja ide sve do planetarnih razmera. Tako M a k s i m o v (1982) izdvaja 6 rangova geoloških formacija, počev od parageneze stena (ne ide do mineralnih zma) do geosfera. M a k s i m o v usvaja ideje Š a t s k o g kada piše: "Izdvajanje formacija na osnovu terenskih zapažanja i izučavanja smene jedne parageneze drugima je jedino moguća pojava. Izdvajanje formacija na osnovu zamišljenih klasifikacija (klimatskih, tektonskih) i drugih teoretskih predpostavki, makar bile kako široke, teško da će je osposobiti sopstvenom progresu u delu izučavanja formacija".

Jedno vrlo detaljno uputstvo (pravilnik) dala je Američka komisija za stratigrafsku nomenklaturu (1949. g., preštampano iz Biltena američkog udruženja naftnih geologa, maj 1961.g., objavljenog u radu K r u m b e i n, S l o s s ,1962): Kod litostratigrafskih jedinica, koje "*se međusobno razlikuju, definisane su i mogu se osmatrati prema fizičkim obeležjima, pre nego prema utvrđenoj geološkoj istoriji*", može se razlikovati formacija kao osnovna jedinica ili kao "*stensko telo koje se karakteriše svojom litološkom homogenosti*". Pod formacijom se podrazumevaju svi tipovi stena, kao sedimentne, vulkanske, intruzivne i metamorfne.

Možemo zaključiti, da razlike u mišljenjima raznih autora nisu nepremostiva prepreka da se shvati šta je geološka formacija. Svi autori su delimično u pravu, a delimično nisu; neki više, neki manje, ali svi su uložili velike napore da se definiše strukturna jedinica organizacije materije i to geološke, koja dolazi iznad stene. Tu se svi autori slažu, da je geološka formacija takva strukturna jedinica koja dolazi iznad stene. B a b o v i ć je to precizirao, ne radi se samo o steni, već o jednostenskom geološkom telu - **litonu**. Dalje, razlike su sve veće, neki idu do same planete Zemlje (njenih geosfera), drugi ograničavaju veličinu geološke formacije kao strukturne jedinice (geološkog tela), ali na različite načine. Zato autor ove monografije predlaže svoju definiciju geološke formacije:

Definicija 17: Geološka formacija je složeno geološko telo i predstavlja paragenezu (asocijaciju) litona (stena), koja se može realno okonturiti u Litosferi.

Postavlja se pitanje: koliko ima, odnosno, koliko može da ima strukturnih nivoa geološke organizacije materije Litosfere. Po B a b o v i ć u (1993, s. 8) "K r u t je organizaciju definisao kao "ukupnost stvari, odnosa i svojstava koji prirodnom telu daju sistemsku stabilnost i taksonomsku opredeljenost", Geološke nivoe organizacije svrstao je u "nivoe organizacije drugog reda" (1973), izdvojivši mineralni, stenski, te nivoe geoloških formacija, geotektonskih i stratigrafskih sistema, geosfera i planete u celini (1978, s. 65). Po Č e r k a s o v u (1981), geološka tela formiraju jedinstvenu klasu - "geološki supernivo organizacije materije", najvažniji zadatak teoretske geologije, po tom autoru, je iskazivanje kvantitativno, opredelenje granica među nivoima organizacije. Po K u l i n d i š e v u, geološki nivoi organizacije čine celovit sistem formiran od elementarnih ćelija, sa strukturnim svojstvima specifičnim za dati nivo; kao samostalni mogu egzistirati najviše pet nivoa: mineralni, stenski, formacioni, geokompleksni i geosferski (K u l i n d i š e v, 1983)".

Ovi i drugi autori uvek počinju od minerala, a završavaju sa planetom, a ipak nisu došli do zaključka da postoji bitna razlika između ova dva nivoa (mineralni i planetski) i drugih strukturnih nivoa geološke organizacije materije. Autor ove monografije je više puta naglasio da kristal minerala i planeta u celini predstavljaju korpuskule organizacije materije Univerzuma, sa kristalom počinje Mineralni svet a sa planetom on se završava. K r u t je naslutio da je geološka organizacija materije drugostepena, ona, zapravo, ne pripada zakonitom redosledu elementarnih korpuskula (gde dolaze kristal minerala i planeta). Zato smatramo da strukturni nivoi geološke organizacije materije nisu dati od strane prirode, već su "dati" od strane geologa i kao takvi imaju subjektivni karakter. Zato

strukturnih nivoa geološke organizacije materije može da bude proizvoljno mnogo, ali nije dobro da ih stvarno bude mnogo.

Videli smo iz ovog kratkog pregleda da se mnogi autori opredeljuju za po 5 do 6 strukturnih nivoa ove organizacije, mada ima i takvih autora gde ih ima više od 10. Tako V o t a h (1985, iz N i k o l i ć, 1989, s.. 15) izdvaja 4 ranga, sa po tri podrangova, ukupno 12 strukturnih nivoa. Svi autori se slažu da postoji razlika kod složenih geoloških tela, a to je razlog za njihovu hijerarhiju. Problematiku složenih geoloških tela viših rangova razmatraćemo u narednom podnaslovu.

HIJERARHIJA GEOLOŠKIH TELA

Na određenom strukturnom nivou geološke organizacije materije Litosfere moguće je definisati strukturni rang složenog geološkog tela. Pitanje koliko ima (koliko može da ima) tih strukturnih nivoa treba svesti na pitanje: koliko treba da ima strukturnih nivoa geološke organizacije materije Litosfere.

Principijelno, moguće je izdvojiti proizvoljan broj strukturnih nivoa geološke organizacije materije, ali smatramo da je korisno da ovih nivoa ne bude mnogo, jer je tada struktura organizacije toliko složena da postaje nepregledna. Autor ove monografije smatra da je optimalno izdvojiti 6 strukturnih nivoa, odnosno 6 rangova geoloških tela, i to: 1) **liton**, 2) **geološka formacija**, 3) **teran**, 4) **geokompleks** (složeni teran), 5) **ploča Litosfere**, 6) **geosfera**. Ovaj redosled geoloških tela je ujedno i njihova hijerarhija, jer svako sledeće geološko telo je složenije strukture i sadrži kao članove asocijacije (kao paragenezu) geološka tela prethodnog ranga složenosti.

1) **Liton** je prosto i osnovno geološko telo, a to znači da je liton elementarna strukturna jedinica geološke organizacije materije Litosfere. Liton je jednostensko geološko telo, po definiciji 16, a o njemu je bilo dosta reči.

2) **Geološka formacija** je geološko telo drugog ranga složene strukture, koje po definiciji 17 predstavlja paragenezu (asocijaciju) litona. O geološkoj foormaciji je bilo dosta reči kao o složenom geološkom telu.

3) Sledeći, treći, rang geološkog tela je **teran**, koji je nedavno izdvojen kao strukturna kategorija koja će biti predmet izrada geoloških karata po Internacionalnom programu geološke korelacije (IGCP) u kome učestvuju i naši geolozi. Po K r s t i ć u i K a r a m a t i (1992, s. 57): "*Pod teranom se podrazumeva područje okarakterisano specifičnim internim kontinuitetom geološkog razvoja (uključujući stratigrafiju, faunu, sklop, metamorfizam, magmatizam, metalogeniju, geofizičke osobine i paleomagnetski definisani položaj), ograničeno razlomima ili melanžima koji predstavljaju komplekse, stvorene u rovovima ili čak prikrivenim šavovima na čijim stranama susedne jedinice imaju različite geološke osobine koje se ne mogu objasniti facijalnim promenama* (K e p p i e and D a l l m e y e r, 1990) *a koje su kasnije dovedene u sadašnji položaj, odnosno pripojene* (dokovane - "docking") *susednom teranu*" (iz E b n e r, and N e u b a u e r, 1990).

Kao što je u ovoj opšimoj definiciji navedeno, granice terana su tektonske ili su to melanži; što znači da su jasno okonturene te se mogu prihvatiti kao sledeći, treći, rang geološkog tela u Zemljinoj kori. Za originalni termin "terrane" mi usvajamo francusku transkripciju "teran", za razliku od engleskog izgovora "teren" (što bi kod nas izazvalo nedoumice). Iz definicije se vidi da teran obuhvata sve geološke formacije u okviru definisanih granica (sedimentne, magmatske i metamorfne), što je specifična karakteristika, za razliku od geoloških formacija koje su samo sedimentne, magmatske ili metamor-

fne (stene kao litoni). Bitan je kontinuitet geološkog razvoja, koji je u kontinuitetu za okontureni deo terena.

Naš termin "teren" ostaje kao termin slobodne upotrebe, koji zahvata neodređeno veliki deo Zemljine kore, a koji se u žarkonu stalno upotrebljava.

Na osnovu dosadašnjeg rada na IGCP projektu br. 276 "Paleozojske geodinamičke oblasti i njihova alpska evolucija u Tetisu", K r s t i ć i K a r a m a t a (1992) izdvajaju 5 terana u okviru "Istočnosrpskog (Karpato-Balkanskog) složenog terana", što je, već, sledeći strukturni rang složenog geološkog dela, o čemu će biti kasnije govora.

Definicija 18: Teran je složeno geološko telo i predstavlja paragenezu (asocijaciju) geoloških formacija (sedimentnih, magmatskih i metamorfnih), koji se može realno okonturiti (tektonski i melanžom) u Litosferi.

Dimenzije terana su po pravilu znatne, tako da je čest slučaj da prevazilazi državnu teritoriju (naročito na Balkanu), te je za njegovo okonturenje i izučavanje neophodna međunarodna saradnja. To je i slučaj, bez međunarodne saradnje nebi ni došlo do definisanja ovog složenog geološkog tela, niti bi bilo moguće izučavanje terana bez međunarodno usaglašenih kriterijuma.

4) Sledeći, četvrti, rang složenog geološkog tela je **geokompleks**, koji se sada naziva i "složeni teran", sudeći po tekstu K r s t i ć a i K a r a m a t e (1992, s. 58). Predlažemo termin "geokompleks" iz razloga što je to krupna geološka strukturna jedinica kontinentalnih razmera, koja obuhvata komplekse kao što su: Alpi, Karpato-Balkanidi, itd. Termin "složeni teran" mogao bi da bude i manja strukturna jedinica, tipa "subkompleks", npr. posebno posmatrano Karpati i Balkanidi. U svakom slučaju "Istočnosrpski složeni teran", po K r s t i ć u i K a r a m a t i (1992) obuhvata samo deo Karpato-Balkanida, a ovi autori ne daju nikakve informacije o stvarnim njegovim granicama. Lateralne granice ovog složenog terana su ograničene državnom granicom Jugoslavije, sa severne i sa istočne strane. Tako isto je i za neke terane, u okviru ovog složenog terana.

Definicija 19: Geokompleks (složeni teran) je složeno geološko telo i predstavlja paragenezu (asocijaciju) terana, koji se realno može okonturiti u Litosferi.

5) Sledeći, peti, rang složenog geološkog tela je **ploča Litosfere**, koje ograničavaju planetarne frakturne strukture globalnih dimenzija. Poznato je da je Litosfera tektonski podeljena na ploče, koji predstavljaju njene segmente. Granice ploče Litosfere su globalni riftovi, koji razlamaju Litosferu na 22 ploče (iz S i k o š e k, 1986). Ove ploče Litosfere ponašaju se kao kruta tela (kao blokovi), a granice diskontinuiteta idu do astenosfernog sloja, po kojima ove ploče "plivaju", slično santama leda po vodenoj površini. Znači, ploče Litosfere imaju sopstvenu geološku evoluciju u toku dugog geološkog vremena i zato one mogu predstavljati složena geološka tela kontinentalnih (okeanskih) razmera.

Definicija 20: Ploča Litosfere je složeno geološko telo i predstavlja zajednicu (paragenezu, asocijaciju) geokompleksa, koja se realno može okonturiti u Litosferi. Ploča Litosfere je okeanskog (SIMA) ili kontinentalnog (SIAL) tipa.

6) Sledeći, šesti, rang složenog geološkog tela je **geosfera**, a to je u našem slučaju sama **Litosfera**.

U literaturi se često sreću termini "litosfera" i "Zemljina kora". Mali je broj autora koji ove termine smatra sinonimima. Najveći broj autora smatra da je Zemljina kora uži termin od Litosfere (koju treba pisati velikim slovom, jer je to njeno vlastito ime). Upoređenje Zemljine kore i Litosfere je retko u literaturi, autori uglavnom izbegavaju da se izjašnjavaju, te treba "čitati između redova" pa doći do zaključka šta autor misli u ovim terminima. Mi smatramo da je Litosfera širi pojam, jer obuhvata spoljnu geosferu sve do

astenosfernog sloja; a Zemljina kora je spoljna geosfera do diskontinuiteta Mohorovičića, a to nije nikakva geološka, već samo geofizička granica. Zato je pitanje, šta je ustvari Zemljina kora; možda bi trebalo da se ostvari dogovor da su Litosfera i Zemljina kora isto, a za to ima dosta razloga.

Globalni aspekt podrazumeva planetarni aspekt, mada se u literaturi sreće "globalno posmatranje nekog atara malog sela", što je i za "žargon" neprihvatljivo.

Definicija 21: Litosfera je spoljna, čvrsta (kruta) zemljina geosfera, sve do astenosfernog sloja, i predstavlja zajednicu (asocijaciju) njenih ploča. Litosfera može biti okeanskog (SIMA) ili kontinentalnog (SIAL) tipa.

Svi autori se slažu da postoje dva osnovna tipa Litosfere: **okeanski** i **kontinentalni**. Ova podela dugo egzistira, ranije su to bili SIMA (SiMg) i SIAL (SiAl) tipovi Zemljine kore, a teorija Nove globalne tektonike (Le Pišon, et al, 1977) je to izmenila u okeanske i kontinentalne tipove ploča Litosfere. Celokupna Litosfera je podeljena globolnim strukturama (riftovi, okeanski grebeni i Beniof zone) na 22 ploče (Sikošek, 1986), koje imaju osobine krutih tela i slično santama leda "plivaju" po astenosfernom sloju. Ploče se dodiruju, potiskuju jedna drugu, tako da su ove kontaktne zone mobilne, tj. aktivne u globalnim razmerama.

Međutim, neki autori uvode i nove, prelazne, tipove Zemljine kore, kad je u pitanju samo jedan prelazni tip (kontinentalno-okeanski) još se može reći da je to prihvatljivo. Ali kada se izdvoji 6 tipova sa 19 podtipova Zemljine kore (Belousov i Pavlenkova, 1985) situacija, postaje beznadežno složena. Uz svo poštovanje drugih, istaknutih, autora u ovoj oblasti, najjasnija je situacija da se zadržimo kod samo dva tipa litosfernih ploča (i Litosfere): **okeanskog** i **kontinentalnog**, koji su jasno polarisani.

Geološka organizacija materije samo je segment Mineralnog sveta, što je grafički predstavljeno u pomenutom dijagramu gde je masa objekta funkcija veličine (sl. 3).

Pomenuta uzlazna linija "Velika simfonija prirode (Univerzuma)" u najvećem delu je istovremeno organizacija Geološkog sveta. Polazeći od toga da su kristali minerala osnovni gradivni elementi Geološkog sveta postaje očigledno da je njegova organizacija neotuđivi deo Mineralnog sveta, koja je tako ugrađena u organizaciju materije Univerzuma. Kristal minerala je osnovna korpuskula za Mineralni svet, koji u specifičnim uslovima spoljnih planetnih geosfera predstavlja Geološki svet.

Od mnogobrojnih minerala, silikati predstavljaju najveću masu litosfera malih planeta, planetnih satelita, planetoida i meteora, jedino komete predstavljaju izuzetak od objekata Sunčevog sistema. Zato smo na sl. 3 pošli od $(SiO_4)^{4-}$ tetraedra, koji je elementarna ćelija kristala silikata, a predstavlja polaznu korpuskulu uzlazne linije "Velike simfonije prirode (Univerzuma)". Multiplet ove elementarne ćelije su kristali silikata, mi smo na sl. 3 prikazali kristal kvarca (SiO_2), a mogao bi to biti i bilo koji kristal silikata, pa i nekog drugog minerala; uzlazna linija ostala bi praktično nepromenjena. Kristali silikata zauzimaju veliki deo, oko 1/2 (sl. 1) "Velike simfonije prirode". Drugu polovinu ove uzlazne linije zauzimaju: planetoidi, male planete i planetski sateliti, velike planete i zvezde glavnog niza.

Geološka organizacija materije počinje litonom (lt), prikazane su tri veličine litona (sl. 3) sa desne strane "Velike simfonije prirode" (ovo je zbog paralelopipednog oblika litona, gde jedna dimenzija preovlađuje nad prečnikom sfernog oblika). Veličina litona je uporediva (po masi i dimenzijama) sa malim, bezimenim, planetoidima.

Sledeće složeno geološko telo je geološka formacija (gf), koja je prikazana, takođe u tri veličine. Geološke formacije su uporedive sa kometama i većim bezimenim planetoidima (sl. 3). Najmanja geološka formacija može biti manja i od litona, ali ga nadmašuje po masi, jer zahvata veću zapreminu (veću dubinu).

Veličina terana je slična veličini geoloških formacija, ali terani imaju značajno veću masu, jer su to složena geološka tela veće debljine (predpostavljamo da su terani oko 5 km po dubini). Masa terana je uporediva sa masom velikih kometa u najmanjih planetoida sa vlastitim imenima (Eros) i malih planetskih satelita.

Veličina geokompleksa najčešće značajno premaša veličine terana, a takođe najčešće premaša terane i po masi. Masa geokompleksa uporediva je sa masom većih planetoida i manjih planetskih satelita (do prečnika Meseca), jer je ocena da su geokompleksi geološka tela koja se prostiru do 20 km dubine. To su najčešće planinski venci koji imaju dužinu reda veličine hiljada kilometara.

Ploče Litosfere su globalna geološka tela koja se po dubini prostiru sve do astenosfernog sloja. Teško je oceniti tu debljinu, većina autora, kao B e u s (1981) ne ide dalje od dubine 20 km (srednja debljina, a to znači da može biti i dva puta veća), a S i - k o š e k (1986) smatra da je na tim dubinama astenosferni sloj. Mi smo takođe uzeli srednju debljinu 20 km. Ploče Litosfere po dužini dostižu dimenziju prečnika Meseca, pa i Zemlje, a po masi su uporedive sa najvećim planetoidom (Cererom) i Saturnovim i nekim Jupiterovim satelitima.

Najveće geološko telo je geosfera, u našem slučaju to je Zemljina kora, ili je to Litosfera. Ocene autora ne idu više po dubini od 20-30 km (srednje), pa smo se i mi zadržali na tim dimenzijama. Po dužini, Litosfera je veća od prečnika Zemlje, jer je to njen obim (obim = prečnik puta 3,14). Litosfera je po masi uporediva sa masom Mesec i drugih velikih planetnih satelita. Ukoliko bi uzeli da se Litosfera prostire po dubini do 350-400 km (neki autori uzimaju te dimenzije dubine astenosfere, bez da napišu da je to sve Litosfera), masa Litosfere bila bi za red veličine veća (oko 12-15 puta), te bi bila uporediva sa masom Merkura i Marsa.

Možemo zaključiti da su dimenzije geoloških tela značajno velike, one su uporedive sa prečnicima planetoida (malih i velikih), kometa, planetnih satelita i malih planeta, zaključno sa samom Zemljom. Po masi, velika geološka tela uporediva su sa masom kometa, svih planetoida i planetskih satelita, a možda i sa masom nekih malih planeta (Merkura i Marsa). Mi najčešće to nemamo u vidu, ali je korisno potsetiti se da su veličine najvećih geoloških tela "kosmičke", jer su uporedive sa veličinom i masom nekih kosmičkih tela. Istovremeno se može smatrati, da su planetoidi i planetski sateliti deo Geološkog sveta, kao što su to litosfere malih planeta.

RASPODELA GEOLOŠKIH POPULACIJA

Osnovna geološka (geohemijska) populacija u geološkom telu je prirodna pojava koja je veoma velika po broju, praktično je neprebrojiva, prekidna ili neprekidna; a pokorava se zakonu velikih brojeva. Za razumevanje statističke raspodele geološke populacije neophodna je primena teorije verovatnoće i matematičke statistike.

Sve masovne pojave u prirodi (V u k a d i n o v i ć, 1973, s. 216) posmatrane na statistički način, imaju osobinu stabilnosti; a ova stabilnost se iskazuje "zakonom velikih brojeva". Konkretne karakteristike svake pojedinačne slučajne pojave skoro ne utiču na srednji rezultat mase tih pojava. Slučajna odstupanja od srednje vrednosti, koja su neizbežna u svakoj određenoj pojavi, u masi se izravnavaju (nivelištu). Ta stabilnost srednje vrednosti rezultata masovnih pojava čini fizički sadržaj pojma "zakona velikih brojeva". To znači da pri velikom broju slučajnih pojava njihov srednji rezultat praktično prestaje da bude slučajan i može se predskazati sa velikom pouzdanošću. Kao primer: svako rođenje deteta je slučajan događaj, koji se ne može predvideti po polu, ali odnos muške novorođenčadi prema ukupnom broju rođene dece je stabilan i iznosi 0,515 (51,5%).

Pod zakonom velikih brojeva (V u k a d i n o v i ć, 1973, s. 217), u užem smislu, se podrazumeva niz matematičkih teorema koje objašnjavaju uslove pod kojima ukupno dejstvo slučajnih uticaja dovode do rezultata koji skoro ne zavise od slučaja. Bernulijeva teorema utvrđuje da se frekvencija događaja u velikom broju eksperimenata (merenja) približava (konvergira) verovatnoći tih događaja.

Mogućnost ovakvih predskazanja rezultata masovnih slučajnih pojava još su više proširene drugom grupom teorema, pod nazivom "centralne granične teoreme" koje se ne odnose na granične vrednosti slučajnih promenljivih, već se odnose na granične zakone raspodele verovatnoća.

Elementi teorije verovatnoće i matematičke statistike predstavljaju teorijsku osnovu statističke raspodele geološke slučajne promenljive, odnosno geoloških populacija u prostoru geoloških tela.

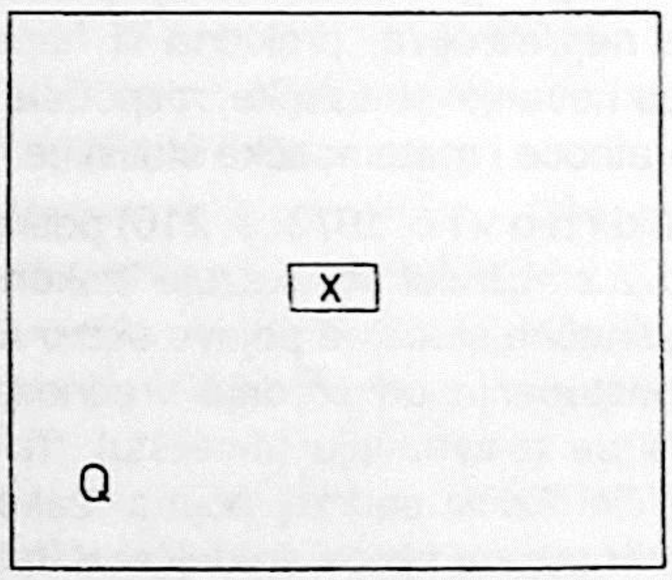
VEROVATNOĆA SLUČAJNOG DOGAĐAJA

Pojam verovatnoće se po pravilu vezuje za realizaciju eksperimenta ili opservacija (opažanja). Realizacija eksperimenta ili opservacija nazivamo "događaji". Neki događaji su neizbežni rezultat realizacije svakog eksperimenta i oni se zovu "pouzdani događaji".

Za događaje koji se ne mogu pojaviti u realizaciji nekog eksperimenta kaže se da su "nemogući događaji". Tako, npr. iz urne sa belim kuglicma može se izvući samo bela kuglica (pouzdan događaj), a ne može se izvući crna kuglica (nemoguć događaj).

Slučajan događaj je onaj čija se realizacija ne može pouzdano predvideti prilikom nekog eksperimenta (V u k a d i n o v i ć, 1973). Iz urne sa crnim i belim kuglicama ne može se pouzdano izvući bela kuglica, ali se pouzdano može predvideti da će kuglica biti bela ili crna.

Izvlačenje bele ili crne kuglice iz urne, rođenje ženskog ili muškog deteta, pojava grba ili pisma kod dinara posle bacanja su slučajni događaji koji se međusobno isključuju. Pojava određenog broja na kocki posle bacanja uz istovremenu pojavu parnog broja tačaka su slučajni događaji koji se međusobno ne isključuju i tada realizacija jednog slučajnog događaja povlači realizaciju drugih slučajnih događaja. Tada se jedan ili više skupova sadrži u nekom skupu slučajnih događaja.



Sl. 5 - Obeležje (događaj) X sadrži se u obeležju (događaju) Q.

Fig. 5 - The feature (event) X is contained in the feature (event) Q.

Na sl. 5 grafički je predstavljen slučaj da se slučajan događaj X sadrži u slučajnom događaju Q, a što bi odgovaralo grafičkoj predstavi sadržaja nekog hemijskog elementa u materijalu geološkog tela. Matematička relacija za ovaj slučaj je:

$$X \subset Q \qquad (1)$$

što čitamo: događaj X se sadrži u događaju Q ili događaj X je deo događaja Q.

"*Klasična definicija verovatnoće svodi pojam verovatnoće na pojam jednako mogućih događaja, koji se smatra osnovnim i ne definiše se*". Klasičnu definiciju verovatnoće dao je Laplas 1812. godine" (S. V u k a d i n o v i ć, 1973, s. 20) i ona je:

$$P(A) = \frac{m}{n} \qquad (2)$$

gde je: P(A) - verovatnoća događaja A
n - broj realizacije eksperimenta

m - broj pozitivnih realilzacija eksperimenta ($O \leq m \leq n$).

"*Ako sa m označiomo broj realizacija događaja A u n nezavisnih eksperimenata, onda relativna frekvencija događaja A (f(A)=m/n) za većinu serija eksperimenata gde je n dovoljno veliko, zadržava skoro konstantnu vrednost, pri čemu se veća odstupanja frekvencije od te konstantne vrednosti uočavaju utoliko ređe ukoliko je broj eksperimenata veći*" (V u k a d i n o v i ć, 1973, s. 30). Ovaj autor smatra da treba uzimati upravo tu konstantu oko koje varira frekvencija događaja A, te ovako definisanu verovatnoću naziva "*statistička definicija verovatnoće*", a ovu osobinu frekvencije događaja, da u velikom broju nezavisnih eksperimenata neznatno odstupa od verovatnoće događaja naziva "*stabilnost frekvencije*". Mnogi autori (V r a n i ć, 1971; E l a z a r, 1972; V u k a d i n o v i ć, 1973; P e t z, 1974:, i drugi) daju primere stabilnosti frekvencija događaja (npr. bacanje kocke).

SLUČAJNA PROMENLJIVA

Rezultat svakog slučajnog događaja, koji se može iskazati brojem kao promenljivom veličinom, u statistici se naziva "*slučajna promenljiva*". Pod uticajem slučajnih faktora koji deluju u prirodi, slučajna promenljiva može uzimati različite brojne vrednosti, koji predstavljaju rezultate nekih ispitivanja, a koji se unapred ne mogu odrediti. Ove brojne vrednosti slučajne promenljive uzimamo sa određenom verovatnoćom, što se u statistici definiše kao "*funkcija slučajne promenljive*".

"*Broj različitih vrednosti koje slučajna promenljiva uzima u posmatranom eksperimentu može da bude konačan, prebrojiv ili neprebrojiv. ... Ako slučajna promenljiva uzima sa pozitivnom verovatnoćom konačan broj vrednosti, ali prebrojivo mnogo (da se mogu prebrojati skupom prirodnih brojeva) ona se naziva diskretnom slučajnom promenljivom*" (V u k a d i n o v i ć, 1973, s. 53). "*Slučajna promenljiva je neprekidna ako sa pozitivnom verovatnoćom može da uzme proizvoljnu brojnu vrednost na određenom intervalu*". Primeri neprekidne slučajne promenljive su: visina i težina čoveka, brzina kretanja automobila, i slično; a primeri prekidne (diskretne) slučajne promenljive su: broj grbova u bacanju dinara, broj automobila koji prolazi ulicom, i slično.

Predpostavimo da diskretna slučajna promenljiva može da uzme brojne vrednosti $x_1, x_2, \ldots, x_n$; sa verovatnoćama $p_1, p_2, \ldots, p_n$, pri čemu je $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$; tada skup parova brojeva:

$$x_i, p_i = p(\xi = x_i); \quad i = 1, 2, \ldots, n, \tag{3}$$

predstavlja raspodelu verovatnoća diskretne slučajne promenljive ξ. Slučajna promenljiva je potpuno definisana kada je data njena raspodela verovatnoća "*Zakon raspodele verovatnoća slučajne promenljive je pravilo po kome svakoj vrednosti slučajne promenljive pridružujemo odgovarajuću verovatnoću*" (V u k a d i n o v i ć, 1973, s. 54). Zakonom raspodele verovatnoća, ukupna verovatnoća (koja je ravna jedinici) raspodeljena je na pojedine vrednosti slučajne promenljive.

Raspodela verovatnoća je potpuna karakteristika samo za diskretne slučajne promenljive, dok se za neprekidnu slučajnu promenljivu ne može formirati raspodela verovatnoća po parovima brojeva (formula 3) zato što ona ima beskonačno mnogo vrednosti koji ispunjava dati interval (neprebrojiv skup vrednosti) za koji je definisana. Zato za neprekidnu slučajnu promenljivu postoji "raspodela verovatnoća", ali ne u istom smislu kao za prekidnu slučajnu promenljivu.

Da bi dobili karakteristike za proizvoljnu slučajnu promenljivu, diskretnu ili neprekidnu, posmatrajmo verovatnoće događaja ($\xi<x$); a ne ($\xi= x$); gde je x tekuća promenljiva. Verovatnoća događaja ($\xi<x$) očigledno zavisi od x, jer je ona funkcija od x. Ova funkcija se u statistici naziva "funkcija raspodele verovatnoća" ili "*kumulativni zakon raspodele verovatnoća*", a to je:

$$F(x) = P(\xi<x) \tag{4}$$

Ovako definisana funkcija raspodele potpuna je karakteristika slučajne promenljive ξ. Za diskretne (prekidne) slučajne promenljive, koje uzimaju vrednosti $x_1, x_2, \ldots, x_n$, funkcija raspodele jednaka je:

$$F(x) = \sum_{x_i<x} p_i \tag{5}$$

Funkcijom raspodele slučajne promenljive ξ možemo da izrazimo verovatnoću nejednakosti ($a\leq\xi<b$), za proizvoljne vrednosti a i b ($a<b$). Ako sa A označimo događaj ($\xi<a$), a sa B označimo događaj ($\xi<b$) i sa C označimo događaj ($a\leq\xi<b$), tada je B = A + C. Kako se događaj A i C međusobno isključuju, to je:

$$P(B) = P(A) + P(C)$$

odakle je:

$$P(C) = P(B) - P(A)$$

ili:

$$P(a \leq \xi < b) = P(\xi < b) - P(\xi < a)$$

$$P(a \leq \xi < b) = F(b) - F(a) \tag{6}$$

Osobine ove funkcije su sledeće (V u k a d i n o v i ć, 1973, s. 57):

1) Pošto verovatnoća nije negativni broj, to iz formule (6) neposredno sledi da za proizvoljne vrednosti a i b ($a<b$) ima smisla nejednakost: $F(a)<F(b)$, tj. funkcija raspodele proizvoljne slučajne promenljive je neopadajuća funkcija.

2) $F(-\infty) = 0$ i $F(\infty) = 1$. Zaista, kako je događaj ($\xi<\infty$) pouzdan događaj, to je $F(\infty) = P(\xi<\infty) = 1$. Događaj ($\xi<-\infty$) je nemoguć događaj, pa je $F(-\infty) = P(\xi<-\infty) = 0$, a iz toga sledi da vrednost funkcije raspodele verovatnoća se kreće između vrednosti nula i jedinice:

$$0 \leq F(x) \leq 1 \tag{7}$$

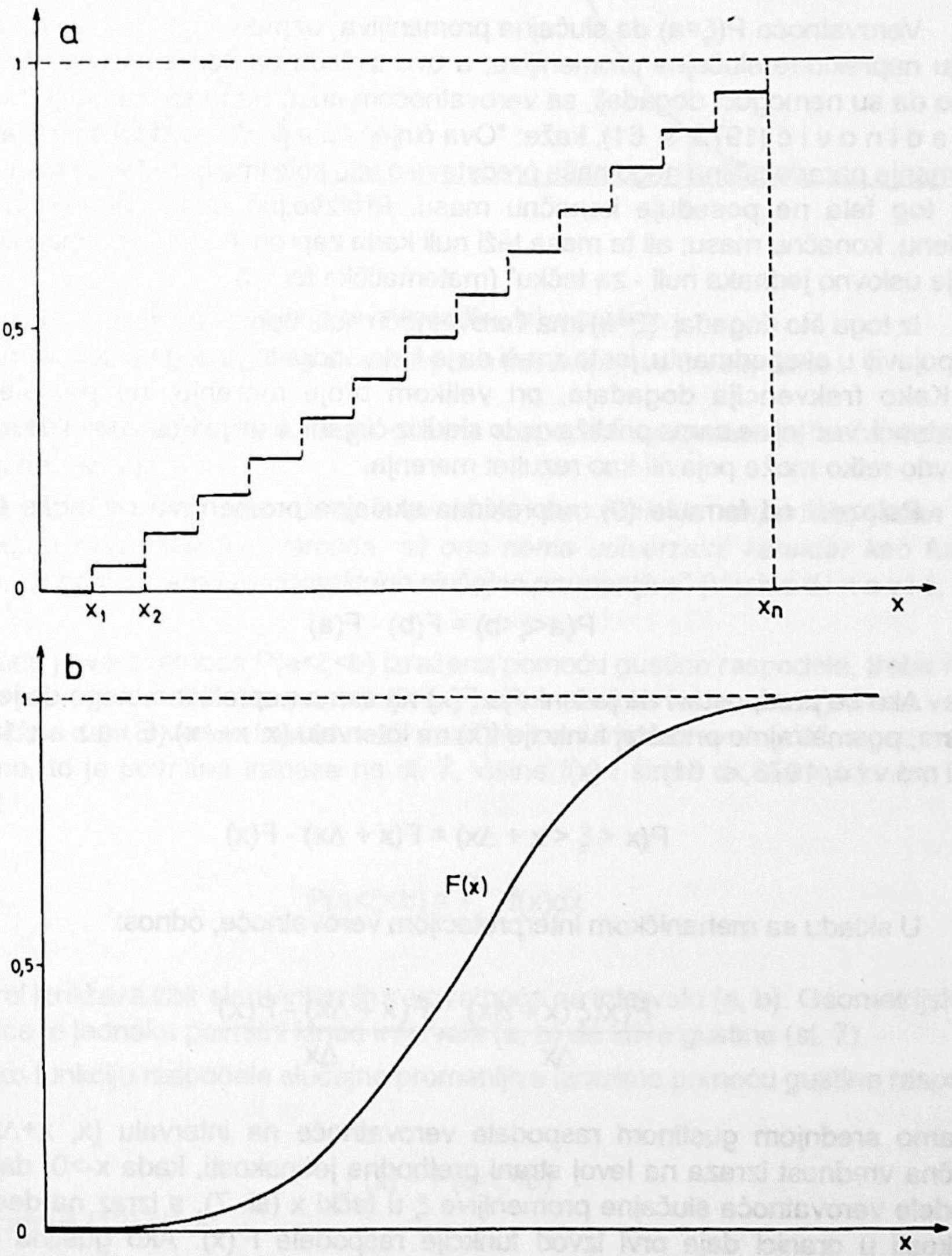
Praktično, kod diskretne slučajne promenljive, na osnovu formule (7), funkcija raspodele verovatnoća je jednaka nuli za vrednost ($x\leq x1$), a jednaka je jedinici za vrednost ($x<x_n$).

3) Funkcija raspodele verovatnoća je neprekidna sleva u tačkama prekida: $F(x - 0) = F(x)$, što predstavlja uslov neprekidnosti sleva u tački prekida (x). U slučajevima kada se funkcija raspodele definiše kao verovatnoća $P(\xi\leq x) = F(x + 0) = F(x)$, u tom slučaju funkcija raspodele verovatnoća je neprekidna sdesna. Na taj način jasno je da je svaka funkcija raspodele verovatnoća neopadajuća funkcija, koja je neprekidna sleva i sdesna, jer zadovoljava uslove da je $F(-\infty)=0$ i $F(\infty)=1$. Svaka funkcija koja zadovoljava ove uslove može da se smatra funkcijom raspodele verovatnoća neke slučajne promenljive.

Slučajna promenljiva ξ je prekidna (diskretna) ako je za svaki realni broj x određena neopadajuća funkcija raspodele $F(x) = P(\xi<x)$, koja ispunjava uslove da je $F(-\infty)=0$i $F(\infty)=1$ koja u tačkama xi ima skokove jednake verovatnoćama pi (sl. 6, pod a):

$$F(x_i+0) - F(x_i) = P(\xi=x_i) = p_i;\ i = 1, 2, .., n \qquad (8)$$

Slučajna promenljiva ξ je neprekidna ako je za svaki realni broj x određena neopadajuća, neprekidna funkcija raspodele $F(x) = P(\xi<x)$, koja ispunjava uslove da je $F(-\infty)0$ i $F(\infty) = 1$ (sl. 6, pod b).



Sl. 6 - Funkcije raspodele verovatnoća F(x).
a) za diskretnu slučajnu promenljivu,
b) za neprekidnu slučajnu promenljivu.

Fig. 6 - The functions of the probability distribution F(x).
a) For the discrete random variable.
b) For the continual random variable.

Pri povećavanju broja "skokova" funkcije raspodele verovatnoća diskretne slučajne promenljive,sami skokovi postaju sve manji i stepenasta forma ove funkcije F(x) postepeno se približava neprekidnoj krivi raspodele slučajne promenljive (sl. 6, od a ka b).

Verovatnoća da slučajna promenljiva ξ uzme na intervalu (a, b) određenu vrednost, izražena je pomoću funkcije raspodele (formula 6), a u slučaju neprekidne promenljive, kada (b -> a) iz formule (6) dobijamo da je $P(\xi=a) = 0$, to jest:

$$P(\xi=a) = \lim_{b \to a} P(a<\xi<b) = \lim_{b \to a} [P(b) - P(a)] = \lim_{b \to a} [F(b) - F(a)] = 0 \qquad (9)$$

Verovatnoća $P(\xi=a)$ da slučajna promenljiva uzme vrednost a jednaka je nuli u slučaju neprekidne slučajne promenljive, a ovo izgleda paradoksalno, jer je ranije bilo rečeno da su nemogući događaji, sa verovatnoćom nula. Sada se vidi da je to moguće i V u k a d i n o v i ć (1973, s. 61), kaže: "Ova činjenica izgleda paradoksalna, ali ona nije ništa manje paradoksalna nego naša predstava o telu koje ima određenu masu, a nijedna tačka tog tela ne poseduje konačnu masu. Proizvoljno mala zapremina tela ima određenu, konačnu masu; ali ta masa teži nuli kada zapremina tela se umanjuje i u tački postoje uslovno jednaka nuli - za tačku" (matematička tačka).

Iz toga što događaj $(\xi=a)$ ima verovatnoću nula uopšte ne sledi da se taj događaj neće pojaviti u eksperimentu, jer to znači da je frekvencija toga događaja uslovno jednaka nuli. Kako frekvencija događaja, pri velikom broju merenja, ne postaje jednaka verovatnoći, već joj se samo približava; to sledi iz činjenice da je $P(\xi=a) = 0$ da se događaj $(\xi=a)$ vrlo retko može pojaviti kao rezultat merenja.

Polazeći od formule (9), neprekidna slučajna promenljiva se može predstaviti kao:

$$P(a<\xi<b) = F(b) - F(a) \qquad (10)$$

Ako se predpostavi da je funkcija F(x) ne samo neprekidna, nego da je i diferencijabilna, posmatrajmo priraštaj funkcije f(x) na intervalu $(x, x+\Delta x)$ (E l a z a r, 1972; V u k a d i n o v i ć, 1973, s. 61):

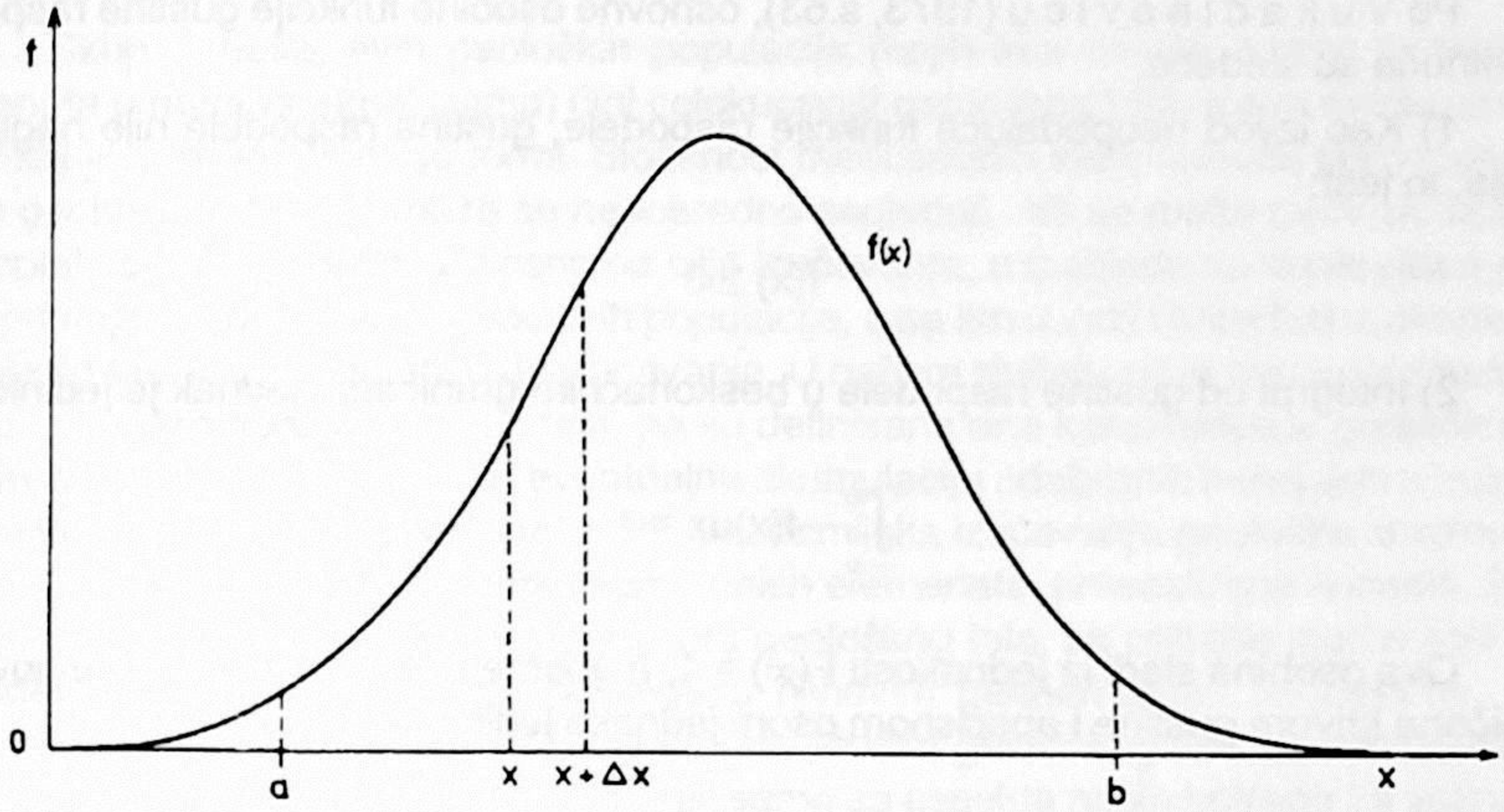
$$P(x < \xi < x + \Delta x) = F(x + \Delta x) - F(x)$$

U skladu sa mehaničkom interpretacijom verovatnoće, odnos:

$$\frac{P(x<\xi<x+\Delta x)}{\Delta x} = \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

nazivamo srednjom gustinom raspodele verovatnoće na intervalu $(x, x+\Delta x)$ (sl. 7). Granična vrednost izraza na levoj strani prethodne jednakosti, kada $x->0$, daje gustinu raspodele verovatnoća slučajne promenljive ξ u tački x (sl. 7), a izraz na desnoj strani jednakosti u granici daje prvi izvod funkcije raspodele F'(x). Ako gustina raspodele verovatnoća označimo sa f(x), tada dobijemo:

$$f(x) = F'(x) \qquad (11)$$



Sl. 7 - Funkcija gustine raspodele verovatnoća f(x), kriva gustine.

Fig. 7 - The density function of the probability distribution f(x), the density curve.

Kriva koja predstavlja funkciju gustina raspodele verovatnoća kraće se naziva "*kriva gustina*" (sl. 7).

"*Funkcija gustina raspodela verovatnoća, kao funkcija raspodele, jedan je od oblika zakona raspodele verovatnoća; ali ona nema univerzalni karakter kao funkcija raspodele, jer postoji samo za neprekidne slučajne promenljive*" (V u k a d i n o v i ć, 1973, s. 62).

Kada je verovatnoća $P(a<\xi<b)$ izražena pomoću gustine raspodele, treba najpre uočiti verovatnoću da slučajna promenljiva ξ padne na interval $(x, x+\Delta x)$. Tada veličina $f(x)dx$ približno daje tu verovatnoću i naziva se "*elementarna verovatnoća*", a geometrijski posmatrano, to je površina trapeza na sl. 7, visine f(x) i širine dx, odnosno Δx. U tom slučaju je:

$$P(a<\xi<b) = \int_a^b f(x)dx \qquad (12)$$

gde integral izražava zbir elementarnih verovatnoća na intervalu (a, b). Geometrijski, ova verovatnoća je jednaka površini iznad intervala (a, b) do krive gustine (sl. 7).

Ako funkciju raspodele slučajne promenljive izrazimo pomoću gustine raspodele, dobijamo:

$$F(x) = P(a<\xi<b)$$

a prema formuli (12) sledi:

$$F(x) = \int_a^b f(x)dx \qquad (13)$$

Jasno je da funkcija raspodele F(x) predstavlja, geometrijski posmatrano, površinu ispod krive gustine f(x).

Po V u k a d i n o v i ć u (1973, s.63), osnovne osobine funkcije gustine raspodele verovatnoća su sledeće:

1) Kao izvod neopadajuće funkcije raspodele, gustina raspodele nije negativna funkcija, to jest:

$$f(x) \geq 0 \tag{14}$$

2) Integral od gustine raspodele u beskonačnim granicama jednak je jedinici:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \tag{15}$$

Ova osobina sledi iz jednakosti $F(\infty) = 1$, a geometrijski označava da je površina ograničena krivom gustine i apscisnom osom jednaka jedinici.

GEOLOŠKA (GEOHEMIJSKA) POPULACIJA

Geološko telo (liton) kao osnovni element geološke organizacije materije Litosfere (definicije 14 i 16) predstavlja prirodnu smešu minerala, od kojih neki kao bitni određuju petrološki tip stene (definicija 15), a drugi kao sporedni, akcesorni i sekundarni su samo prisutni u steni. Mineral (definicija 13) je populacija kristala (definicija 12) kao fizički određene supstancije, a kao posledica prosto geološko telo predstavlja smešu populacija kristala, odnosno smešu geoloških populacija.

Definicija 22: Geološka populacija je skup kristala određenog minerala u geološkom telu.

Termin "geološka populacija" je predložen iz razloga što bi se ova populacija mogla nazvati "mineraloška", "petrološka" ili "geohemijska" populacija, a termin "geološka" populacija obuhvata sva tri pomenuta termina. Kako je predmet ove monografije geohemijski aspekt geoloških izučavanja, često se dodaje i dodatak "geohemijska" populacija, ali u zagradi.

Autor ove monografije dugo je bio u zabludi da je geološka populacija "populacija atoma određene vrste" (O m a lj e v, 1982a, 1983a, 1985a, 1985d i 1985e). Pri tome se naglašavalo da su atomi aktivni i "da stupaju u hemijske reakcije gradeći jedinjenja, a u prirodi minerale. Na taj način raspored atoma u prostoru geološkog tela vezan je za raspored minerala u kojima se oni nalaze" (O m a lj e v, 1983a, s. 24).

Geološka populacija kristala minerala je pojava statističkog karaktera, koja je veoma velika po broju i kao masovna pojava praktično je neprobrojiva. Ona ima korpuskularnu strukturu u svim tipovima stena kao prostih geoloških tela, a ova osobina čini diskretnost geoloških populacija.

Jedan od ciljeva geohemijskih izučavanja geoloških tela je saznanje raspodele hemijskih elemenata u osnovnim strukturnim jedinicama Litosfere, a to je geohemijska raspodel hemijskih elemenata u geološkim telima. Ova izučavanja se svode na statistička izučavanja raspodele geološke (geohemijske) populacije u prostoru okonturenog geološkog tela.

Raspodela geološke populacije, kao masovne pojave, pokorava se zakonu velikih brojeva i za njeno izučavanje potrebna je primena teorije verovatnoće i matematičke statistike.

Skup (smeša) svih geoloških populacija (kojih ima onoliko koliko je hemijskih elemenata u merljivim količinama) čini celokupnost geološkog tela, a ova celokupnost se manifestuje u veoma mnogo formi. Složenost međusobnih veza između pojedinih minerala u geološkom telu ne može se neposredno sagledati, niti se može geološki izučavati u kompleltnoj celokupnosti. Zavisno od cilja izučavanja, a u skladu sa konkretnim zadatkom, pristupa se definisanju geoloških populacija, a sa tim u vezi i kriterijuma okonturenja geološkog tela kao predmeta ovih izučavanja. U našem slučaju cilj je raspodela hemijskih elemenata u prostoru geološkog tela, pa su definisane one karakteristike geološkog tela koje imaju značaja za migraciju i eventualnu akumulaciju odabranih hemijskih elemenata, koje nekad nazivamo "korisni" elementi. Geohemijska izučavanja geološke sredine uvek su parcijalna, izučava se raspodela samo nekih elemenata, prvenstveno korisnih. Zato je definisanje kriterijuma okonturenja prostora geološkog tela, za potrebe izučavanja nekih raspodela hemijskih elemenata podređena njihovim geohemijskim osobinama, a sve drugo se zanemaruje. Na taj način okontureni prostor geološkog tela za nas predstavlja **"geološki ili geohemijski kontinuum"**, ali samo sa aspekta naših potreba za saznanjem geohemijske raspodele geoloških populacija.

Saznanje o geohemijskoj raspodeli geoloških populacija ne može biti samo opisno, ono mora biti i statističko na osnovu merenih podataka ili informacija o masama kao kvantitativnim podacima koji se dobijaju merenjem. Postupak parcijalnog merenja masa (u kg) geološkog tela predstavlja eksperiment u geologiji (geohemiji), a koji se naziva **uzorkovanje**. Iz razloga nemogućnosti merenja celog geološkog tela (u kg) treba dobiti njegov uzorak koji će ga reprezentovati u eksperimentu. Jedinica eksperimenta uzorkovanja koja se meri nazivamo **"proba"**. Eksperiment uzorkovanja je uzimanje i merenje proba u definisanim (kontrolisanim) uslovima.

STATISTIČKI UZORAK

U našoj geološkoj praksi odomaćeno je da se termini "proba" i "uzorak" smatraju za sinonime, pa se vrlo često za pojedinačnu probu kaže da je uzorak. To je svakodnevna praksa u našim projektima geoloških istraživanja, gde se u specifikaciji radova gotovo po pravilu navodi da je proba uzorak.

Uzorak suštinski reprezentuje objekat, u našem slučaju geološko telo kao objekat geoloških istraživanja. Naravno da se uvek može uzeti uzorak samo po određenom obeležju koje je definisano kao cilj istraživanja. Uzorak treba suštinski da reprezentuje geološko telo po obeležju merenja u svim pojedinostima koje su za konkretna izučavanja karakteristična.

Jedna proba može, ali ne mora da ima osobine uzorka geološkog tela; a što je zavisno od kvaliteta obeležja po kome se geološko telo definiše i okonturuje. Tako, npr. petrografski opis jednog preparata (probe) je potpun za definisanje vrste stene i tada je jedna proba istovremeno i uzorak geološkog tela. Međutim, u geohemiji se kao rezultat merenja daje koncentracija određenog hemijskog elementa u probi i tada jedna proba je samo jedan podatak ili informacija i nikako ne može biti uzorak koji reprezentuje geološko telo, odnosno geološku populaciju toga hemijskog elementa u njemu. Reprezent geološke populacije hemijskog elementa je parametar **"srednji sadržaj"**, a ovaj parametar se dobija kao srednja vrednost skupa proba koje reprezentuje geološko telo po tom obeležju merenja (koncentracija hemijskog elementa).

Definicija 23: Proba je materijalni deo geološkog tela, koja ima svoje realne dimenzije u prostoru i masi i to je jedinica eksperimenta oprobavanja po obeležjima koje su predmet merenja.

Definicija 24: Statistički uzorak je skup proba koji reprezentuje geološko telo (geološku populaciju) po obeležjima koje su predmet merenja.

Upotrebljen je termin "statistički uzorak" umesto samo "uzorak" iz razloga preciznosti da se isključi svaka mogućnost nesporazuma. Proba je jedinica eksperimenta oprobavanja, a istovremeno to je **"jedinična veličina"** koja se ne može deliti (ne može se uzeti 1/2 probe), svaka podela materijala probe dovodi do pojave novih proba opet kao jediničnih veličina.

Definicija 25: Proba kao jedinica eksperimenta oprobavanja (uzorkovanja) je jedinična veličina (entitet) po obeležjima merenja.

Izdvajanje određene geološke populacije iz materijala geološkog tela ima karakter separacije na mineralne vrste izdvajanjem kristala svih minerala (monomineralnih koncentrata), a naročito bitnih ili korisnih minerala. Ovakva metoda izdvajanja monomineralnih koncentrata (veštački šlih) veoma je skupa i složena, pa se kao metoda za izučavanje geoloških populacija minerala u geološkom telu krajnje retko primenjuje samo za specijalna petrološka, i krajnje retko i geohemijska izučavanja.

U praksi su razvijene metode razaranja minerala (hemijska analiza) ili mineralnih agregata (stena i ruda) na supstancije određenih hemijskih elemenata (hemijska analiza), što se primenjuje i u geologiji (geohemiji). Hemijska analiza na elementni sastav materijala probe predstavlja "upad" u Nano-svet koji je trenutan, jer se odmah spontano izvede sinteza atoma u molekule supstancije jednoelementnog ili višeelementnog sastava. Tako kao rezultati hemijskih analiza dobijaju se mase elemenata ili prostih njegovih jedinjenja (najčešće oksidi), odnosno koncentracije ovih elemenata ili komponenti u materijalu probe.

Mineral (kristal) kao korpuskula i proba kao jedinična veličina predtavljaju zapremina (v) koja je ispunjena supstancijom (materijalom) određene jedinične mase (q), a takođe se u probi nalaze i jedinične mase hemijskih elemenata (X, Y, Z, itd.), koje su predmet merenja (u kg). Ova osobina mineralne korpuskule i probe predstavlja dualizam (dvojnu prirodu), jer je jedinična masa (q) istovremeno i zbir jediničnih masa hemijskih elemenata, a što se može meriti u postupku hemijske analize materijala probe ili kristala minerala. U odgovarajućem poglavlju princip dualizma korpuskule biće izložen detaljno, što je bitna tema ove monografije.

Da bi se ostvarila reprezentativnost statističkog uzorka, a iz razloga njegove diskretne prirode, smatramo da je potrebno definisati uslovno minimalni broj proba (podataka) u statističkom uzorku. Svakako da je najbolji način jednoliko oprobavanje mase geološkog tela u celoj njegovoj zapremini. Jedinične zapremine (odnosno mase) probe mogu se zamisliti kao "porcije" koje zbirno izgrađuju ukupnu masu materijala geološkog tela ($Q = \Sigma q$), a bilo bi optimalno kada bi se ove jedinične zapremine (mase) izvlačile iz ukupne mase geološkog tela po nekom pravilu. Međutim, poznato je da ovaj statistički uslov nikad u praksi ne može biti ostvaren, jer je masa materijala geološkog tela otkrivena prirodno na površini terena (izdanku) ili veštački u istražnim radovima (raskopi, bušotine, rudarski radovi). Zato se u geologiji eksperiment oprobavanja (uzorkovanja) izvodi ili po nekoj mreži, ili po profilu ili se primenjuje metod slučajnog uzimanja proba, tačkasto oprobavanje. To znači da samo neke jedinične zapremine imaju šansu da budu uzete, dok većina njih nema nikakvu šansu da bude uzeta kao proba. Uzorkovanje i laboratorijska obrada proba zahtevaju značajna finansijska sredstva i zato gustina uzorkovanja mora biti u razumnim granicama. Veliki je problem uzeti reprezentativan statistički uzorak, te postoji značajna razlika u prilazu ovom problemu kod različitih autora.

Za prevazilaženje diskretne prirode statističkog uzorka, koja proizilazi iz tačkastog oprobavanja, predlažemo tabelu koja može ukazati kako se može uzeti dovoljno veliki statistički uzorak, da bi osnovni uslovi koje statistika zahteva bili ispunjeni.

Smatramo da statistički uzorak postaje dovoljno veliki ako relativna frekvencija jedne probe bude uslovno nula procenata, uzimajući u obzir i decimale. Za različite vrednosti ovog praga reprezentativnosti veličina statističkog uzorka je dato u tabeli.

Tabela 7: Reprezentativnost statističkog uzorka.

Veličina statističkog uzorka	Relativna frekvencija jedinične mase probe		Broj podataka	Reprezentativnost
	uslov	$100\frac{q}{\Sigma q}$ %	N	
Veoma mali		5	20	nereprezentativan
Mali		4,76 - 2	21 - 50	uslovno reprezentativan
Srednji		1,96 - 0,5	51 - 200	minimalno reprezentativan
Veliki	0%	0,49 - 0,05	201 - 2.000	reprezentativan
Vrlo veliki	0,0%	0,05 - 0,005	2.001 - 20.000	reprezentativan
Ogroman	0,00%	0,005-0,0005	20.001-200.000	reprezentativan

Evidentno je da za prevazilaženje diskretne prirode statističkog uzorka treba značajno veliki broj proba za prag reprezentativnosti od nula procenata (200 proba), a što se u praksi geohemijskih prospekcija može postići. Kolektivni statistički uzorci, koji reprezentuju složena geološka tela, mogu dostići i sledeći prag reprezentativnosti (0,0%), ali retko više od toga.

U praksi je relativno čest slučaj da prcijalni statistički uzorci, koji reprezentuju prosta geološka tela, nemaju ovaj minimalni broj proba (200), pa se postavlja dilema šta tada raditi. Autor ove monografije smatra da praksa zahteva rad sa malim statističkim uzorcima koji su u suštini nereprezentativni. Iz tih razloga autor radi i sa parcijalnim statističkim uzorcima po pravilu do 50 proba, smatrajući ih dovoljno (minimalno) reprezentativnim (za populacije radioaktivnih elemenata u magmatskim stenama); ali ima slučajeva kada se radi i sa stvarno malim statističkim uzorcima od svega 20 proba, što je u svakom slučaju nereprezentativno (ali u takvim situacijama nije bilo moguće uzeti veći statistički uzorak, iz finansijskih razloga). Praksa je pokazala da i mali, uslovno reprezentativni statistički uzorci (tabela 7) mogu dati korisne podatke o prirodi geohemijske raspodele radioaktivnih elemenata u prostim geološkim telima (geološkim sredinama).

U praksi je čest slučaj d složeno geološko telo reprezentuje kolektivni statistički uzorak (npr. "vulkaniti Golije" od 238 proba), a koji sadrži parcijalne statističke uzorke koji reprezentuju prosta geološka tela (npr. "alterisani kvarclatit Golije" od 53 probe), a takođe i kolektivne statističke uzorke nižega reda (npr. "alterisani vulkanit sa kvarcom Golije" od 127 proba - V. O m a lj e v, 1990b), takođe kao složena geološka tela. U ovom slučaju vulkanita Golije kolektivni statistički uzorak sadržao je: 5 kolektivnih statističkih uzoraka drugog i trećeg reda i 5 parcijalnih statističkih uzoraka.

STATISTIČKA RAZMERA

Autor je davno zapazio da se statistička ispitivanja geohemijske raspodele hemijskih elemenata u geološkim telima izvode proizvoljno, bez ikakve standardizacije i zato se ne mogu međusobno upoređivati. Takvo stanje i sada vlada u metodu primene statistike u geohemiji na svetskom nivou, nikada nisam našao ni pokušaj neke standardizacije kod bilo kog domaćeg ili stranog autora. Iz tih razloga pristupio sam standardizaciji geološke nezavisne promenljive pomoću **"statističke razmere"** već u prvim radovima, što je kasnije dograđeno i bolje definisano (O m a lj e v, 1977, 1982a, 1983c, 1986d, 1992b).

Geohemijska ispitivanja raspodele hemijskih elemenata u geološkim telima u suštini se svode na ispitivanje forme reljefa geohemijskog polja (O m a lj e v, 1983e, 1986c, 1987a), gde se taj reljef prikazuje izolinijama koncentracija na geohemijskoj karti. Istovremeno interval između susednih izolinija nazvan je **"geohemijska ekvidistancija - geq"**, a to je istovremeno i raspon koncentracija klasa na histogramu. Ovi pojmovi definisani su teoremama 3 i 9:

Teorema 3: Statistička razmera, kao mera standardizacije geološke nezavisne promenljive (x), je odnos jedinice prema geohemijskoj ekvidistanciji (1:geq); a ona određuje položaj i veličinu svake klase i intervala između izolinija koncentracija ispitivanog hemijskog elementa na apscisnoj osi i geohemijskoj karti, počev od nule kao apsolutnog minimuma.

Teorema 9: Geohemijska ekvidistancija (geq) je interval između susednih izolinija koncentracija izučavanog hemijskog elementa, a ona može biti: linearna i eksponencijalna (logaritamska).

Linearna statistička razmera je odnos jedinice prema geohemijskoj ekvidistanciji, analogno topografskoj karti, a piše se na uobičajeni način:

$$1 : geq\ (\%, g/t, ppm, ppb) \qquad (16)$$

Standardizacija statističke razmere je ustvari standardizacija geohemijske ekvidistancije, a uzeta je iz topografije. Geohemijska ekvidistancija, kao i topografska ekvidistancija, može biti bilo koji prirodni broj. Međutim, iz praktičnih razloga pribeglo se standardizaciji te se za ekvidistanciju uzima samo realni broj i to samo neke celobrojne vrednosti koje se lako pamte i matematički multicipliraju. Osnovno u statističkoj razmeri je početak u nuli, kao što je to i u topografiji (gde je nula nivo svetskog mora). Principijelna razlika je da ekvidistancija u topografiji može biti negativna, a u geohemiji može biti samo pozitivna, naravno u linearnim odnosima. Najčešće se kao ekvidistancija upotrebljavaju realni brojevi 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100,itd., a nekad se upotrebljavaju i prirodni (decimalni) brojevi, najčešće 0,1, 0,2, 0,25 i 0,50 i to u slučaju kada su dimenzije koncentracije glavnih petrogenih elemenata, alkalije, silicija, itd. izražena u procentima (ustvari se izbegava primena promila, jer se ti brojevi mogu izraziti kao celobrojne vrednosti u promilima).

Naročito je važan princip, po teoremi 3, koji treba poštovati kao zakon, da je vrednost nula obavezno u koordinatnom početku. Na primeru statističke razmere 1:1 (%, ppm) to je jednoznačno, a u slučajevima 1:2 (%, ppm) dolaze u obzir samo parni brojevi, a ne mogu se upotrebiti neparni brojevi za linearni niz brojeva koji predstavljaju izolinije koncentracije na geohemijskoj karti, odnosno granice klasa na histogramu. Za statističku razmeru 1:5 (ppm) mogu se upotrebiti sledeći brojevi: 5, 10, 15, 20, 25, itd.; a nikako se ne mogu upotrebiti nizovi brojeva 1, 6, 11, 16, itd., ili 2, 7, 12, 17, itd.; ili 3, 8, 13, 18, itd.; ili 4, 9, 14, 19, itd. Tako i za svaku drugu geohemijsku ekvidistanciju koja se na standardizovani način upotrebljava u statističkoj razmeri.

Kao posledica je to da se klase ili izolinije broje od koordinatnog početka takođe na standardizovani način. Koordinatni početak na histogramu je uvek u nuli, ali se konkretni histogram može početi prenošenjem ordinate na bilo koju vrednost standardizovane ekvidistancije u konkretnoj statističkoj razmeri, da bi redukovali deo histograma sa klasama bez podataka, a to sve iz razloga štednje prostora crteža histograma.

Napominjemo da pojam "statističke razmere" nema veze sa pojmom "grafičke razmere" u kojoj se crtaju histogrami ili sa pojmom "topografske razmere" u kojoj su predstavljene geohemijske karte. Statistička razmera je razmera geohemijskih izučavanja statističke raspodele hemijskih elemenata u geološkim telima, a ona se primenjuje na standardizovan način da bi omogućila upoređenje statističkih raspodela elementa u različitim geološkim telima i na različitim terenima. Takođe je omogućeno upoređenje statističke raspodele različitih hemijskih elemenata u istom geološkom telu, nekad kao višekomponentnih sistema.

U svakodnevnom životu u primeni je dekadno-decimalni brojni sistem sa osnovom 10, a elektronski računari rade u binarnom brojnom sistemu sa osnovom 2. Postoji i drugi brojni sistemi, sa osnovom bilo kojeg realnog broja, a u primeni mogu doći duodecimalni brojni sistem sa osnovom 12, ili neki od multipleta binarnog sistema, npr. brojni sistem sa osnovom 16 (za koji autor ove monografije misli da bi bio najprimereniji za upotrebu).

Linearna statistička razmera može biti iskazana u bilo kojem brojnom sistemu, ali iz razloga bolje komunikacije najčešće se (po pravilu) upotrebljava našem mozgu dosta teško shvatljivi dekadno-decimalni brojni sistem. Naš mozak bi najlakše radio u binarnom sistemu, ali binarni sistem je nepogodan za praktičnu upotrebu, te bi najracionalniji bio brojni sistem sa osnovom 16, koga bih nazvao "heksadeka sistem".

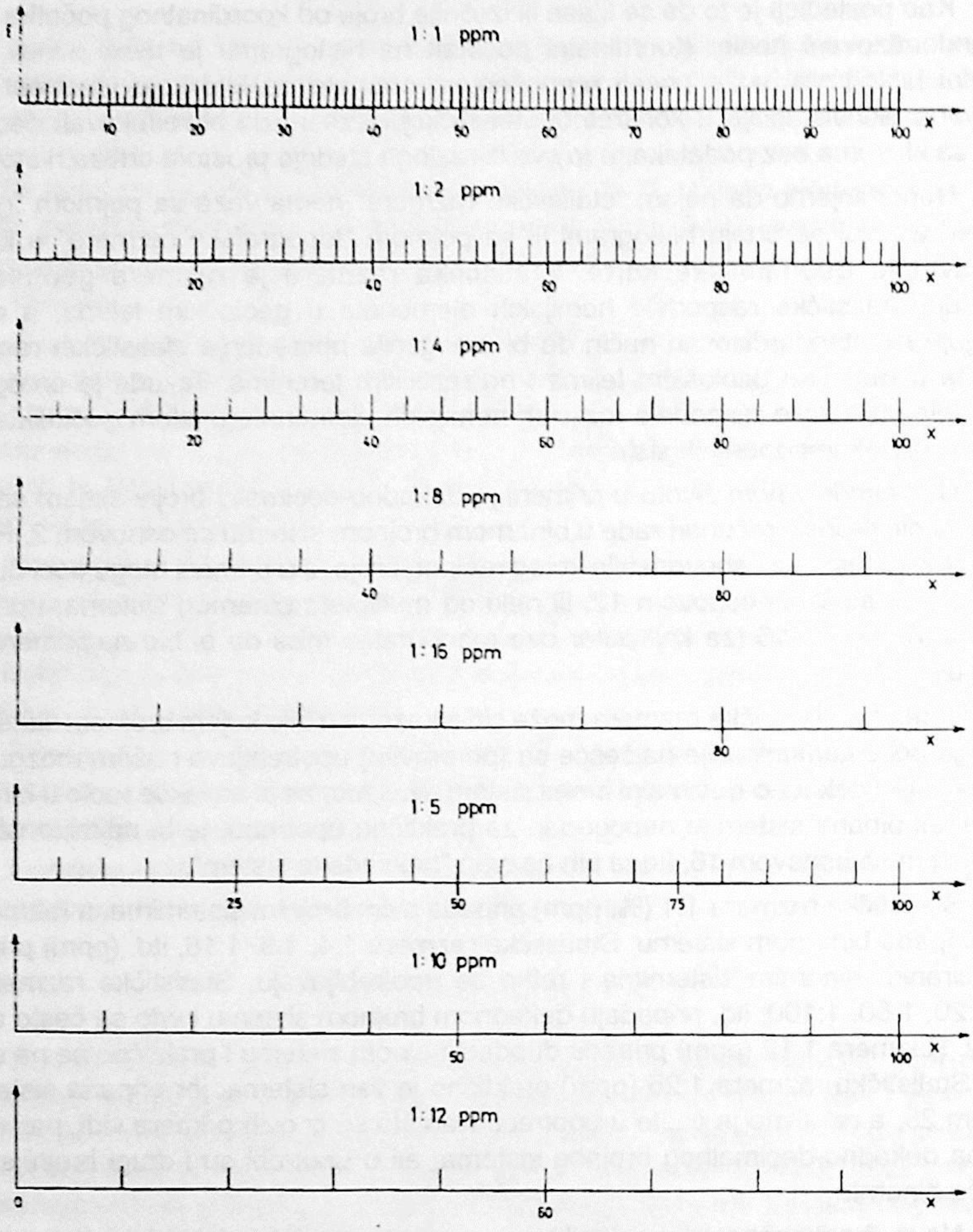
Statistička razmera 1:1 (%, ppm) pripada svim brojnim sistemima, a razmera 1:2 (ppm) pripada binarnom sistemu. Statističke razmere 1:4, 1:8, 1:16, itd. (ppm) pripadaju multipliciranim binarnim sistemima i retko se upotrebljavaju. Statističke razmere 1:5, 1:10, 1:20, 1:50, 1:100, itd. pripadaju dekadnom brojnom sistemu i vrlo se često upotrebljavaju. Razmera 1:12 (ppm) pripada duodecimalnom sistemu i praktično se ne upotrebljava. Statistička razmera 1:25 (ppm) praktično je van sistema, jer pripada sistemu sa osnovom 25, a relativno je često u upotrebi. Kao što se iz ovih primera vidi, najčešće je upotreba dekadno-decimalnog brojnog sistema, ali u upotrebi su i drugi brojni sistemi, najčešće binarni.

Na sl. 8 prikazane su granice klasa u različitim brojnim sistemima, koje se mogu upotrebljavati.

Izbor dimenzija koncentracije (%,‰, ppm, ppb) zavisi od intenziteta koncentracija izučavanih elemenata u konkretnom geološkom telu, to su najčešće dimenzije koje su odabrane u izveštaju hemijske laboratorije (ili neke druge laboratorije), tako da se izbegne operacija preračunavanja koncentracija na drugu dimenziju, sem u slučaju kada se za takvo preračunavanje ukaže realna potreba. Bitno je da se radi uvek u istoj dimenziji i to onoj koja je u originalnom dokumentu izveštaja.

Teorijske krive gustine slučajne promenljive (x) su eksponencijalne funkcije prirodnog broja e = 2,7128... (V u k a d i n o v i ć, 1973):

$$f(x) = de^{-a} = d^{*}\exp(-a) \qquad (17)$$



Sl. 8 - Standardizacija geohemijske ekvidistancije (geq) za različite linearne statističke razmere (1:geq).

Fig. 8 - Standardization of geochemical equidistance (geq) within different linear statistical scales (1:geq).

gde je:

$$d = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

i

$$a = \frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}$$

Ova eksponencijalna funkcija je dobro poznata funkcija Gansa i Laplasa (zvonasta simetrična kriva), a raspodela slučajne promenljive po ovom zakonu naziva se "normalna" raspodela. Međutim, raspodele realnih geoloških populacija u prirodi po pravilu nisu "normalne", a o tome će kasnije biti dovoljno objašnjenja.

Logaritam je određena forma eksponencijalnih odnosa:

$$n = b^a \qquad (18)$$

$$a = \log_b n$$

$$b^{\log a} = n$$

gde je: a - bilo koji realan broj, čiji se logaritam traži,

b - baza logaritama, najčešće prirodni broj (e ili 10),

a = logaritam, sa kojim stepenujemo bazu da bi se dobio broj n.

Ako ove obrasce primenimo na geološku slučajnu promenljivu, uz upotrebu naših simbola, dobijamo:

$$f(x) = \xi = x^n \qquad (19)$$

$$n = \log_x \xi$$

$$x^{\log \xi} = x^n$$

što dovodi u određenu matematičku relaciju eksponencijalnu i logaritamsku transformaciju nezavisne geološke promenljive, a to je u našem slučaju koncentracija koja se nanosi isključivo na apscisnu osu.

Logaritamska statistička razmera je definisana kao odnos jedinice prema logaritamskoj geohemijskoj ekvidistanciji i piše se:

$$\log 1: geq\ (\%, g/t, ppm, ppb) \qquad (20)$$

Logaritamska geohemijska ekvidistancija predstavlja jednake segmente na logaritamskoj apscisnoj osi, a broj (geq) predstavlja broj segmenata jedne logaritamske dekade, što se npr., piše na sledeći način:

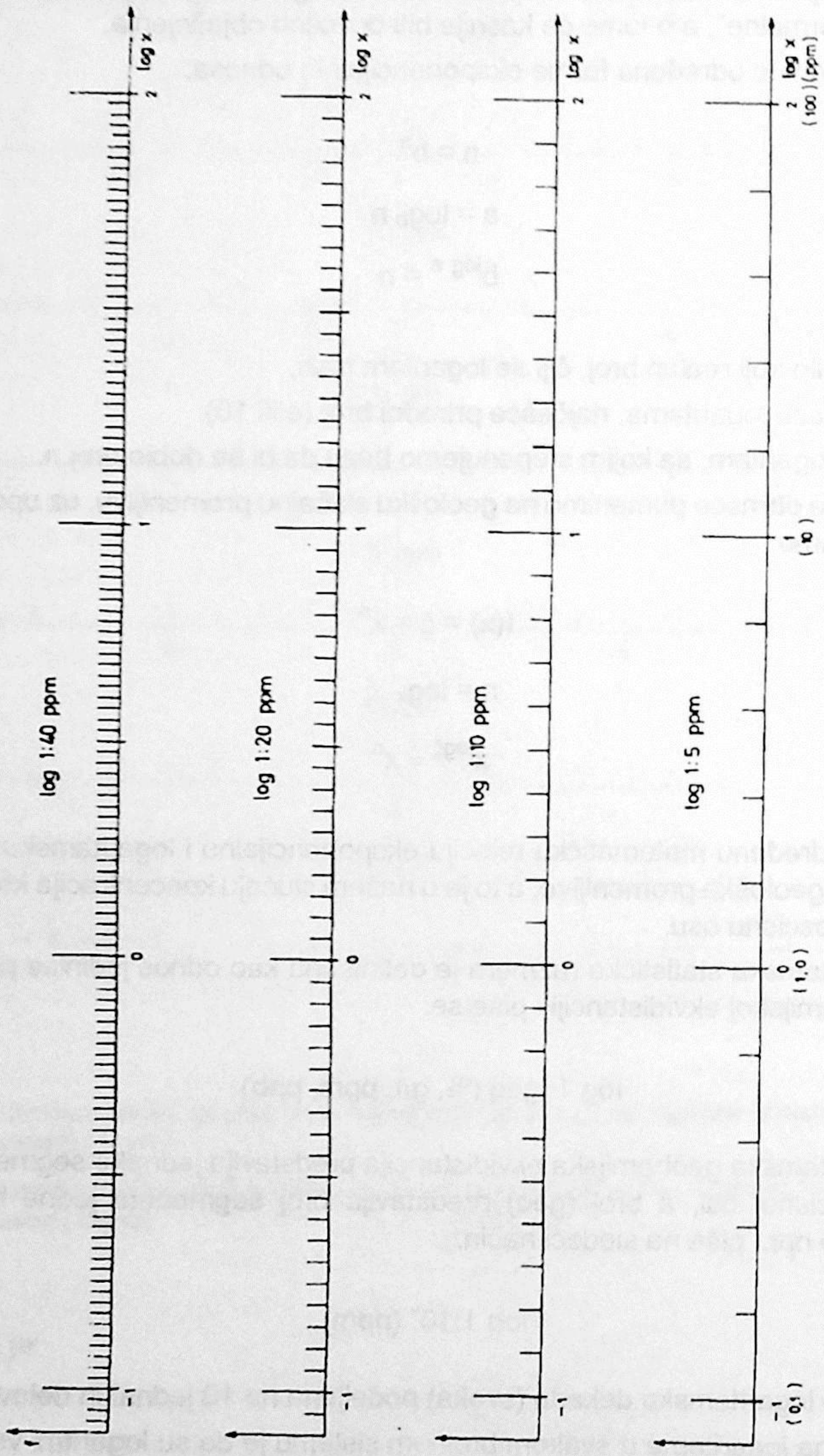
$$\text{"log 1:10" (ppm)} \qquad (21)$$

što znači da je logaritamska dekada (svaka) podeljena na 10 jednakih delova.

Osobina logaritama u svakom brojnom sistemu je da su logaritmi velikih dekada celi brojevi, a za dekadno-decimalni sistem to su brojevi: 1, 10, 100, 1000, itd., a odgovarajući logaritmi su: 0, 1, 2, 3, itd. Primena logaritmovanja vrednosti koncentracije na apscisnoj osi znači njeno "sabijanje" od velikih vrednosti ka nuli, a istovremeno "razvlačenje" iste ose od vrednosti nula prema sve manjim vrednostima. Velike dekade u

decimalnom delu sistema su: 1, 0,1, 0,01, 0,001, itd., a odgovarajuće vrednosti logaritama su: 0, -1, -2, -3, itd.

Vrednost logaritma jedinice (log 1 = 0) važi za sve brojne sisteme, a to je "nulti položaj" od koga se broje klase na jednu (pozitivnu) i drugu (negativnu) stranu, naravno po logaritamskim dekadama; jer brojne vrednosti logaritmovanih brojeva se ponavljaju u svakoj logaritamskoj dekadi, odnosno velikoj dekadi (sl. 9).



Sl. 9 - Standardizacija logaritamske geohemijske ekvidistancije (log geq) za različite logaritamske statističke razmere (log 1:geq).

Fig. 9 - Standardization of logarithmic geochemical equidistance (log geq) within different logarithmic statistical scales (log 1:geq).

Napominjemo da se brojne vrednosti jediničnih masa materijala probe i jediničnih masa izučavanih elemenata u probi ne logaritmuju, već se iskazuju u originalnim vrednostima kao apsolutne frekvencije, ili češće u brojnim vrednostima relativnih frekvencija u vidu procenta od ukupne mase statističkog uzorka. Kasnije će ovaj deo biti detaljnije obrazložen, jer takođe čini bitni sadržaj principa "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive".

Po pravilu upotrebljavamo Brigsove dekadne logaritme sa osnovom 10. Autor ove monografije je eksperimentisao sa logaritmima u brojnom sistemu sa osnovom 16 koja je vrlo razumljiva i pogodna za upotrebu (ima cele brojeve logaritama svakog umnoška binarnog sistema), ali se gubi sposobnost komunikacije sa geološkim auditorijem; pa nije objavljen ni jedan rad gde su ispitivanja izvedena u tom brojnom sistemu (na primeru ležišta urana Žirovski vrh).

Osnovna je logaritamska statistička razmera "log 1:10", krupnija je "log 1:5", a sitnije su "log 1:20" i retko "log 1:40" ppm. U tabeli 8 date su brojne vrednosti logaritamskih ekvidistancija (log x) i brojne vrednosti koncentracija (x) za ove četiri logaritamske statističke razmere koje su u upotrebi.

Logaritamske statističke razmere se primenjuju kod onih statističkih razmera gde su veliki rasponi varijacije koncentracija, naročito u pravcu velikih vrednosti, a što je najčešće slučaj kod mineralizacija i orudnjenja čvrstih mineralnih sirovina.

U opštem slučaju, eksponencijalna forma geohemijske ekvidistancije, je:

$$geq = x^m \qquad (22)$$

gde je m realan broj različit od jedinice.

Za vrednost eksponenta m = 1 imamo linearan odnos, to je linearna geohemijska ekvidistanca, geq = x.

Za vrednost kada je eksponent veći od jedinice:

$$m > 1 \qquad (23)$$

Možemo eksponent predstaviti realnim brojem (decimalno) ili prirodnim brojem kao celobrojnu vrednost (x = 1, 2, 3, 4, itd.) i tada eksponencijalnu geohemijsku ekvidistanciju (potencije) pišemo u sledećem obliku:

$$geq = (1^2),.... (2^2),.... (3^2),.... (4^2),... \qquad (24)$$

Eksponencijalnu vrednost geohemijske ekvidistancije stavljamo u zagradu, a to je konvencija, da bi se ova vrednost razlikovala u nekoj formi od običnog matematičkog izraza.

Ovi izrazi će u prvom slučaju za geq = (1^2) imati sledeće vrednosti za izolinije koncentracije, odnosno za granice klasa histograma: 0, 1, 4, 9, 16, 25, itd. kao kvadrati brojeva: 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, itd., uz učešće nule u koordinatnom početku kao bazi reljefa geohemijskog polja.

Slična je situacija i u sledećem slučaju, kada je geq = (2^2) i tada imamo sledeće vrednosti: 0, 4, 16, 36, 64, itd., kako kvadrati brojeva: 2^2, 4^2, 6^2, 8^2, itd.

Tabela 8: Standardizacija logaritamske geohemijske ekvidistancije za različite logaritamske statističke razmere (dekadni logaritmi). Numeričke vrednosti koncentracije (x), kao geološke nezavisne promenljive, i njihovi logaritmi (log x) su granice klasa na apscisnoj osi.

Statistička razmera:	"log 1:40"	"log 1:20"	"log 1:10"	"log 1:5"
log x	x	x	x	x
1.000	10.000	10.000	10.000	10.000
1.025	10.592			
1.05	11.220	11.220		
1.075	11.884,			
1.1	12.589	12.589	12.589	
1.125	13.335			
1.15	14.125	14.125		
1.175	14.962			
1.2	15.849	15.849	15.849	15.849
1.225	16.788			
1.25	17.783	17.783		
1.275	18.836			
1.3	19.953	19.953	19.953	
1.325	21.135			
1.35	22.387	22.387		
1.375	23.714			
1.4	25.119	25.119	25.119	25.119
1.425	26.607			
1.45	28.184	28.184		
1.475	29.854,			
1.5	31.623	31.623	31.623	
1.525	33.496,			
1.55	35.482	35.482		
1.575	37.583			
1.6	39.811	39.811	39.811	39.811
1.625	42.170			
1.65	44.668	44.668		
1.675	47.315			
1.7	50.119	50.119	50.119	
1.725	53.088			
1.75	56.234	56.234		
1.775	59.566			
1.8	63.096	63.096	63.096	63.096
1.825	66.834			
1.85	70.795	70.795		
1.875	74.990			

Statistička razmera:	"log 1:40"	"log 1:20"	"log 1:10"	"log 1:5"
log x	x	x	x	x
1.9	79.433	79.433	79.433	
1.925	84.140			
1.95	89.125	89.125		
1.975	94.406			
2.000	100.000	100.000	100.000	100.000

Sličan je postupak i za sledeće potencije, kao što su treći (kub), četvrti, peti i sledeći stepeni. Vrednosti granica klasa odnosno izolinija koncentracija eksponencijalno rastu, a to dovodi praktično do "neupotrebljivosti" eksponencijalne geohemijske ekvidistancije viših stepena. Tako za treći stepen (kub) gde je geq = (1^3) imamo sledeće vrednosti: 0, 1, 8, 27, 64, itd. kao kubovi brojeva: 1, 2, 3, 4, itd. Sledeći slučaj za geq = (2^3) ima sledeće brojne vrednosti: 0, 8, 64, 216, itd. kao kubove brojeva: 2, 4, 6, itd.

Statistička razmera eksponencijalne raspodele piše se na sledeći način:

$$1{:}geq = 1{:}(1^2),\ldots\ 1{:}(2^2),\ldots\ 1{:}(1^3),\ldots\ 1{:}(1^4),\ldots \qquad (25)$$

što je takođe konvencija i ne predstavlja matematički obrazac po kome se izvode matematičke operacije.

Kada je vrednost eksponenta manja od jedinice:

$$m < 1 \qquad (26)$$

vrednost ovog eksponenta možemo predstaviti realnim brojem (decimalan broj) ili razlomkom:

$$m = \frac{h}{k} \qquad (27)$$

gde je h < k da bi se zadovoljio uslov iz jednačine (26).

Eksponencijalna geohemijska ekvidistancija ovog tipa:

$$geq = x^{h/k} \qquad (28)$$

može se predstaviti kao k-ti koren iz x^h:

$$geq = \sqrt[k]{x^h} \quad = x^{h/k} \qquad (29)$$

koji u slučaju da je (h = 1) prelazi u k-ti koren iz nezavisne promenljive (x):

$$geq = \sqrt[k]{x} \quad = x^{1/k} \qquad (30)$$

Numeričke vrednosti brojeva (h) i (k) mogu biti bilo koji realan broj (uz zadovoljenje uslova iz formula 26 i 27), ali iz praktičnih razloga najbolje je da su to prirodni

brojevi (celobrojne vrednosti). Najpovoljniji je slučaj da je h = 1, a k≥ 2, to znači da imamo drugi, treći, itd. koren iz nezavisne promenljive x.

Kao prvi rang je kvadratni koren, što sledi iz relacija po formulama (26) i (27), jer je 2 prvi prirodni broj koji sledi iza jedinice. U ovim slučajevima imamo sledeće geohemijske ekvidistancije:

$$geq = (\sqrt{1}\ ),...(\sqrt{2}\ ),...(\sqrt{3}\ ),...(\sqrt{4}\ ),... \qquad (31)$$

Korenu vrednost ove geohemiske ekvidistancije stavljamo u zagradu, to je konvencija iz razloga što ovo nije samo matematički izraz, jer standardizovana geohemijska ekvidistancija određuje standardizaciju statističke razmere; što je određeno teoremom 3.

Ovi izrazi za prvi slučaj gde je $geq = (\sqrt{1}\ ) = (1^{1/2})$ daju sledeće vrednosti izolinija koncentracija, odnosno klasa na histogramu: 0; 1; 1,41; 1,73; 2,00; 2,23; 2,44; 2,64; 2,82; itd. kao kvadratne korene iz brojeva: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, itd. uz učešće nule u koordinatnom početku kao baze reljefa geohemijskog polja.

Slična je situacija i za $geq = (\sqrt{2}\ )$, a tada imamo sledeće vrednosti: 0; 1,41; 2,00; 2,44; 2,82; 3,16; itd. kao kvadratne korene brojeve: 2, 4, 6, 8, 10, itd.

Na sličan način treba pristupiti određivanju geohemijske ekvidistancije kao trećeg (kubnog), četvrtog ili većeg korena iz prirodnih brojeva, to u velikoj meri "smanjuje" upotrebnu vrednost ove eksponencijalne (koreni) geohemijske ekvidistancije u praksi.

Statistička razmera ove eksponencijalne (koreni) raspodele piše se na sledeći način:

$$1{:}geq = 1{:}(\sqrt{1}\ ),...\ 1{:}(\sqrt{2}\ ),...\ 1{:}(\sqrt[3]{1}\ ),...\ 1{:}(\sqrt[4]{1}\ ),... \qquad (32)$$

Ovaj način ispisivanja statističke razmere je takođe konvencija, jer ne predstavlja matematičke radnje, već ukazuje na pravila kako se dolazi do graničnih vrednosti izolinija koncentracija kao granica klasa na dvojnom histogramu.

Praktična upotreba geohemijske ekvidistancije i statističke razmere biće razmatrana u odgovarajućim odeljcima kada se budu objašnjavali različiti tipovi raspodela geološke slučajne promenljive, kao i pri praktičnom primeru ovih primena na konkretnom statističkom uzorku.

UZORKOVANJE GEOLOŠKOG TELA

Uzorkovanje geološkog tela predstavlja skup geoloških operacija koje imaju karakter eksperimenta u geologiji (geohemiji) sa ciljem dobijanja statističkog uzorka. Geološko telo nije moguće ispitivati neposredno, to je telo koje je po pravilu veliko i nedostupno direktnom ispitivanju u celokupnosti. Ono se nalazi u Litosferi, a dostupno je samo po površini terena, na izdanku. Izdanak geološkog tela ima kilometarske dimenzije (to je Makro-svet) i može se samo u detalju osmatrati, odnosno opisivati i meriti. Zato se geološko telo zamenjuje svojim predstavnikom, statističkim uzorkom, koje ga reprezentuje u svrhe postavljene zadatkom istraživanja.

Uzorkovanje geološkog tela obuhvata:

1) Terensko osmatranje sa oprobavanjem
2) Laboratorijsku obradu proba

3) Kabinetska ispitivanja i izradu dokumentacije

Uzorkovanje (oprobavanje) geološkog tela, u opštem slučaju, ima karakter eksperimenta u geologiji, odnosno opservacija u statističkom smislu. Oprobavanje je geološka radnja koja se odvija u definisanim uslovima koji su neophodni da bi se ova ispitivanja (opservacija) konsekventno i kompleksno sprovela. Jedinica eksperimenta oprobavanja jeste proba, to je, po definiciji 23, materijalni deo geološkog tela koji se uzima za laboratorijska ispitivanja (merenja). Kao rezultat ovog eksperimenta (merenja) javljaju se događaji (u statističkom smislu) kao rezultat merenja. Proba, odnosno rezultat merenja je pouzdan događaj, jer se uvek realizuje rezultat laboratorijskog merenja ili opservacija. Jedna proba predstavlja geološku informaciju ili geološki podatak, a ona se može izjednačiti sa statističkim pojmom: pouzdan događaj.

Jedna proba može, ali ne mora da bude uzorak geološkog tela, što zavisi od izabranog obeležja probe koji se meri (opservira). Uzorak geološkog tela mora biti reprezentativan po obeležju eksperimenta oprobavanja koje je predmet izučavanja, odnosno opservacije ili merenja. U geohemiji jedna proba je samo jedinica eksperimenta oprobavanja, a predstavnik geoloških populacija u geološkom telu jeste skup proba, a koji nazivamo "statistički uzorak" (definicija 24).

Proba kao jedinica eksperimenta oprobavanja predstavlja jediničnu veličinu, po definiciji 25. Eksperiment oprobavanja u našem slučaju podrazumeva i laboratorijsko merenje obeležja kao karakteristika geološke populacije koja je predmet izučavanja u geološkom telu.

Geohemijsko izučavanje geoloških populacija podrazumeva izučavanje rasporeda masa hemijskih elemenata u prostoru geološkog tela i zato su mase obeležje proba koje se mere karakteristike geološke (geohemijske) populacije.

Videli smo da je geološka populacija, populacija kristala određenih minerala (po definiciji 22) koji u svom sastavu imaju hemijski element koji je predmet interesovanja, pa je zato i predmet geohemijskog izučavanja. Međutim, do sada nisu razrađene metode uzorkovanja (oprobavanja) koje bi kao jedinicu eksperimenta imale kristale, koji su po pravilu za nas sitni i ne postoje metode njihovog izdvajanja sa ekonomski prihvatljivim troškovima takve vrste oprobavanja. Proba kao jedinica eksperimenta oprobavanje (uzorkovanje) ima osobine jedinične veličine, a to su osobine entiteta, proba je nedeljiva u dimenzijama naših izučavanja. Zato smatramo da se populacija proba, čiji je reprezent statistički uzorak, takođe mora smatrati za geološku populaciju; odnosno, statistički uzorak je reprezent (predstavnik) geološke populacije hemijskog elementa koji je predmet naših geohemijskih izučavanja.

Koristeći mogućnosti hemijske analize koja upadom u Nano-svet, uspeva da razori minerale na elementarne supstancije (po terminologiji hemičara) u mogućnosti smo da saznamo hemijski sastav (kvantitativno) svakog minerala, pa i svake probe; ne samo po glavnim hemijskim elementima, nego i po elementima-primesama koji se nalaze u masi kristala ili probe.

Merenje karakterističnih obeležja probe, u našem slučaju geohemijskih izučavanja, odnosi se na merenje masa kao geohemijskih obeležja, i to:

1) merenje ukupne mase materijala probe (q) pre hemijske analize,

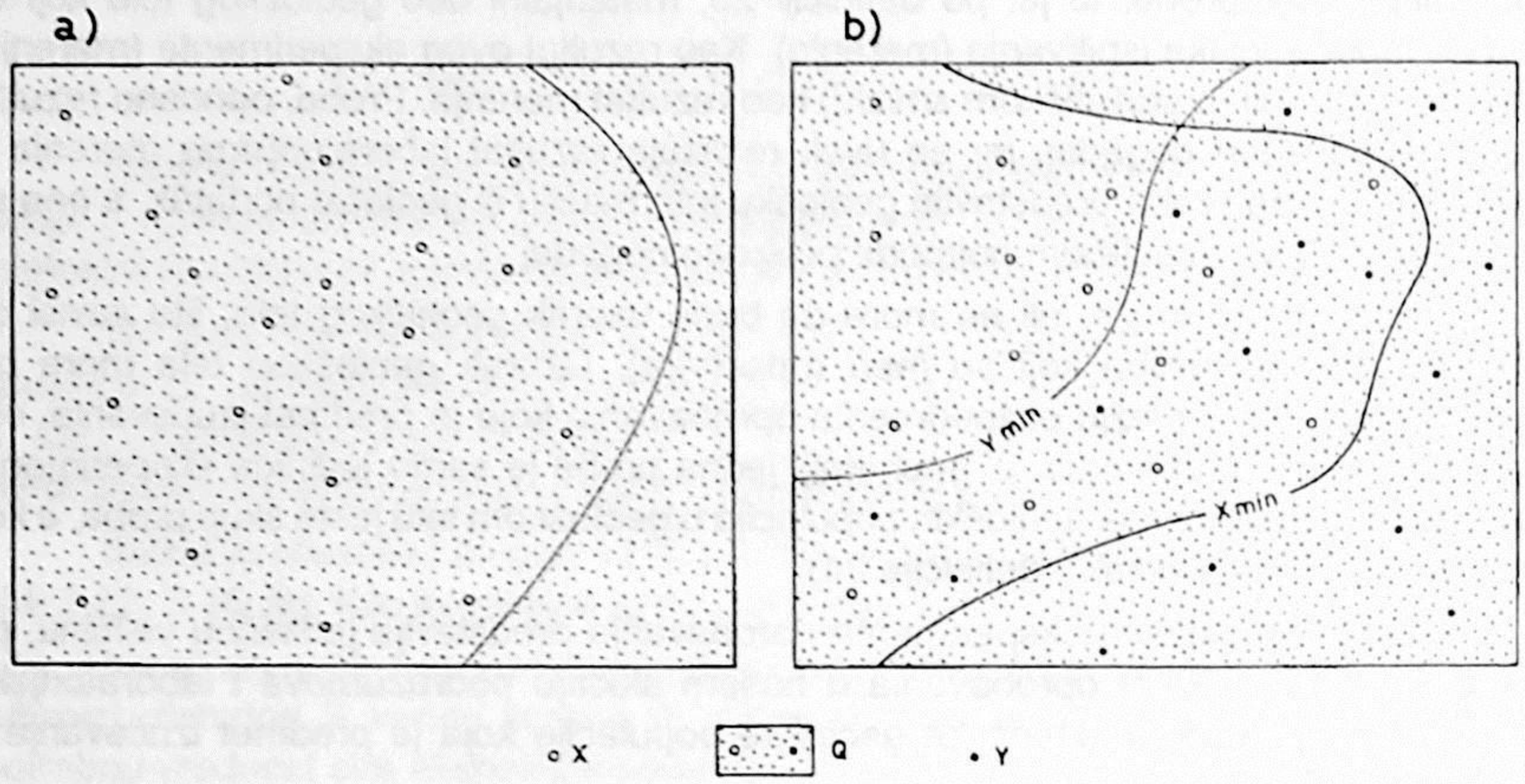
2) merenje parcijalnih masa pojedinih hemijskih elemenata (X, Y,.., Z, itd.) u postupku hemijske analize.

Među ovim obeležjima probe (q i X), kao pouzdanim događajima, postoji prostorna povezanost koja uslovljava istovremenu realizaciju ovih događaja, što se iskazuje simbolom (po formuli 1):

$$X \subset q$$

a što znači da se obeležje X nalazi u obeležju q.

Uzajamna prostorna veza između ovih obeležja (q i X) prikazana je grafički na sl. 10 (pod a), a takođe je prikazana situacija sa dva hemijska elementa koja su predmet interesovanja X i Y (sl. 10, pod b).



Sl. 10 - obeležja (događaji) X i Y kao mase hemijskih elemenata u kristalima sopstvenih minerala u obeležju (događaju) q kao masi materijala probe.
a) Obeležje (događaj) X⊂ q
b) Obeležja (događaji) (X+Y)⊂q

Fig. 10 - The feature (event) of X and Y as masses of chemical elements in crystals of corresponding minerals in the feature (event) q representing the mass of the sample material.
a) The feature (event) X⊂q.
b) The feature (event) (X + Y)⊂q.

Određena metoda ispitivanja hemijskog sastava podrazumeva da je u određenoj seriji ovih analiza konstantna jedinična masa materijala probe (q). Jedinična masa hemijskog elementa (X) ili hemijskih elemenata (X, Y, Z, itd.), je promenljiva veličina. U opštem slučaju, jedinična masa hemijskog elementa u probi (X) je manja (nekad višestruko manja) od jedinične mase materijala probe (q), a samo teorijski u specijalnim slučajevima samorodnih elemenata, ova obeležja mogu da budu jednaka:

$$|X| \leq |q| \tag{33}$$

Kristal minerala kao korpuskula ima određen (kvantitativno) hemijski sastav i zato se bitno razlikuje od probe kao jedinične veličine koja nema (sem kod jednomineralnog geološkog tela i njegovog statističkog uzorka) određen hemijski sastav. Jedino po obeležjima hemijskih elemenata koji su primese (mikroelementi) kristal (mineral) i proba su izjednačeni u pogledu hemijskih elemenata koje su primese (bez obzira na terminologiju tih primesa - V. J o v i ć, 1993).

Zbir jediničnih (ili "elementarnih") masa hemijskih elemenata u probi (kristalu minerala) iznosi kao suma jediničnu masu probe (kristala minerala):

$$X + Y + ... + Z = q \tag{34}$$

što jednako važi za probe i kristale minerala.

Nepoznato je kako je jedinična masa izučavanog hemijskog elementa (X) raspoređena u jediničnoj masi probe (q), a formalno (matematički) posmatrano ostvareno je jednoliko rasejavanje masa elementa (X) po celoj masi probe (q) što predstavlja "koncentraciju (sadržaj)" hemijskog elementa u probi, po formuli:

$$x = \frac{X}{q} \qquad (35)$$

a ovu veličinu (x) nazivamo **"jedinična koncentracija"**, koja sjedinjuje dva obeležja probe koja se mere (q i X). Dimenzija jedinične koncentracije je kg/kg (masa izučavanog elementa u probi po masi materijala probe), a ova jedinica koncentracije uopšte nije predviđena Međunarodnim sistemom mera SI (pa ni Zakonom), bez obzira što se već dugo vreme upotrebljava u praksi; a što je nedavno konstatovano (O m a lj - e v, 1987e). Koncentracija hemijskog elementa može se izražavati i bezdimenzionalno (%, ‰, ppm, ppb), a takođe su u upotrebi decimalni umnošci (prefiksi) dimenzije, kao što su: kg/t, g/t, mg/t, μg/g, itd.

Moguće je da je ovakva situacija posledica što koncentracija ima dimenzije (i osobine) **gustine**. Koncentracija masa hemijskog elementa stvarno predstavlja gustinu ispitivanog elementa u nekom delu prostora (geološkom telu, odnosno probi). Videli smo da je gustine fundamentalna veličina, koja sjedinjuje dva osnovna obeležja supstancije koja se mere, masu (kg) i prostor/zapreminu (m^3), po jednačini:

$$d = \frac{X}{v} = x \qquad (36)$$

gde je: X - jedinična masa hemijskog elementa u probi

v - jedinična zapremina probe.

Formula (36) u osnovi je jednaka formuli (35), što je dokaz da je koncentracija masa hemijskog elementa njegova gustina u probi.

Jedinična zapremina probe, odnosno jedinična masa probe su konstantne vrednosti za određenu metodu oprobavanja, i zato je

$$(v, q) = \text{constant} = 1 \qquad (37)$$

Jedinična masa materijala probe (q) u potpunosti ispunjava jediničnu zapreminu probe (v). Jedinična masa probe lako se meri, dok je merenje jedinične zapremine probe veoma složeno i u praksi se ne izvodi. Zato je razvijen postupak da se umesto jedinične zapremine uzima jedinična masa materijala probe (q) u praksi, jer je jedinična masa probe (q) proizvod jedinične zapremine probe (v) i gustine materijala probe (d = q/v):

$$q = v * d = v \frac{q}{v} = q \qquad (38)$$

što je posledica nedeljivosti probe kao jedinične veličine.

Kao posledica formule (37) ukupna masa statističkog uzorka (Q) kao suma jediničnih masa materijala probe može se zameniti sa brojem proba (N) u statističkom uzorku:

$$Q = \Sigma q = N \tag{39}$$

Jedinična masa hemijskog elementa (X) je ustvari sadržaj hemijskog elementa u probi, a to je promenljiva veličina koja predstavlja **"geološku (geohemijsku) slučajnu promenljivu"**.

Jedinična koncentracija sjedinjuje dva obeležja merenja probe (q i X):

$$x = \frac{X}{q} = \frac{X}{1} = X \tag{40}$$

i zato se jedinična koncentracija u praksi takođe naziva "sadržaj" elementa u probi, jer je brojno jednaka sadržaju kao jediničnoj masi izučavanog hemijskog elementa.

$$x = X \geq 0 \tag{41}$$

Uobičajeno je da se jedinične koncentracije hemijskih elemenata u probama daju kao sadržaji tih elemenata u izveštajima laboratorija, koristeći njihove odnose po formuli (40). Sada se praktično i ne rade klasične hemijske analize, sa merenjem oba obeležja proba (q i X), već su sada većinom u laboratorijskog praksi uglavnom fizičke metode bazirane na merenju emisionog ili absorpcionog spektra, a nekad i spektra radioaktivnog zračenja. Instrumenti su baždareni tako da se odmah dobijaju koncentracije elemenata (po formuli 40), uz uslov merenje jedinične mase (q), kao rezultat određivanja sadržaja hemijskih elemenata u probama.

Karakter geološke (geohemijske) informacije i količinsko prisustvo određenog hemijskog elementa u probi određen je teoremom 1:

Teorema 1: Kristal minerala (korpuskula) ili proba u statističkom uzorku (geološkom telu) predstavlja jediničnu zapreminu (v) koja ima dva obeležja koja se mere: 1) jediničnu masu materijalne probe (q), i 2) jediničnu masu određenog hemijskog elementa u probi (X). Jedinična koncentracija sjedinjuje ova dva obeležja merenja (x = X/q) i predstavlja geološku (geohemijsku) informaciju; a to je intenzivna veličina geohemijskog polja.

Kao posledica teoreme 1, u statističkom uzorku postoje dve geološke populacije, a to iskazuje princip "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive", i to:

1) Geološka populacija jediničnih masa probe (q),

2) Geološka populacija jediničnih masa hemijskog elementa probe (X)

RASPODELA GEOLOŠKIH POPULACIJA

Raspodela geoloških populacija u statističkom uzorku kao predstavniku geološkog tela može biti dvojaka:

1) Statistička (matematička) raspodela,

2) Prostorna raspodela (geohemijsko polje).

U ovoj monografiji biće detaljno obrađena statistička (matematička) raspodela geoloških populacija, a prostorna raspodela je objavljena (O m a lj e v, 1987a) i biće samo ukratko obrađena.

STATISTIČKA RASPODELA GEOLOŠKIH POPULACIJA

Statistička ili matematička raspodela geoloških populacija bazira na primeni teorije verovatnoće i matematičke statistike; ali nije u potpunosti statistička, jer se ne bavi prognozom, već samo objašnjava raspodelu parcijalnih masa hemijskih elemenata po nezavisnoj geološkoj promenljivoj.

Već smo izložili deo materije koji jednako pripada statističkoj i prostornoj raspodeli, zaključno sa teoremom 1, a nastavak predstavlja statističku raspodelu geološke slučajne promenljive, koja je specifična jer uzima kao bitnu činjenicu "Dvojnu prirodu geološke slučajne promenljive".

GEOLOŠKA SLUČAJNA PROMENLJIVA

Već smo bili napomenuli da je jedinična masa hemijskog elementa u probi promenljiva veličina koja predstavlja "geološku (geohemijsku) slučajnu promenljivu", koja je neprikidna jer se može realizovati svaka brojna vrednost u eksperimentu merenja jedinične mase elemenata u probi (X), naravno na određenom intervalu sadržaja toga elementa.

Jedinična koncentracija hemijskog elementa (x) je mera zastupljenosti parcijalne mase ispitivanog elementa u probi (po teoremi 1), a koja se matematički iskazuje kao količnik jedinične mase elementa sa jediničnom masom same probe (formula 35). S obzirom da je jedinična masa probe (q) konstantna za svaku metodu oprobavanja, brojna vrednost jedinične koncentracije je jednaka brojnoj vrednosti jedinične mase ispitivanog elementa (x = X, po formuli 40). Na taj način i jedinična koncentracija može da ima svaku vrednost (u nekim granicama) te predstavlja geološku slučajnu promenljivu, koja je neprekidna.

Karakter geološke slučajne promenljive definisan je teoremom 2:

Teorema 2: Jedinične mase materijala probe (q) i jedinične mase ispitivanog hemijskog elementa u probi (X) su funkcije koncentracije (x), i to su funkcije gustine raspodele f(x) i $f_X(x)$, koje su prvi izvod funkcija raspodele F(x) i $F_X(x)$ geološke slučajne promenljive.

Postoje dve funkcije gustina raspodele geološke slučajne promenljive koje su posledica teoreme 1, odnosno posledica dualizma geoloških informacija. To su funkcije gustine raspodele dve geološke populacije u statističkom uzorku kao skupu proba koje reprezentuju osnovnu geološku populaciju u geološkom telu.

Ove funkcije gustina raspodela geološke slučajne promenljive su sledeće

$$f(x) = F'(x) = \frac{q}{\Sigma q} \qquad (42)$$

Ovako predstavljena funkcija gustina po obeležju merenja (q) je funkcija gustina raspodela frekvencija (apsolutnih i relativnih) jediničnih masa materijala probe (q) po nezavisnoj geološkoj promenljivoj (x).

$$f_X(x) = F_X'(x) = \frac{X}{\Sigma X} \qquad (43)$$

Ova funkcija gustine raspodele po obeležju merenja (X) je funkcija gustina raspodela frekvencija (apsolutnih i relativnih) jediničnih masa izučavanog hemijskog elementa u probi (X) po nezavisnoj geološkoj promenljivoj (x). *Ova funkcija je prvi put definisana od strane autora ove monografije* (O m a lj e v, 1978a, 1978b), a prvi put je primenjena (bez matematičke definicije) nešto ranije (O m a lj e v, 1977a, 1977b).

Kao posledica teoreme 2 koncentracija hemijskog elementa (x) je nezavisna geološka promenljiva, po kojoj se raspoređuju jedinične mase po obeležjima merenja (q i X) kao zavisne geološke promenljive.

U praksi je ređi slučaj da se kao geološka (geohemijska) informacija određuje samo sadržaj jednog hemijskog elementa, mnogo je češći slučaj da se u probi određuju sadržaji više hemijskih elemenata. Tada proba, odnosno skup proba kao statistički uzorak predstavlja višekomponentni sistem.

U savremenoj geohemijskoj praksi još preovladava klasična primena teorije verovatnoće i matematičke statistike, koja ne uzima u obzir "Dvojnu prirodu geološke slučajne promenljive". Kao posledica toga obrađuje se raspodela svakog hemijskog elementa posebno, bez obzira što su hemijskom analizom određene koncentracije više hemijskih elemenata u probama statističkog uzorka. To je veliki nedostatak koji ograničava saznanja, a koji treba što pre prevazići primenom dualizma geoloških informacija.

Posmatranje statističkog uzorka, odnosno geoloških populacija u njemu, kao višekomponentnog sistema dolazi se do složene situacije koju treba principijelno definisati. Jedinična masa materijala probe (q) je zajednička za sve prisutne hemijske elemente i ona je konstanta (formula 37). Jedinične mase hemijskih elemenata čiji su sadržaji dati kao rezultat laboratorijske obrade su promenljive veličine (X, Y, ... Z) i predstavljaju geološke slučajne promenljive, čije su koncentracije nezavisne geološke slučajne promenljive. Jedinične mase materijala probe (q) i jedinične mase svih određenih hemijskih elemenata u probama statističkog uzorka (X, Y, ..., Z) su funkcije sopstvenih koncentracija (po teoremi 2) i koncentracija drugih elemenata. Situacija je takva da se jedinične mase hemijskih elemenata raspoređuju po sopstvenoj koncentraciji, a takođe se raspoređuju i po koncentracijama drugih ("tuđih") elemenata, ali samo onih elemenata određenih u probama statističkog uzorka. Na taj način se formira više funkcija gustine, od kojih je vodeća funkcija gustine onog hemijskog elementa čija koncentracija igra ulogu nezavisne geološke promenljive.

Izučavanje raspodele geoloških populacija u statističkom uzorku kao višekomponentnom sistemu daje više funkcija gustina, od kojih su dve vodeće: funkcija gustine f(x) po formuli (42) i funkcija vodećeg elementa čija koncentracija je nezavisna geološka

slučajna promenljiva, po formuli (43). Funkcije gustine zavisnih elemenata takođe određuje formula (43). Na taj način imamo: u jednokomponentnom sistemu 2 funkcije gustine, u dvokomponentnom sistemu 6 funkcija gustine, u trokomponentnom sistemu 12 funkcija gustine, u četvorokomponentnom sistemu 20 funkciju gustine, itd. Kao što vidimo, broj funkcija gustina silno se umnožava, i već kod četvorokomponentnog sistema postaje nepregledna situacija, a da ne govorimo o još višekomponentnim sistemima. Zato je preporučljivo da se radi (na crtežu) sa dvo- ili trokomponentnim sistemima, a izuzetno i sa četvorokomponentnim sistemima; a ne i sa višekomponentnim sistemima.

Kao primer, dajemo 12 funkcija gustine u trokomponentnom sistemu statističkog uzorka, u kome imamo 4 geološke populacije, po obeležjima merenja (q, X, Y i Z), primenom formula (42) i (43).

$f(x)$ - Raspodela jediničnih masa materijala proba (q) po koncentraciji prvog elementa (x).

$f_X(x)$ - Raspodela jediničnih masa prvog hemijskog elementa (X) po sopstvenoj koncentraciji (x).

$f_Y(x)$ - Raspodela jediničnih masa drugog hemijskog elementa (Y) po koncentraciji prvog elementa (x).

$f_Z(x)$ - Raspodela jediničnih masa trećeg hemijskog elementa (Z) po koncentraciji prvog elementa (x).

$f(y)$ - Raspodela jediničnih masa materijala proba (q) po koncentraciji drugog elementa (y).

$f_Y(y)$ - Raspodela jediničnih masa drugog hemijskog elementa (Y) po sopstvenoj koncentraciji (y).

$f_X(y)$ - Raspodela jediničnih masa prvog hemijskog elementa (X) po koncentraciji drugog elementa (y).

$f_Z(y)$ - Raspodela jediničnih masa trećeg hemijskog elementa (Z) po koncentraciji drugog elementa (y).

$f(z)$ - Raspodela jediničnih masa materijala proba (q) po koncentraciji trećeg elementa (z).

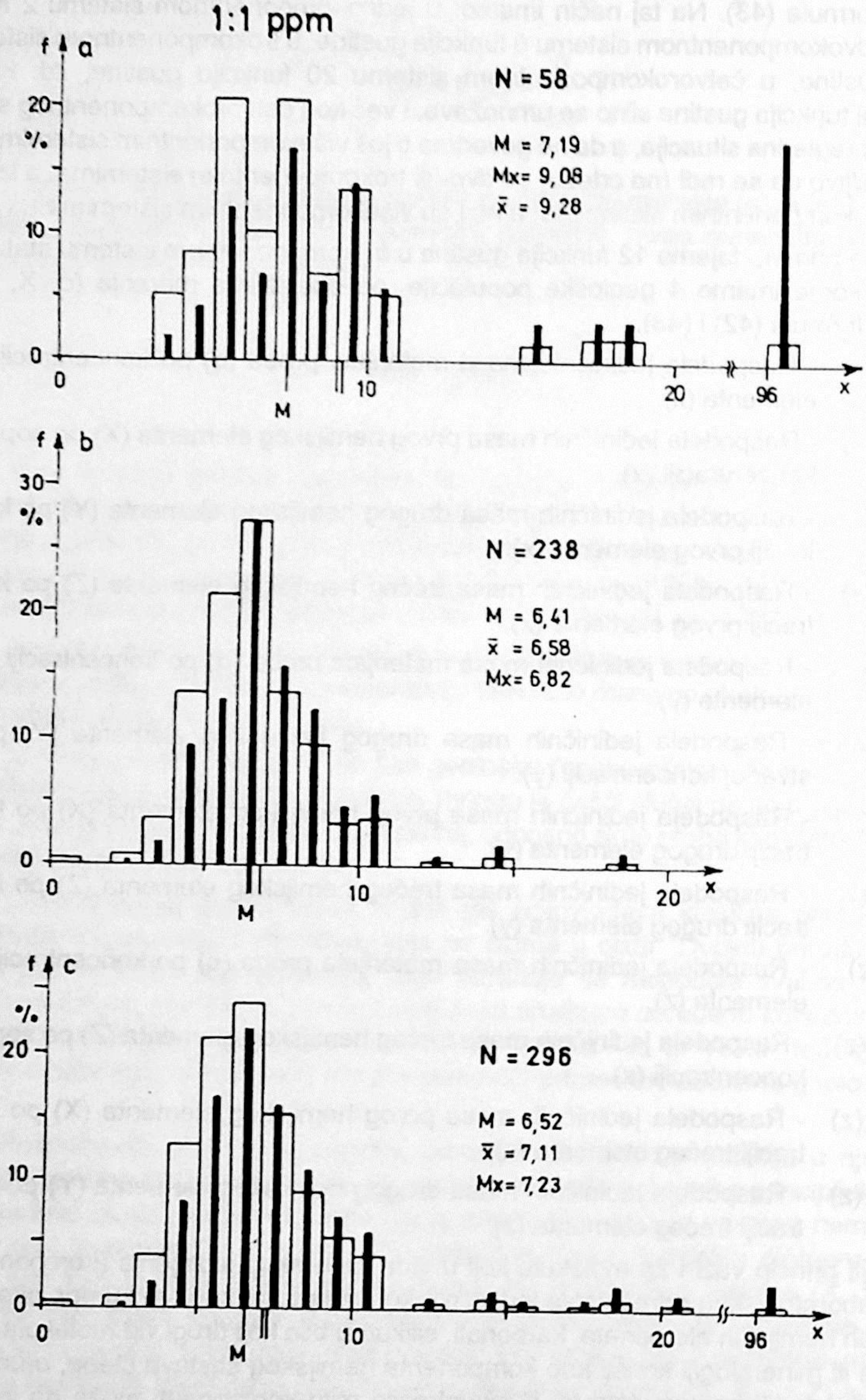
$f_Z(z)$ - Raspodela jediničnih masa trećeg hemijskog elementa (Z) po sopstvenoj koncentraciji (z).

$f_X(z)$ - Raspodela jediničnih masa prvog hemijskog elementa (X) po koncentraciji trećeg elementa (z).

$f_Y(z)$ - Raspodela jediničnih masa drugog hemijskog elementa (Y) po koncentraciji trećeg elementa (z).

Isti princip važi i za molekule koji u vidu hemijskog jedinjenja (komponente) su rezultat laboratorijskog određivanja jediničnih koncentracija, kao što su npr. oksidi alkalnih i drugih hemijskih elemenata, karbonati, silikati ili bilo koji drugi vid molekula koji se u petrologiji ili mineralogiji koristi kao komponenta hemijskog sastava stene, orudnjenja ili čak nekog tehničkog koncentrata. Koncentracija ovih komponenti može da igra ulogu nezavisne geološke slučajne promenljive, kao što su same komponente zavisne geološke promenljive.

Ranije je definisan tzv. "fiktivni" element (O m a lj e v, 1987a) kao zbir, količnik ili proizvod sadržaja realnih hemijskih elemenata, (kao npr. (U + Th), Th/U, (U*Th), itd., o čemu će biti više reči u odgovarajućem poglavlju. Zbir jediničnih masa realnih elemenata se relativno retko koristi, količnik se relativno češće koristi, a najređi je slučaj korišćenja proizvoda. "Koncentracija" ovako definisanog "fiktivnog" elementa statistički (matematički) se ne razlikuje od koncentracije realnog hemijskog elementa, pa se sve



Sl. 11 - Dvojni histogram raspodele urana u magmatskim stenama Golije, funkcije gustine raspodele f(x) (stubovi) i $f_x(x)$ (puni stubići).
a) Granitoidne stene,
b) Vulkaniti,
c) Magmatske stene.

Fig. 11 - The dual histogram of uranium distribution in the magmatic rocks of Golija, the density functions of distribution f(x) (columns) and $f_x(x)$ (full columns).
a) Granitic rocks,
b) Vulcanic rocks,
c) Magmatic rocks.

statističke operacije mogu izvoditi sa "fiktivnim" elementima na isti način. Koncentracija "fiktivnog" elementa je takođe geološka nezavisna promenljiva, kao što su njihove jedinične mase zavisne promenljive.

Grafička ilustracija ovih funkcija gustine raspodele geološke slučajne promenljive može biti: dvojni poligon, dvojni histogram i dvojni dijagram. Funkcija $f_X(x)$, je neodvojiva od funkcije f(x), odnosno funkcija $f_Y(y)$ je takođe neodvojiva od funkcije f(y), itd., što je posledica dvojnosti geoloških informacija (po teoremi 1) i funkcionalne zavisnosti obeležja merenja od koncentracije kao nezavisne promenljive (po teoremi 2) i čini sadržaj dualizma geološke slučajne promenljive.

U praksi se najčešće koristi dvojni histogram (sl. 11 i 12), jer je najpreglednija forma grafičke ilustracije raspodele geološke slučajne promenljive (P e t z, 1974). Upotreba dvojnog dijagrama krivih gustina najviše dolazi kod teoretskih raspodela, dok je upotrebna vrednost prisutna i kod raspodela realnih geoloških populacija, ali najčešće se ove krive gustine zamisle iznad dvojnog histograma (ne crtaju se). Korišćenje dvojnih poligona je moguće, ali autor ove monografije to nije koristio u praksi.

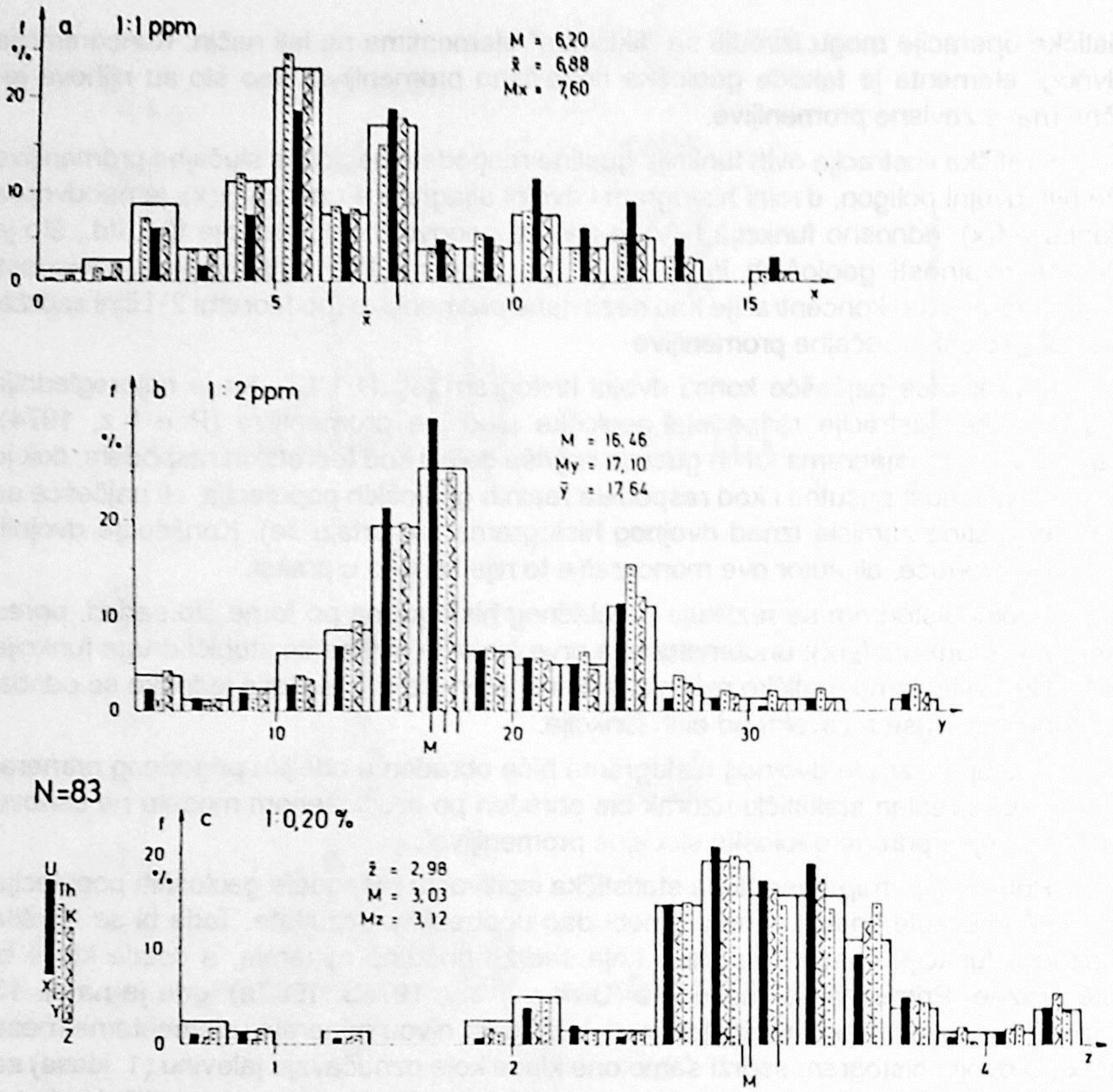
Dvojni histogram se razlikuje od običnog histograma po tome što sadrži, pored funkcije f(x) i funkciju $f_X(x)$; unutar stubova prve funkcije nalaze se stubići druge funkcije (sl. 11 i 12). To je samo grafičko rešenje, a širina intervala svake klase jednako se odnosi na ceo interval klase za svaku od ovih funkcija.

Postupak izrade dvojnog histograma biće obrađen u odeljku prigodnog primera, kada će jedan realan statistički uzorak biti obrađen po predloženom modelu na osnovu principa "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive".

Potrebno je napomenuti da statistička ispitivanja raspodele geoloških populacija kada su korpuskule kristali minerala nebi dao upotrebljive rezultate. Tada bi se izvršila polarizacija funkcije gustine na klase koje sadrže prisutne minerale, a ostale klase bi ostale prazne. Primer takve raspodele (O m a lj e v, 1978b; 1987a), gde je na sl. 13 prikazana raspodela bakra u hipotetičnom ležištu na nivou minerala (elementarne mase Δq i Δx); a dvojni histogram sadrži samo one klase koje označavaju jalovinu (1. klasa) sa blizu 100% relativnih frekvencija, a u klasama koje označavaju procentni sadržaj bakra u sopstvenim mineralima sadržano je blizu 100% relativnih frekvencija bakra.

U slučaju da neki hemijski element ima više formi pojavljivanja (više valentnih stanja) koje se različito geohemijski ponašaju u geološkom telu, populacija toga elementa sadrži više parcijalnih populacija. Tada se parcijalne populacije jednog hemijskog elementa ponašaju kao njegove komponente, koje se mogu odvojeno analizirati (odrediti jedinične koncentracije u probama) i geohemijski izučavati. Statističko-matematički posmatrano, tada se komponente toga hemijskog elementa ponašaju kao posebni elementi, bez obzira što se radi o istom hemijskom elementu; to omogućava posebno statističko izučavanje geohemijske raspodele parcijalnih populacija kao komponenti toga elementa.

Kao primer navodimo hemijski element uran (O m a lj e v, 1981c; 1993a), koji se u primarnim mineralima magmatskih stena nalazi u četvorovalentnom stanju (B a r a n o v, i dr. 1962) najčešće ugrađen u defektima kristalne rešetke ili izomorfno primešan u mineralima kalcijuma i cirkonijuma ili u sopstvenim mineralima (uraninit), a i mineralima torijuma (torit, torijanit). Ova forma sadržaja urana je malo mobilna, jer je uran relativno čvrsto ugrađen u petrogenim mineralima, a i četvorovalentna forma urana je slabije rastvorna. Međutim, šestorovalentna forma urana je lakorastvorna i zato veoma mobilna, ona lako migrira u supergenim uslovima gradeći sekundarne minerale urana; a sa tim je znatno povećana mogućnost akumulacije urana u vidu njegovih mineralizacija, pa i orudnjenja. Kasniji procesi mogu dovesti do redukcije u četvorovalentnu formu, te se sada uran opet ponaša kao teže rastvorna komponenta. Bitno je da su razvijene metode određivanja lakorastvorne komponente urana, koja se različito geohemijski ponaša od



Sl. 12 - Trokomponentni dvojni histogrami raspodele U, Th i K u granitoidnim stenama Surdulice.
a) Raspodela po koncentraciji urana (x)
b) Raspodela po koncentraciji torijuma (y)
c) Raspodela po koncentraciji kalijuma (x).

Fig. 12 - The three-component dual histograms of the U, Th and K distribution in the granitic rocks of Surdulica.
a) Distribution versus uranium concentration (x).
b) Distribution versus thorium concentration (y).
c) Distribution versus potassium concentration (z).

teškorastvorne komponente urana; a lakorastvorna komponenta je interesantna za izučavanje, naravno iz ekonomskih razloga.

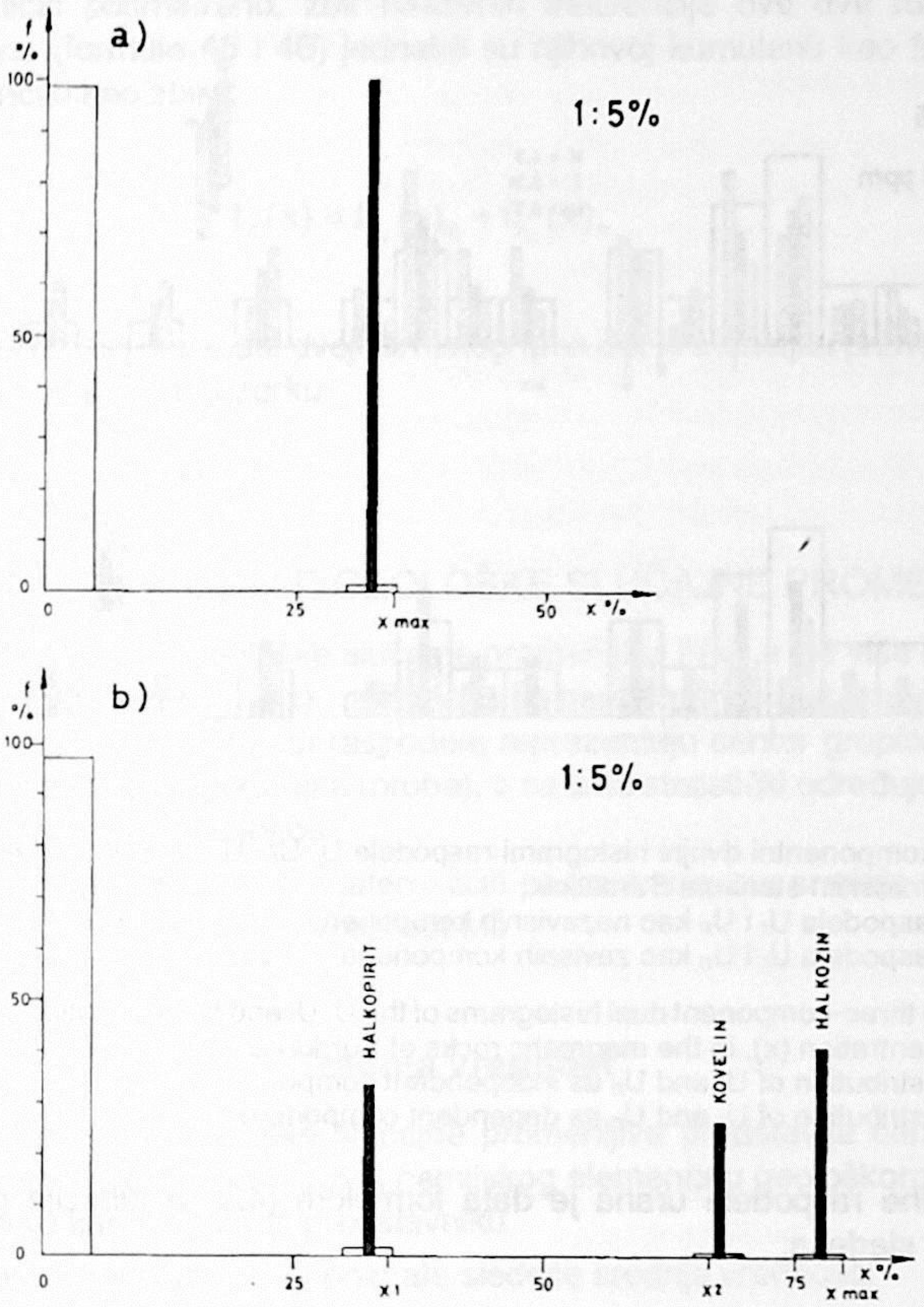
Hemijskim tretiranjem jedinične mase probe (q) sa 2,5 molarnim rastvorom azotne kiseline na sobnoj temperaturi u trajanju od 24 sata dobija se izlužena lakorastvorna komponenta urana, a neizluženi uran je njegova teškorastvorna komponenta:

$$U = U_r + U_n \tag{42}$$

gde je: $U = X$ - ukupan sadržaj urana u probi,

$U_r = X_r$ - sadržaj lakorastvorene komponente urana u probi,

$U_n = X_n$ - sadržaj teškorastvorne komponente urana u probi.

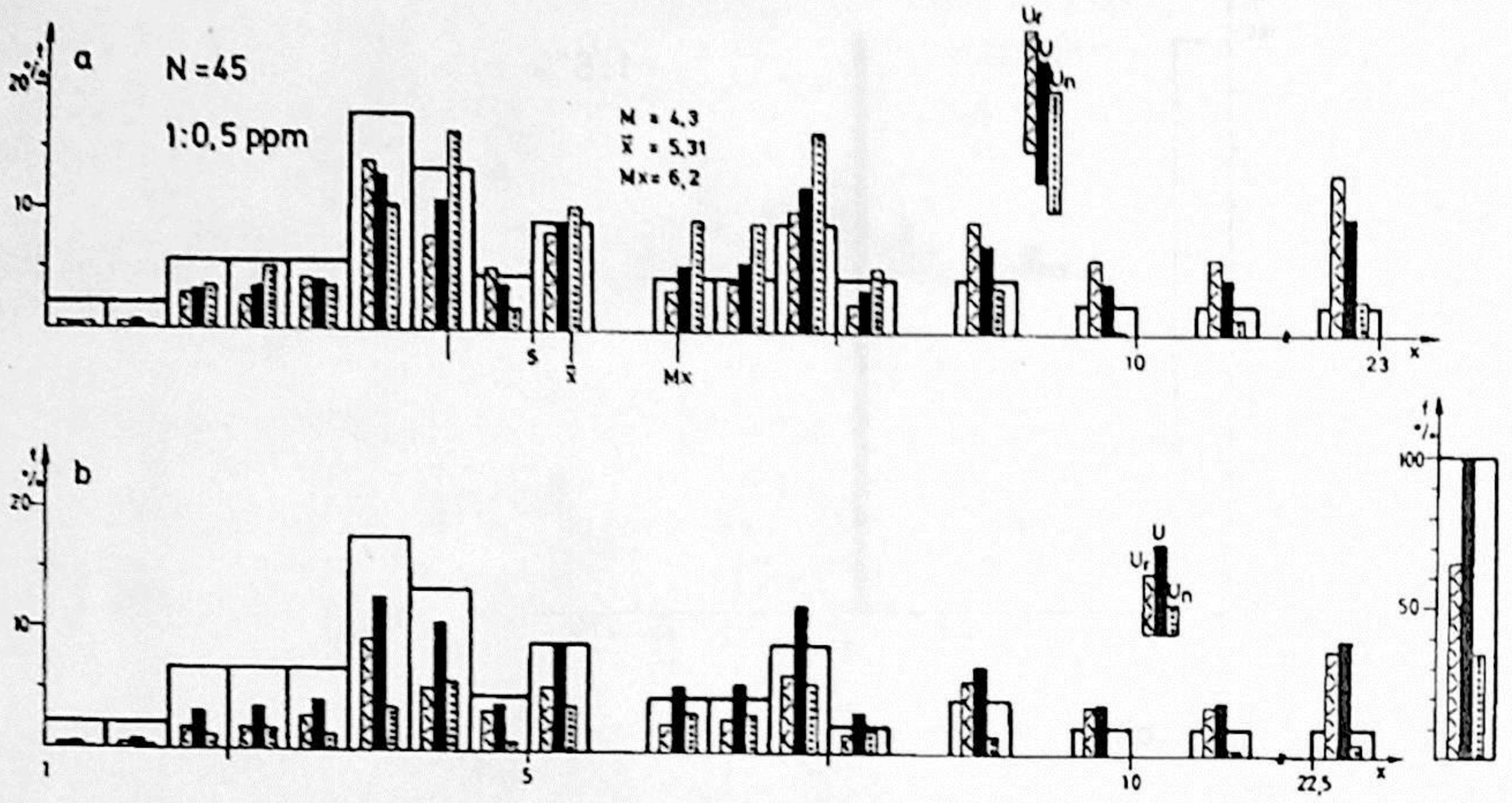


Sl. 13 - Dvojni histogrami raspodele relativnih frekvencija elementarnih masa kristala minerala (Δq) i elemntarnih masa hemijskog elementa bakra (ΔX), po koncentraciji bakra (x).
a) Monomineralno ležište bakra, sa 1,5% halkopirita ($\bar{x}$ = 0,52% Cu).
b) Cementaciona zona ležišta, sa 1,5% halkopirita (0,52% Cu), 0,6% kovelina (0,40% Cu) i 0,8% halkozina (0,64% Cu).

Fig. 13 - The dual histograms of the distribution of relative frequencies of the crystal (mineral) elementary masses (Δq) and elementary masses of copper (ΔX), versus copper concentration (x).
a) The monomineral copper ore deposit with 1,5% of chalcopyrite ($\bar{x}$ =0,52 Cu).
b) The zone of cementation of ore deposit, with 1,5% of chalcopyrite (0,52% Cu), 0,6% covellite (0,40% Cu) and 0,8% of chalcocite (0,64% Cu).

Statistička raspodela svake od ovih formi pojave urana može se nezavisno izučavati (sl. 14, pod a) kao raspodela relativnih frekvencija jediničnih masa (X, X_r i X_n) po sopstvenim koncentracijama (x, x_r i x_n), a takođe se mogu statistički izučavati i raspodele po koncentracijama drugih formi pojavljivanja kao trokomponentni sistem (analogno ranije prikazanim formulama trokomponentnog sistema sa 12 funkcija gustine). Tada je svaka forma urana ravnopravna i tretira se kao posebni hemijski element, naravno u statističkom (matematičkom) smislu.

Međutim, ovaj trokomponentni sistem se može posmatrati i izučavati i drugačije: kao raspodela urana i njegovih komponenti po koncentraciji urana (O m a lj e v, 1993a).



Sl. 14 - Trokomponentni dvojni histogrami raspodele U, U_r i U_n po koncentraciji urana (x), u magmatskim stenama Surdulice.
a) Raspodela U_r i U_n kao nezavisnih komponenti.
b) Raspodela U_r i U_n kao zavisnih komponenti.

Fig. 14 - The three-component dual histograms of the U, U_r and U_n distribution versus uranium concentration (x), in the magmatic rocks of Surdulica.
a) Distribution of U_r and U_n as independent components.
b) Distribution of U_r and U_n as dependent components.

Funkcija gustine raspodele urana je data formulom (42), a funkcije gustine zavisnih komponenti je sledeća:

$$f_{X_r}(x)_c = \frac{X_r}{\sum X} \tag{45}$$

za funkciju gustine lakorastvorne komponente urana.

$$f_{X_n}(x)_c = \frac{X_n}{\sum X} \tag{46}$$

za funkciju gustine teškorastvorne komponente urana.

Intenziteti ovih funkcija gustine (formule 45 i 46) predstavljaju učešće tih komponenti urana (ili nekog drugog elementa ili komponente u uranu (kojeg neki zovu "ukupan" ili "totalan" uran), što važi da svaku probu i za svaku klasu dvojnog histograma (O m a - lj e v, 1993a). Takođe zbir relativnih frekvencija svake komponente čini učešće te komponente urana u uranu, koja se najčešće izražava u procentima toga učešća. Dvojni histogram ovoga tipa je veoma pregledan i omogućava sagledavanje učešća svake komponente u hemijskom elementu u svakoj klasi (sl. 14, pod b). Na desnoj strani dvojnog histograma daje se dodatak u vidu totalne klase celog intervala koncentracije, tako da je omogućen direktan uvid u učešće svake komponente u hemijskom elementu, naravno na grafički način histograma.

Matematički posmatrano, zbir relativnih frekvencija ove dve funkcije gustina komponenti urana (formule 45 i 46) jednake su njihovoj kumulanti kao funkciji gustine relativnih frekvencija kao zbira:

$$f_x(x) = f_{x_r}(x)_c + f_{x_n}(x)_c \qquad (47)$$

Postupak izrade ove vrste dvojnih histograma dat je u odeljku primene metode na jednom realnom statističkom uzorku.

PARAMETRI RASPODELE GEOLOŠKE SLUČAJNE PROMENLJIVE

Funkcija raspodele geološke slučajne promenljive F(x), a još više njen prvi izvod kao funkcija gustine raspodele f(x), definisana je parametrima raspodele kao merama centralne tendencije. Ovi parametri raspodele reprezentuju centar grupisanja (odnosno centar rasturanja) geoloških podataka (proba), a sa time statistički određuju i sam položaj geološke populacije na apscisnoj osi.

Mere centralne tendencije, matematički posmatrano, su: srednja vrednost M(x), centralna vrednost M i dominantna vrednost Mo.

Srednja vrednost

Srednja vrednost geološke slučajne promenljive predstavlja centar grupisanja proba, a to je srednji sadržaj ispitivanog hemijskog elementa u geološkom telu, odnosno statističkom uzorku kao njegovom predstavniku.

U matematičkoj statistici su poznate sledeće srednje vrednosti:

1) aritmetička sredina ($\bar{x}$),
2) geometrijska sredina (G),
3) harmonijska sredina (H),
4) kvadratna sredina ($\bar{x}^2$) i
5) kubna sredina ($\bar{x}^3$).

Ove srednje vrednosti imaju različite brojne vrednosti za isti statistički uzorak. Odnosi brojnih vrednosti ovih srednjih vrednosti, za isti statistički uzorak, su sledeći:

$$H < G < \bar{x} < \bar{x}^2 < \bar{x}^3 \qquad (48)$$

Ovako posmatrano, aritmetička sredina zauzima srednje (centralno) mesto između ovako poređanim srednjim vrednostima statističkog uzorka, a to prosto nameće njenu predodređenost za centralnu ulogu.

Možemo primetiti da kvadratna i kubna sredina nisu ravnopravni članovi ovog niza, jer predstavljaju, zajedno sa aritmetičkom sredinom, srednju vrednost ili aritmetičku sredinu eksponencijalne slučajne promenljive (x), i to je u opštem slučaju:

$$\bar{x}^n, \quad \text{gde je } n = \text{prirodan broj } (1, \ldots, n) \qquad (49)$$

U slučaju (n = 1) imamo aritmetičku sredinu, ako je (n = 2) imamo kvadratnu sredinu, za (n = 3) imamo kubnu sredinu, itd. Na osnovu ovoga, smatramo da je odnos srednjih vrednosti sledeći:

$$H < G < \bar{x} < \bar{x}^n \qquad (50)$$

gde je n prirodni broj, različit od jedinice.

Sada aritmetička sredina, kao specijalan slučaj eksponencijalne sredine, nema centralni položaj, nego krajnji položaj najveće brojne vrednosti, izuzimajući druge eksponencijalne sredine, gde je (n >1).

Treba utvrditi koja od ovih srednjih vrednosti kao mera centralne tendencija ima osobinu srednjeg sadržaja hemijskog elementa u geološkom telu, odnosno u njenom predstavniku statističkom uzorku. To može biti samo jedna od mera centralne tendencije, ili harmonijska, ili geometrijska ili aritmetička sredina. Ne može se prihvatiti da ove, u suštini različite mere centralne tendencije istovremeno mogu imati istu ulogu kao parametar raspodele geološke slučajne promenljive. Počinjemo od prve srednje vrednosti, koja ima najmanju brojnu vrednost.

Harmonijska sredina (H) po matematičkoj definiciji je *recipročna vrednost aritmetičke sredine recipročnih vrednosti obeležja (x)*, po obrascu:

$$H = \frac{1}{\frac{1}{N}\sum\frac{1}{x}} = \frac{N}{\sum\frac{1}{x}} \qquad (51)$$

Harmonijska sredina se upotrebljava za dobijanje proseka nekih odnosa, npr. prosečne brzine vožnje automobila, i slično. Prosečna proizvodnost rada jednog radnika dobija se pomoću aritmetičke sredine, a prosečno vreme izrade jednog proizvoda dobija se pomoću harmonijske sredine.

Harmonijska sredina se ne može izračunavati ako je neka brojna vrednost negativna ili je jednaka nuli.

Evidentno je da harmonijska sredina ne može odrediti srednji sadržaj hemijskog elementa geološke populacije.

Geometrijska sredina (G) je, po matematičkoj definiciji, *n-ti koren iz proizvoda između n brojeva:*

$$G = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * x_3 \ldots * x_n} \qquad (52)$$

a u logaritamskoj formi to je aritmetička sredina logaritama brojnih vrednosti sadržaja jediničnih koncentracija proba (u našem primeru) statističkog uzorka:

$$\log G = \frac{1}{n} \quad (\log x_1 + \log x_2 + \ldots + \log x_n) \qquad (53)$$

Geometrijska sredina je antilogaritam ove aritmetičke sredine logaritama jediničnih koncentracija (sadržaja) x = X.

Geometrijska sredina se koristi kada se vrednosti (x) menjaju približno po zakonu geometrijske progresije (S.V u k a d i n o v i ć, 1973), i ona nema smisla ako su neke vrednosti negativne ili su jednake nuli.

Geometrijska sredina može da posluži i kao mera brzine promene izvesnih pojava u vremenu (promena broja stanovnika u naselju po godinama, promena prometa roba po godinama, itd.). Aritmetička sredina daje prosečan priraštaj (stanovništva, prometa robe, itd.), koja ne odražava prosečnu promenu u vremenu, što daje geometrijska sredina.

Takođe je evidentno da geometrijska sredina ne može da ima osobine srednjeg sadržaja hemijskog elementa geološke populacije.

Međutim, neki autori uzimaju **geometrijsku sredinu za srednji sadržaj**, verovatno iz razloga što je to antilogaritam aritmetičke sredine logaritama sadržaja proba, za tzv. "lognormalnu" raspodelu, **što smatramo za veliku grešku** u primeni matematičke statistike u geologiji (geohemiji), a o tome će biti govora kasnije.

Aritmetička sredina ($\bar{x}$) je, po matematičkoj definiciji, *količnik iz sume svih brojnih vrednosti podataka* (u našem primeru jedničnih koncentracija ili sadržaja elementa) *i broja podataka u tom skupu* (statističkom uzorku):

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{N} \qquad (54)$$

Ova definicija obuhvata i aritmetičke sredine eksponencijalne slučajne promenljive:

$$\bar{x}^{n} = \frac{\Sigma x^{n}}{N} \qquad (55)$$

U slučaju da jedinične mase proba nisu jednake, primenjuje se obrazac za proširenu (ponderisanu) aritmetičku sredinu, koja se matematički definiše kao:

$$\bar{x}_p = \frac{\Sigma px}{\Sigma p} \qquad (56)$$

gde je p korektivni faktor (ponder).

Aritmetička sredina se upotrebljava za izračunavanje proseka nekog skupa, u našem slučaju proseka mase izučavanog hemijskog elementa u geološkoj populaciji, a to je prosečan ili srednji sadržaj hemijskog elementa u statističkom uzorku. Uobičajemo je da se ovaj srednji sadržaj iskazuje u dimenziji koncentracije, što je u saglasnosti sa formulom (40).

Na osnovu teoreme Hinčina (I.P. Š a r a p o v, 1965; S. V u k a d i n o v i ć, 1973) utvrđeno je da je *matematičko očekivanje* (μ) *populacije saglasna, centrirana i najefikasnija ocena srednje vrednosti M(x) osnovne populacije*. Na osnovu teoreme Glivenka (V u k a d i n o v i ć, 1973), *za statističke uzorke sa dovoljno velikim brojem podataka (N)*, koje smo ranije utvrdili kao "dovoljno veliko", *empirijska raspodela se malo razlikuje od teorijske, te se može smatrati da je aritmetička sredina statitičkog uzorka približno jednaka matematičkom očekivanju* (μ) *populacije*:

$$\bar{x} \approx M(x) = \mu \qquad (57)$$

Teorema Čebiševa (specijalan slučaj - iz V u k a d i n o v i ć, 1973, s. 218) kaže da: "*Kada broj eksperimenata teži beskonačnosti, aritmetička sredina uočenih vrednosti slučajne promenljive (x) konvergira u verovatnoći ka njenom matematičkom očekivanju M(x)*". Na osnovu ove teoreme Čebiševa (specijalan slučaj) primenjuje se aritmetička sredina u teoriji merenja kao ekvivalent matematičkog očekivanja.

Imajući u vidu ove postavke čuvenih matematičara, definisali smo (O m a lj e v, 1982a; 1984a; 1984b; 1985a; 1985f) parametre raspodele geološke slučajne promenljive teoremom 4, a srednju vrednost teoremom 5.

Teorema 4: Raspodela geološke slučajne promenljive određena je sa tri parametra: 1) matematičkim očekivanjem μ populacije (aritmetičkom sredinom $\bar{x}$ statističkog uzorka), 2) medijanom M, i 3) medijanom ispitivanog hemijskog elementa Mx. Medijane dele geološku populaciju statističkog uzorka na dve polovine (osiromašenu i obogaćenu): po masi proba ($M = \Sigma q/2 = N/2$) i po masi ispitivanog hemijskog elementa ($Mx = \Sigma X/2$).

Teorema 5: Matematičko očekivanje μ populacije (aritmetička sredina $\bar{x}$ statističkog uzorka) je zajednička tačka (tačka preseka) krivih gustina f(x) i $f_X(x)$ i predstavlja izjednačenje jediničnih relativnih frekvencija ($mX_s/ \Sigma X = mq/\Sigma q$) ovih funkcija.

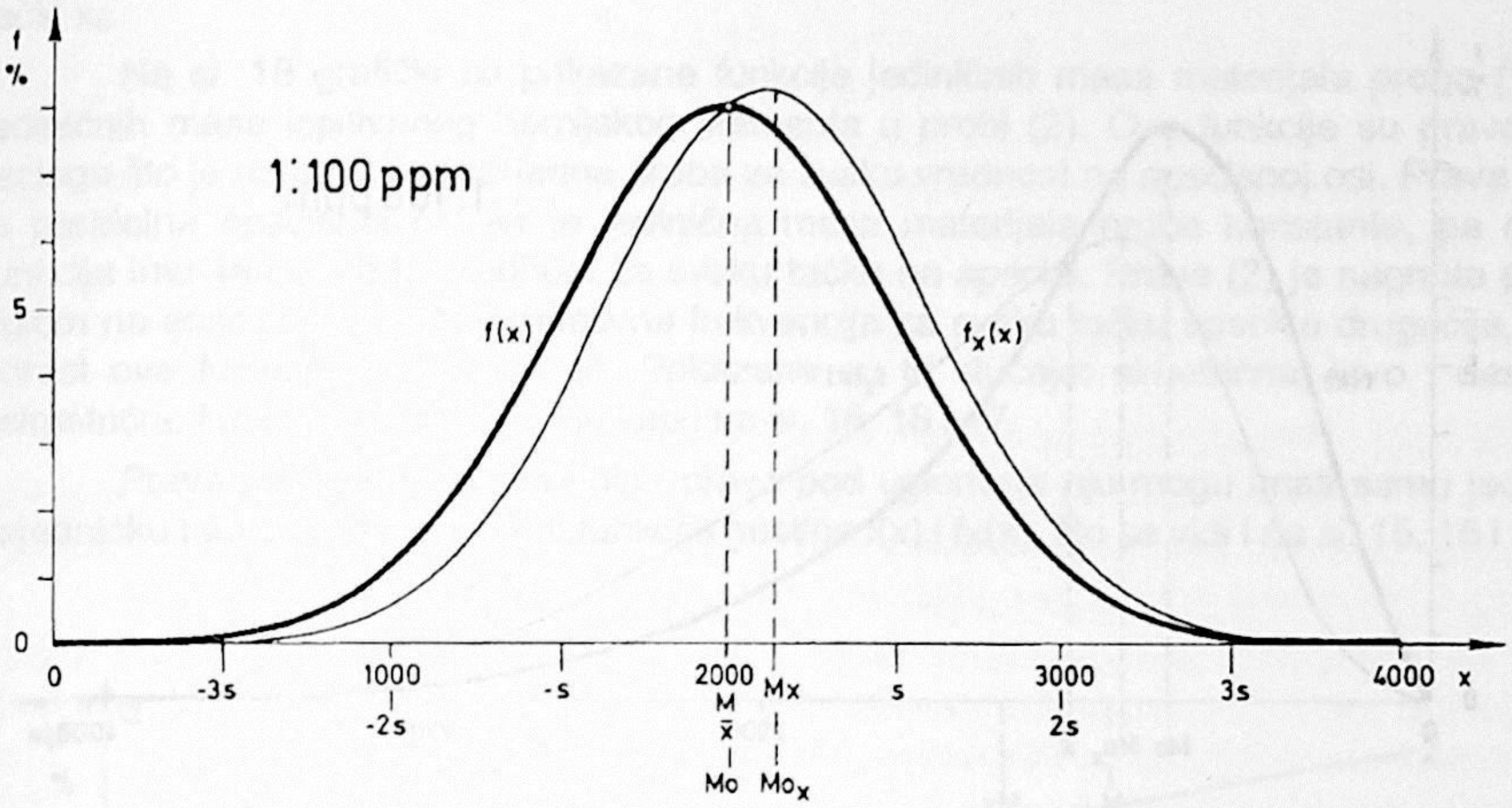
Treba dokazati tvrđenja ovih teorema, naročito tvrđenje izneseno u teoremi 5, koju možemo smatrati dokazanom na osnovu teorema Hinčina, Glivenka i Čebiševa. Međutim, smatramo da je neophodno dati i naše dokaze da bi se potpuno uverili u istinitost tvrđenja ovih teorema, s obzirom na značaj upotrebe aritmetičke sredine kao srednjeg sadržaja u geološkoj praksi (geohemiji, istraživanju rudnih ležišta, rudarstvu).

Eksperimentom oprobavanja mi na diskretan način testiramo osobine raspodele geološke populacije izučavanog hemijskog elementa u geološkom telu. Kao posledica eksperimenta formira se geološka populacija toga elementa u statističkom uzorku, gde se na diskretan (prekidan) način iskazuju osobine raspodele geološke populacije koja u sušitini ima neprekidan karakter. Definisanjem dovoljno velikog statističkog uzorka uspevamo da prevaziđemo korpuskularnu (zrnastu) prirodu geološke populacije u statističkom uzorku i da je na taj način učinimo uslovno beskonačno velikom i neprekidnom.

Sve statističke zakonitosti koje su povezane sa masovnim pojavama, poseduju osobinu stabilnosti, što znači da se slučajna odstupanja pojedinih merenja jediničnih koncentracija od srednje vrednosti M(x) u statističkom uzorku izravnjavanju. Ova stabilnost čini fizički sadržaj pojma "zakona velikih brojeva". Zakon velikih brojeva čini niz matematičkih teorema koje objašnjavaju uslove pod kojima ukupno dejstvo slučajnih uticaja dovodi do rezultata koji skoro da ne zavisi od slučaja. Tako Bernulijeva teorema utvrđuje *da se frekvencija događaja u velikom broju merenja približava verovatnoći toga događaja*. Na osnovu ove Bernulijeve teoreme, raspodela geološke slučajne promenljive, odnosno njene frekvencije (apsolutne i relativne) se prikazuju na dvojnom histogramu ili dijagramu kao funkcije gustine f(x) i $f_X(x)$.

Evidentno je (sl. 15, 16 i 17) da postoji samo jedna zajednička tačka krivih gustina f(x) i $f_X(x)$ i to tačka preseka ovih krivih (koja je u različitom položaju, zavisno od forme krive gustine f(x), a u odnosu na medijanu). Zajednička tačka (tačka preseka) ovih krivih gustina znači da je za neku vrednost na apscisnoj osi x_s izjednačena vrednost intenziteta obe funkcije gustine:

$$f(x)_s = f_X(x)_s \qquad (58)$$



Sl. 15 - Idealna simetrična (normalna) raspodela relativnih frekvencija funkcije f(x). Aritmetička sredina je zajednička tačka (tačka preseka) krivih gustina f(x) i $f_x(x)$ i jednaka je medijani M i modusu Mo.

Fig. 15 - The ideal symmetrical (normal) of relative frequency distribution of function f(x). The arithmetical mean is the common point (the intersection point) of the density curves f(x) and $f_x(x)$ and it is equality of the median M and the modus Mo.

gde je vrednost ovih funkcija, na osnovu formula (42) i (43) sledeća:

$$f(x)_s = mq/\Sigma q \qquad i$$

$$f_X(x)_s = mX_s/\Sigma X$$

Zamenom ovih vrednosti u jednačinu (58) dobijamo:

$$m\frac{q}{\sum q} = m\frac{X_s}{\sum X} \tag{59}$$

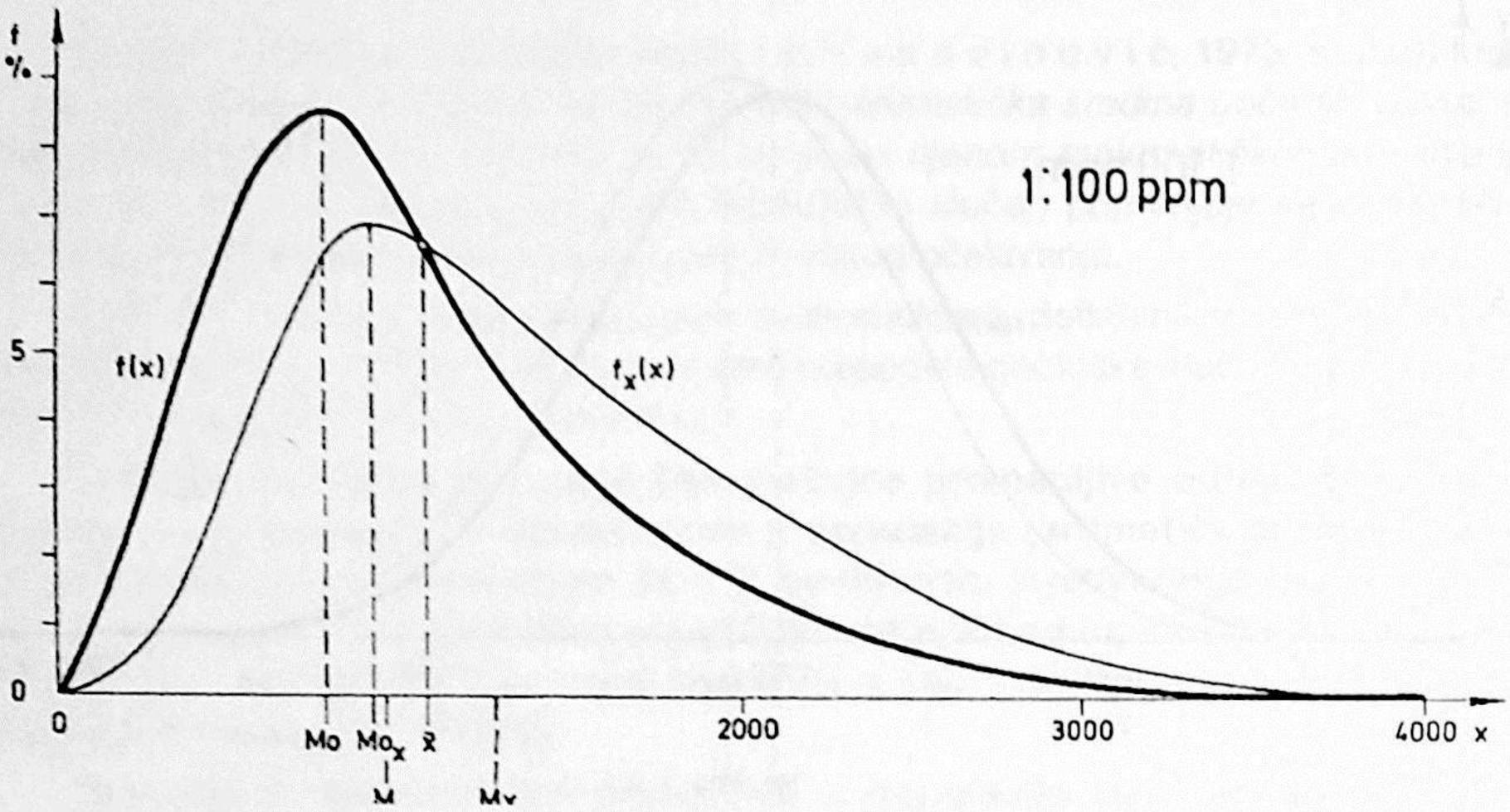
gde je: m - broj proba sa vrednošću X_s, odnosno x_s,

$\frac{q}{\sum q}$ - relativna fekvencija jedinične mase materijala probe,

$\frac{X_s}{\sum X}$ - relativna fekvencija jedinične mase hemijskog elementa te probe.

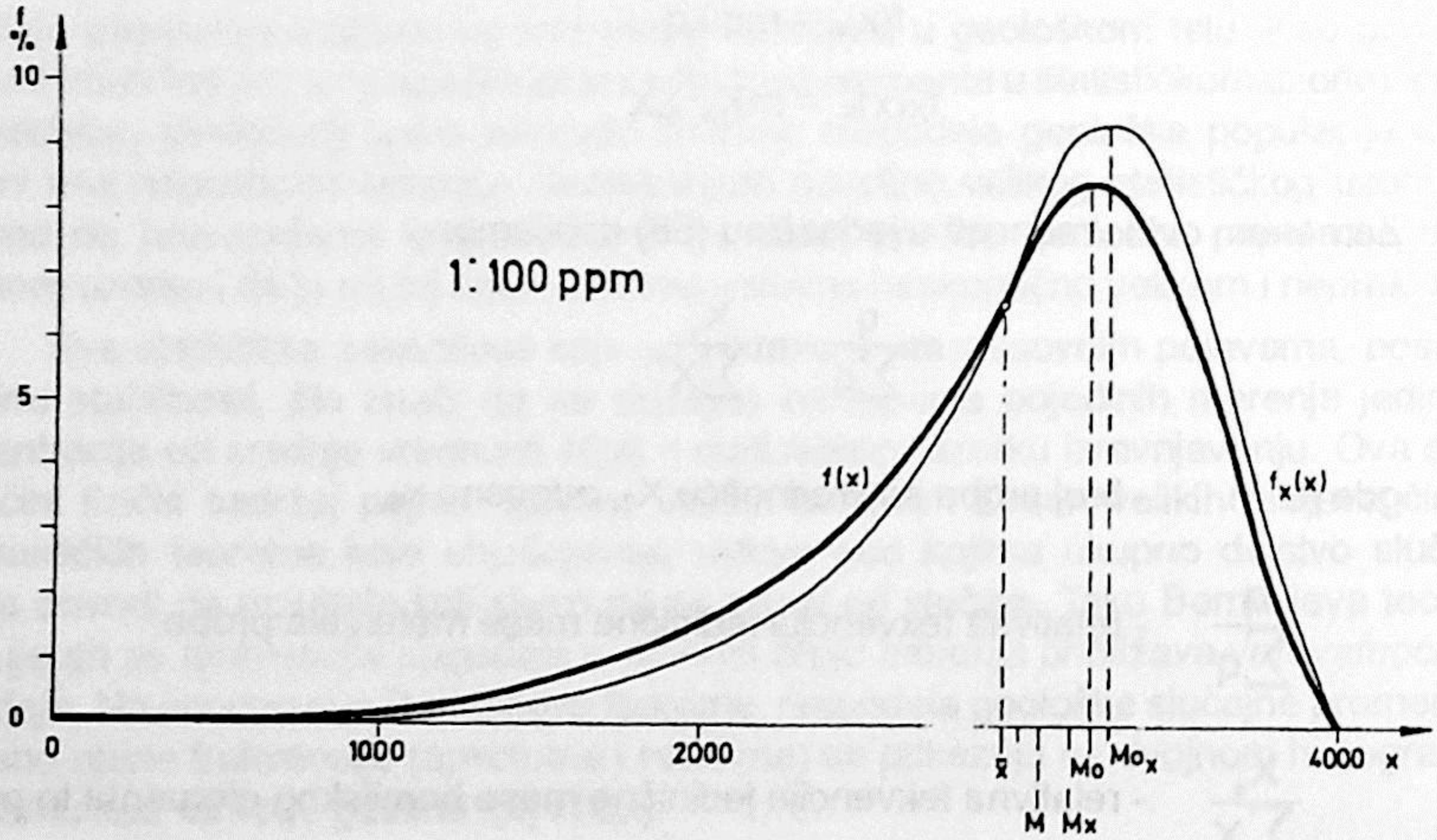
Daljom transformacijom jedinične (58), odnosno (59) dobijamo:

$$\frac{q}{\sum q} = \frac{X_s}{\sum X} \tag{60}$$



Sl. 16 - Idealna levoasimetrična raspodela reelativnih frekvencija funkcije f(x). Aritmetička sredina je zajednička tačka krivih gustina f(x) i $f_x(x)$ i nalazi se između medijane M i medijane Mx.

Fig. 16 - The ideal left-asymmetrical of relative frequency distribution of function f(x). The arithmetical mean is the common point of the density curves f(x) and $f_x(x)$ and is situated between median M and median Mx.



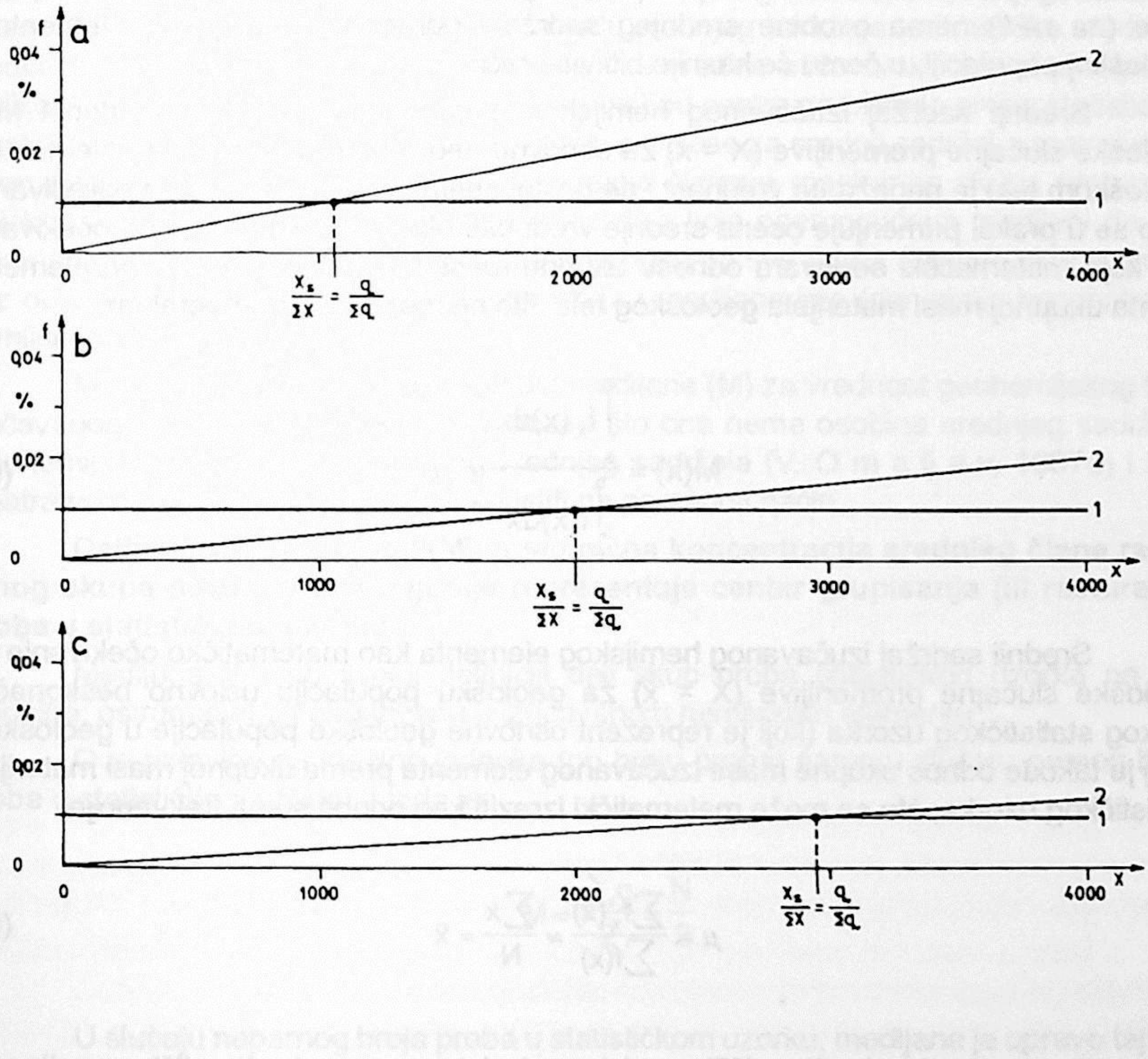
Sl. 17 - Idealna desnoasimetrična raspodela relativnih frekvencija funkcije f(x). Aritmetička sredina je zajednička tačka krivih gustina f(x) i $f_x(x)$ i nalazi se levo od medijane M.

Fig. 17 - The ideal right-asymmetrical of relative frequency distribution of function f(x). The arithmetical mean is the common point of the density curves f(x) and $f_x(x)$ and is situated on the left side of median M.

a ova jednačina (60) izražava jednakost relativnih frekvencija ovih funkcija f(x) i $f_X(x)$ u tački x_s.

Na sl. 18 grafički su prikazane funkcije jediničnih masa materijala proba (1) i jediničnih masa ispitivanog hemijskog elementa u probi (2). Ove funkcije su prave iz razloga što je uzeta samo po jedna proba za svaku vrednost na apscisnoj osi. Prava (1) je paralelna apscisnoj osi jer je jedinična masa materijala probe konstanta, pa ova funkcija ima samo jednu vrednost za svaku tačku na apscisi. Prava (2) je nagnuta pod uglom na apscisnu osu jer je relativna frekvencija za svaku tačku apscise drugačija, ali prirast ove funkcije je konstantan. Prikazana su tri slučaja: simetrična, levo i desno asimetrične funkcije gustina, slično kao i na sl. 15, 16 i 17.

Prava paralelne apcisnoj osi i prava pod uglom na nju mogu imati samo jednu zajedničku tačku (tačku preseka) funkcija gustine f(x) i $f_X(x)$, što se vidi i na sl. 15, 16 i 17.



Sl. 18 - Dijagrami raspodele pravih gustina jediničnih masa materijala probe (1) i jediničnih masa izučavanog hemijskog elementa (2).
a) Levoasimetrična raspodela funkcije f(x)
b) simetrična (normalna) raspodela funkcije f(x)
c) desnoasimetrična raspodela funkcije f(x)

Fig. 18 - The diagrams of distribution of the lines of density of unit masses of sample material (1) and unit masses of investigated chemical element (2).
a) The left-asymmetrical distribution of function f(x)
b) The symmetrical (normal) distribution of function f(x)
c) The right-asymmetrical distribution of function f(x)

Daljom transformacijom formule (60) dobijamo:

$$X_s = q\frac{\sum X}{\sum q} \tag{61}$$

Uzimajući u obzir jednačine (37, 39 i 40) dobijamo:

$$X_s = x_s = \frac{\sum X}{N} = \frac{\sum x}{N} = \bar{x} \tag{62}$$

što je opšti oblik jednačine za aritmetičku sredinu (54).

Postavljenjem jednačine (58) i njenim razvojem u jednačinu (62) matematički smo dokazali tvrđenje teoreme 5 da zajednička tačka krivih gustina f(x) i $f_X(x)$ odgovara aritmetičkoj sredini populacije u statističkom uzorku.

Potrebno je napomenuti da eksponencijalna sredina, počev od kvadratne pa na dalje (za n>1) nema osobine srednjeg sadržaja određenog hemijskog elementa u geološkoj populaciji, o čemu će kasnije biti više reči.

Srednji sadržaj izučavanog hemijskog elementa kao srednja vrednost M(x) geološke slučajne promenljive (X = x) za osnovnu geološku populaciju toga elementa u geološkom telu je nepoznata vrednost i ne postoji metoda njegovog tačnog određivanja. Zato se u praksi primenjuje ocena srednje vrednosti M(x) kao matematičkog očekivanja (μ), koje matematički odgovara odnosu ukupne mase izučavanog hemijskog elementa prema ukupnoj masi materijala geološkog tela; što se može izraziti integralom:

$$M(x) = \frac{\int_a^b f_x(x)dx}{\int_a^b f(x)dx} = \mu \tag{63}$$

Srednji sadržaj izučavanog hemijskog elementa kao matematičko očekivanje (μ) geološke slučajne promenljive (X = x) za geološku populaciju uslovno beskonačno velikog statističkog uzorka (koji je reprezent osnovne geološke populacije u geološkom telu) je takođe odnos ukupne mase izučavanog elementa prema ukupnoj masi materijala statističkog uzorka; što se može matematički izraziti kao odnos suma frekvencija:

$$\mu = \frac{\sum f_x(x)}{\sum f(x)} \approx \frac{\sum x}{N} = \bar{x} \tag{64}$$

Polazeći od jednačine (57), ovaj izraz je istovremeno i aritmetička sredina jediničnih koncentracija izučavanog hemijskog elementa u probama statističkog uzorka, a obzirom na korpuskularan (diskretan) karakter, matematičko očekivanje (μ) je približno jednako aritmetičkoj sredini ($\bar{x}$).

Definicija 26: Srednji sadržaj M(x) hemijskog elementa u geološkom telu je matematičko očekivanje (μ) njegove populacije, odnosno, to je aritmetička sredina ($\bar{x}$) jediničnih koncentracija proba statističkog uzorka.

Centralna vrednost

Centralna vrednost geološke slučajne promenljive je sadržaj izučavanog hemijskog elementa srednjeg člana skupa proba statističkog uzorka, koje su rangirane po intenzitetu sadržaja od najniže do najviše vrednosti jedinične koncentracije (sadržaja) toga elementa. Centralna vrednost slučajne promenljive se u matematičkoj statistici naziva "medijana (M)". Kao posledica teoreme 1 proba je jedinična (nedeljiva) veličina, a to znači da se vrednost medijane ne izračunava, već se određuje; tj. za vrednost medijane uzima se vrednost jedinične koncentracije toga elementa srednje probe rangiranog statističkog uzorka.

Medijana je mera centralne tendencije, koja najbolje reprezentuje centar grupisanja (ili rasturanje) proba oko centra grupisanja geološke slučajne promenljive (X = x). Zato je medijana parametar raspodele geološke slučajne promenljive, po teoremi 4.

Numerička vrednost medijane je nezavisna od svih drugih članova skupa proba statističkog uzorka, to je jednostavno sadržaj hemijskog elementa srednjeg člana tog skupa. Zato postoji principijelna razlika između srednjeg sadržaja (aritmetičke sredine) i medijane, jer na numeričku vrednost aritmetičke sredine utiče svaki član skupa proba, utoliko više ukoliko je udaljeniji (po apscisnoj osi) od centra grupisanja proba statističkog uzorka. Zato su neki autori skloni da medijanu proglase za srednji sadržaj, smatrajući da je ona nezavisna, naročito u odnosu na krajnje članove rangiranog skupa proba statističkog uzorka. Upravo je to principijelna razlika koja onemogućava medijani da igra ulogu srednjeg sadržaja, jer je nezavisna u odnosu na sve druge članove skupa proba, bez obzira što su dimenzije srednjeg sadržaja i medijane iste (dimenzija koncentracije hemijskog elementa).

Mnogi istraživači uzimaju vrednost medijane (M) za vrednost geohemijskog fona izučavanog hemijskog elementa, bez obzira što ona nema osobine srednjeg sadržaja. Geohemijski fon mora imati osobinu srednjeg sadržaja (V. O m a lj e v, 1987a) i zato smatramo da se medijana ne može koristiti na pomenuti način.

Definicija 27: Medijana (M) je jedinična koncentracija srednjeg člana rangiranog skupa proba, a ona najbolje reprezentuje centar grupisanja (ili rasturanja) proba u statističkom uzorku.

Medijana (M) po svojoj definiciji deli skup proba statističkog uzorka na dve polovine: osiromašenu i obogaćenu u izučavanom hemijskom elementu.

Ove polovine su idealno jednake (po broju proba) samo u slučaju parnog broja proba u statističkom uzorku, i tada je:

$$M = \frac{\sum q}{2} = \frac{N}{2} \qquad (65)$$

U slučaju nepamog broja proba u statističkom uzorku, medijana je upravo taj član koji deli broj proba na idealne polovine, a ona se priključuje osiromašenoj polovini:

$$M = \frac{N}{2} + 1 \qquad (66)$$

U ovom slučaju obogaćena polovina u hemijskom elementu ima jednu probu manje od osiromašene polovine.

Značaj medijane (M) kao parametra geološke slučajne promenljive (po teoremi 4) je u tome što ona igra ulogu prave simetrije kod simetričnih raspodela, a to se može proširiti i na asimetrične raspodele jer je medijana po svojoj definiciji sredina populacije. Levo i desno asimetrične krive gustine imaju se kao slike u ogledalu u odnosu na medijanu normalne krive gustine (sl. 20), a to važi i za tipične krive gustine na sl. 16 i 17 koje se ogledaju u odnosu na medijanu krive gustine na sl. 15.

Na parametar srednji sadržaj kao aritmetičku sredinu, jako utiču krajnji članovi skupa rangiranih proba statističkog uzorka, taj uticaj je toliko veliki da ovaj parametar pomeraju iz centra grupisanja kod levo i desno asimetričnih raspodela. Medijana kao neosetljiva centralna vrednost ne trpi uticaje krajnjih članova rangiranog skupa proba i zato najbolje reprezentuje centar grupisanja (ili rasturanja) proba statističkog uzorka jer zavisi samo od broja proba u skupu. Zato je položaj medijane na apscisnoj osi "stabilan" (relativno), u svakom slučaju stabilniji je od položaja aritmetičke sredine. Zato relativan odnos (položaj) srednjeg sadržaja (aritmetičke sredine) u odnosu na medijanu određuje tip raspodele geološke slučajne promenljive, o čemu će kasnije biti više reči.

Dualizam geološke populacije zahteva pojavu još jedne medijane, jer geološka populacija jediničnih masa izučavanog hemijskog elementa (X) takođe ima svoju centralnu vrednost - medijanu izučavanog hemijskog elementa (Mx).

Medijana elementa (Mx) je srednji član rangiranog skupa proba statističkog uzorka, koji deli taj skup na dve polovine po masi izučavanog hemijskog elementa: osiromašenu i obogaćenu polovinu. Ova medijana je centar grupisanja proba statističkog uzorka po obeležju jedinične mase izučavanog hemijskog elementa (X), koja je promenljiva i količinski podređena u odnosu na jediničnu masu materijala probe (q), što je iskazano formulama (1) (33) i (34). Ova medijana (Mx) svakako igra podređenu ulogu u statističkom uzorku, ali njena uloga je evidentna i treba je uvažavati.

Definicija 28: Medijana hemijskog elemementa (Mx) je jedinična koncentracija probe koja deli rangirani skup proba na dve polovine, po masi hemijskog elementa ($\Sigma X/2$) u statističkom uzorku.

Proba čija jedinična koncentracija igra ulogu medijane elementa (Mx) deli statistički uzorak na dve realne, ali nejednake po broju proba, polovine, po formuli:

$$Mx = \frac{\sum X}{2} \qquad (67)$$

Ova medijana je nova u statistici i prvi put je definisana prilikom izlaganja dvojne prirode geološke slučajne promenljive (O m a lj e v, 1977a, 1977b, 1978a, 1978b).

Brojna vrednost medijane (M) praktično je uvek manja od vrednosti medijane elementa (Mx), a obe imaju dimenzije koncentracije elementa.

$$M < Mx \text{ (kg/kg, g/t, \%, ppm, ppb)} \qquad (68)$$

što je posledica podređenosti jediničnih masa izučavanog elementa u odnosu na jedinične mase materijala probe ($q > X$), a medijama Mx je desno od medijane M na apscisnoj osi (sl. 15, 16 i 17).

Geohemijska suština medijane elementa (Mx) je u tome da ona deli osnovnu populaciju na dve polovine po masi izučavanog hemijskog elementa. To znači da osiromašena i obogaćena polovina sadrže približno jednaku masu izučavanog elementa.

Obe medijane su karakteristični parametri geološke slučajne promenljive, koje pored srednjeg sadržaja (matematičkog očekivanja ili aritmetičke sredine) potpuno određuju (definišu) raspodelu frekvencija geološke slučajne promenljive.

Medijana ispitivanog hemijskog elementa (Mx) nije neophodna kao reprezentativni parametar raspodele geološke populacije, ali je ipak uzeta u obzir (teorema 4) jer je raspodela samog elementa (njegove geološke populacije po obeležju merenja X) najinteresantnija, a ova medijana dovoljno reprezentuje centar grupisanja jediničnih masa toga elementa u skupu proba statističkog uzorka. Numerička vrednost medijane elementa (Mx) je po pravilu veća od aritmetičke sredine i naravno zakonito veća od medijane (M) (formula 68).

Dominantna vrednost

Dominantna vrednost ili modus (Mo) kao mere centralne tendencije predstavlja jediničnu koncentraciju probe u satističkom uzorku koja se najčešće ponavlja. To je proba čija jedinična koncentracija ima najveću frekvenciju. Modus se uočava već pri rangiranju proba po intenzitetu jediničnih koncentracija, a modus je ona jedinična koncentracija koja ima najveći broj proba.

Ovako definisna dominantna vrednost kao modus vezana je za jednu geološku populaciju u statističkom uzorku i to populaciju jediničnih masa materijala probe; te smatramo da ovaj princip treba zadržati i kod određivanja modusa prilikom definisanja funkcija gustine, koje se grafički predstavljaju dvojnim histogramom ili dvojnim dijagramom. To je potpuno u skladu sa dominantnom ulogom ove geološke populacije (po obeležju merenja q), a u odnosu na podređenu ulogu geološke populacije po obeležju merenja X, što sledi iz formula (1), (33) i (34).

Standardizacija nezavisne geološke promenljive (x) je nužna mera koja omogućava matematičku i grafičku predstavu funkcije gustina geološke slučajne promenljive, a to zahteva razvrstavanje proba rangiranog skupa statističkog uzorka na klase, što omogućava grafičku predstavu funkcije gustine u vidu dvojnog histograma ili dvojnog dijagrama.

Ako je x diskretna slučajna promenljiva, tada je modus njena najverovatnija vrednost. Ako je x neprekidna slučajna promenljiva, tada se pod modusom podrazumeva ona vrednost za x za koju kriva gustina f(x) dostiže svoj maksimum (ekstrem krive gustine). Ovaj ekstrem krive gustine teško je tačno utvrditi na apscisi dijagrama u vidu brojne vrednosti (x), ali se na histogramu može lako utvrditi klasa u kojoj se modus nalazi. Zato se u praksi retko utvrđuje numerička vrednost modusa, ali se utvrđuje klasa modusa, tj. klasa histograma u kojoj se modus nalazi, odnosno njegov položaj na apcisnoj osi (sl. 11, 12 i 14).

Definicija 29: Modus Mo je jedinična koncentracija probe koja se najčešće ponavlja u statističkom uzorku, odnosno, to je ekstrem (maksimum) funkcije gustine f(x).

Iz pomenutih razloga vidi se da bi bilo neracionalno uvoditi modus kao parametar koji određuje raspodelu geološke slučajne promenljive, zato modusa nema kao parametra u teoremi 4.

Može se desiti da u nekoj populaciji nema modusa i u tom slučaju kriva gustina f(x) nema ekstrema. Međutim, mnogo je češći slučaj da u geološkoj populaciji postoji više modusa (sl. 12 i 14), tada kriva gustina f(x) ima više ekstrema (maksimuma), najčešće nejednakih intenziteta. To su polimodalne (multimodalne) populacije, koje su znatno češće u praksi od unimodalnih (monomodalnih) populacija.

Osobina modusa je da na njegovu numeričku vrednost ne utiče niti broj članova skupa (kao kod medijane), niti njihove pojedinačne vrednosti, već na modus utiče samo frekvencija numeričkih vrednosti slučajne promenljive. Kod unimodalnih funkcija gustina dominira samo jedna numerička vrednost (ili samo jedna klasa) slučajne promenljive (sl. 12, pod b i c), koja se na apscisnoj osi nalazi ispod maksimuma krive gustine. Kod polimodalnih funkcija gustina nema apsolutne dominacije jedne brojne vrednosti (jedne klase), već za svaki maksimum (ekstrem) krive gustine dominira jedna vrednost (ili jedna klasa) koja odgovara maksimumu frekvencija parcijalne populacije oko određenog maksimuma funkcije gustine f(x) (sl. 14).

Polimodalnost funkcije gustine geološke slučajne promenljive je posledica složene geološke populacije jediničnih masa izučavanog elementa (X) u geološkom telu, odnosno u statističkom uzorku kao njegovom predstavniku. Ova složenost proizilazi iz složene geneze pomenute geološke populacije, pošto je osnovna populacija zbir parcijalnih populacija toga elementa. Svaka od parcijalnih populacija ima različitu genezu, najčešće u pogledu geološkog vremena stvaranja, a manje u pogledu fizičko-hemijskih procesa, odnosno mineralnog sastava. Svaka faza preraspodele izučavanog hemijskog elementa u geološkom telu stvara novu parcijalnu populaciju, nekad različitog, a nekad istog mineralnog sastava. U toku geološkog vremena u svakoj novoj fazi minerogeneze razaraju se starije i stvaraju nove parcijalne populacije (novi kristali minerala), a sve skupa, ostaci starijih i dominirajuća nova populacija, čine osnovnu geološku populaciju složene geneze u geološkom telu (sl. 14).

Upotreba dominantne vrednosti (modusa) je specifična, kao mera centralne tendencije ukazuje na maksimume frekvencija, što se naročito koristi npr. kod planiranja frekvencije gradskog saobraćaja. Kod geoloških populacija, modus ukazuje na momente geneze populacije izučavanog elementa u geološkom telu, naročito u pogledu mineralnog sastava i faza migracije i akumulacije masa toga elementa.

Neki autori upotrebljavaju numeričku vrednost modusa za geohemijski fon, bez obzira što modus nema osobine srednjeg sadržaja izučavanog elementa u geološkom telu; te smatramo da je ovakva upotreba veoma pogrešna.

Kriva gustine izučavanog elementa $f_X(x)$ takođe može imati svoje ekstreme (maksimume), ali smatramo da su oni drugostepeni kao modusi geološke slučajne promenljive. U ranijim publikacijama (O m a lj e v, 1984b) bilo je rečeno da su i maksimumi (ekstremi) funkcije gustine $f_X(x)$ takođe reprezentativni modusi elementa, ali sada smatramo da su reprezentativni modusi samo ekstremi funkcije f(x).

Definicija 30: Modus hemijskog elementa Mo_X je ekstrem (maksimum) funkcije gustine $f_X(x)$.

Modus najbolje reprezentuje centar grupisanja, odnosno rasturanja proba, ali polimodalnost ili izostajanje modusa onemogućava da modus bude uzet kao reprezentativni parametar koji definiše raspodelu geološke populacije. Medijana dovoljno dobro reprezentuje pomenuti centar grupisanja proba, a lako se određuje njena numerička vrednost, pa je zato i uzeta kao reprezentativni parametar raspodele geološke slučajne promenljive. Naravno, kod polimodalnih raspodela, nemoguća bi bila upotreba modusa kao reprezentativnog parametra raspodele.

MERE VARIJABILNOSTI GEOLOŠKE SLUČAJNE PROMENLJIVE

Mere varijabilnosti ili disperzije slučajne promenljive predstavljaju parametre koji mere rasturanje vrednosti jednodimenzionalne slučajne promenljive; a to je naša geološka slučajna promenljiva.

Ranije smo razmatrali parametre koji reprezentuju centar grupisanja (ili rasturanja) vrednosti geološke slučajne promenljive (mere centralne tendencije), a sada razmatramo mere (parametre) koji mere to rasturanje oko centra grupisanja proba statističkog uzorka.

Parametri raspodele (po teoremi 4) reprezentuju geološku populaciju na takav način da se određuje centar grupisanja proba kao reprezent cele populacije. Međutim, poznato je da su vrednosti pojedinih sadržaja elementa u probi rasturene oko centra grupisanja na takav način da postoji verovatnoća da ni jedna proba nema sadržaj elementa koji bi odgovarao vrednosti srednjeg sadržaja (aritmetičke sredine), posmatrano na strogo matematički način. To je posledica varijabilnosti ili disperzije sadržaja elementa, koji se može matematički izraziti kao mera varijabilnosti ili disperzije geološke slučajne promenljive.

Mere ili parametri varijabilnosti (disperzije) geološke slučajne promenljive (X = x) su:

1) interval (raspon) varijacija koncentracija,
2) kvantili, i
3) momenti raspodele.

Srednje odstupanje i varijansa predstavljaju određene momente raspodele frekvencija geološke slučajne promenljive.

Interval varijacija

Najjednostavnija, a sa tim i najgrublja mera koja izražava veličinu varijacija geološke slučajne promenljive je interval ili raspon varijacija jediničnih koncentracija hemijskog elementa u probama statističkog uzorka kao predstavnika geološkog tela. Ovaj interval varijacija jediničnih koncentracija elementa je istovremeno i element strukture geohemijskog polja (O m a lj e v, 1987a).

Raspon koncentracija elementa, kao nezavisne slučajne promenljive, kreće se od (x_{min}) do (x_{max}), a to je interval na apscisnoj osi na kojem je geološka slučajna promenljiva definisana, što je određeno teoremom 6:

Teorema 6: Položaj geološke populacije na apscisnoj osi nezavisne geološke promenljive (x) je određen intervalom (rasponom) varijacija koncentracija hemijskog elementa u probama statističkog uzorka Iv = (x_{max} - x_{min}), kao elementom strukture geohemijskog polja. Van ovog raspona geološka slučajna promenljiva nije definisana.

Ovaj raspon varijacija koncentracija elementa je osnovna mera varijabilnosti geološke slučajne promenljive. Najmanja vrednost koncentracije u probama (x_{min}) istovremeno je i prag geohemijskog polja, dok najveća vrednost (x_{max}) je istovremeno i plafon toga polja.

Minimalna i maksimalna vrednost jediničnih koncentracija su krajnji članovi rangiranog skupa proba statističkog uzorka po intenzitetu sadržaja hemijskog elementa, a raspon ovih vrednosti:

$$Iv = (x_{max} - x_{min}) \quad (69)$$

označava numeričku vrednost relativnog intenziteta geohemijskog polja.

Smatramo da je obavezno navoditi interval (raspon) varijacija jediničnih koncentracija izučavanog elementa, jer je to osnovna mera varijabilnosti geološke slučajne promenljive.

Na osnovu intervala varijacija jediničnih koncentracija ne može se suditi o stepenu varijabilnosti koncentracija izučavanog hemijskog elementa u geološkoj populaciji statističkog uzorka; za isti interval varijacija stepen varijabilnosti geološke slučajne promenljive može biti veoma različit. Ukoliko je ovaj raspon varijacija manji, utoliko je ova osnovna mera varijabilnosti određenija kao mera disperzije. Porastom intervala varijacija, raste neodređenost u pogledu uvida o stepenu varijabilnosti, što je naročito izraženo u slučaju postojanja ekstremnih (i anomalnih) vrednosti jediničnih koncentracija elementa.

Kvantili (Q)

Podelom rangiranog skupa proba po intenzitetu sadržaja ispitivanog hemijskog elementa u statističkom uzorku na (n) ili (k) jednakih delova, dobija se najbolji uvid u meru varijabilnosti geološke slučajne promenljive. Ova podela može biti:

1) standardizovana i

2) nestandardizovana.

Standardizovana podela na (n) jednakih delova, je definisana teoremom 9 i predstavlja **geohemijsku ekvidistanciju** kao kvantila n-tog reda (statistička razmera), koja se koristi za konstrukciju dvojnih histograma i dvojnih dijagrama, kao i za grafičku predstavu reljefa geohemijskog polja; o čemu je bilo reči (teorema 3).

Nestandardizovana podela statističkog uzorka na (k) jednakih delova su kvantili k-tog reda ($Q_{1\text{-}k}$), a može biti podela po obeležju merenja (q) i (X). Od broja (k) zavisi ime kvantila: za (k = 2) to je **medijana**, za (k = 4) to su **kvartili** ($Qq_{1\text{-}4}$), za (k=5) to su **pentili** ($Qq_{1\text{-}5}$) za (k=10) to su **decili** ($Qd_{1\text{-}10}$) i za (k=100) to su **centili** ($Qc_{1\text{-}100}$). Za podele gde je (k>100) smatramo da nemaju realnog smisla, a praktično se ne ide dalje od decila.

Kvantil drugog reda je medijana (M ili Mx), a to je istovremeno i 2. kvartil, 5. decil i 50. centil. Za neparno (k) medijana se nalazi između centralnih kvantila. O medijani je bilo dovoljno reči u odgovarajućem odeljku.

Nestandardizovanu podelu statističkog uzorka definišemo teoremom 7.

Teorema 7: Nestandardizovanom podelom geološke populacije statističkog uzorka na (k) jednakih delova (po obeležju merenja q ili X) dobijaju se kvantili k-tog reda ($Q_{1\text{-}k}$). Medijana je kvantil drugog ili 1/2 reda ($M = Q_{(1/2)k}$), a za neparno (k) medijana se nalazi između centralnih kvantila.

Prvi kvantil se naziva **"donji kvantil (Q_1)"** i on ograničava najsiromašniji deo populacije izučavanog hemijskog elementa, a najbogatiji deo populacije je ograničen **"gornjim kvantilom ($Q_{k\text{-}1}$)"**. Varijacija koncentracije elementa između gornjeg i donjeg kvantila:

$$I_Q = (Q_{k\text{-}1} - Q_1) \quad (70)$$

naziva se "interkvantil" (po teoremi 8):

Teorema 8: Interkvantil je suženi interval varijacija jediničnih koncentracija hemijskog elementa u okviru geohemijskog polja, ograničen gornjim i donjim

kvantilom ($I_Q = Q_{k-1} - Q_1$); a centralni interkvantil (cl_Q) je najuži interval varijacije jediničnih koncentracija oko medijane.

Centralni kvantili postoje za kvantile od 5-tog i viših redova, jer vrednost interkvartila i centralnog interkvartila se poklapaju ($I_{Qq} = cl_{Qq} = Qq_1$). Razlika postoji tek kod interpentila i centralnog interpentila:

$I_{Qp} = Qp_4 - Qp_1$ (interprentil)

$cl_{Qp} = Qp_3 - Qp_2$ (centralni interpentil)

a slično je i za interdecil i centralni interdecil:

$I_{Qd} = Qd_9 - Qd_1$ (interdecil)

$cl_{Qd} = Qd_6 - Qd_4$ (centralni interdecil)

Centralni interkvantil za kvantile parnog reda je interkvantilna razlika koncentracija elementa između centralnih parnih kvantila; a za kvantile neparnog reda centralni interkvantil je interkvantilna razlika koncentracija elementa koja obuhvata medijanu. U svakom slučaju centralni interkvantil ima medijanu kao svoju centralnu vrednost. Centralni interkvantil 5-tog i 10-reda definiše suženi interval (raspon) koncentracija elementa (geohemijskog polja) oko medijane i zato je ovaj interkvantil karakterističan za brzu ocenu i upoređenje centralnog dela rangirane populacije. Tako se različite geološke populacije istog elementa u različitim geološkim telima mogu upoređivati preko centralnog interkvantila, koji svakako predstavlja interval (raspon) koncentracija elementa koji je najbliži centru grupisanja sadržaja proba statističkog uzorka.

Interkvantil je izražen u jedinicama koncentracije, odnosno u jedinicama u kojima je izraženo i obeležje merenja slučajne promenljive, te je to apsolutna mera disperzije. Ovo ograničava njegovu primenu samo na istorodne skupove (populacije). Za upoređivanje raznorodnih populacija treba upotrebiti relativne mere disperzije (V.S e r d- a r, 1977), koja je za interkvantil sledeća:

$$V_Q = \frac{Q_{k-1} - Q_1}{Q_{k-1} - Q_1} \qquad (71)$$

gde su u imenitelju i brojitelju nalaze interkvantili istog reda, ali različitih populacija. V_Q je "koeficijent kvantilne devijacije", čija se vrednost nalazi između nule i jedinice ($0 < V_Q < 1$). Veličina disperzije je proporcionalna vrednosti koeficijenta kvantilne devijacije.

Maksimalna veličina interkvantilne razlike u koncentracijama hemijskog elementa je kod interkvartila ($I_{Qq} = Qq_3 - Qq_1$), u kome se nalazi 1/2 populacije nakon odbacivanja najsiromašnije i najbogatije četvrtine populacije (donji i gornji kvartil).

Primenom drugih interkvantila viših redova proširuje se interval (raspon) koncentracije elementa u odnosu na interkvartil, jer se odbacuje sve manji i manji donji i gornji kvantili. Na taj način je moguće praviti različite kombinacije odsecanja, primenom kvantila različitog reda, već prema karakteristikama izučavane geološke populacije i zadatka izučavanja.

Maksimalna vrednost centralnog interkvantila je za centralni interpentil (cl_{Qp}), koji je prvi mogući i u njemu se nalazi 1/5 populacije. Vrednost centralnog interdecila obuhvata raspon od 2/10 populacije, a to je isto što i centralni interpentil ($cl_{Qp} = cl_{Qd}$).

Podelom statističkog uzorka na (k) delova po obeležju merenja (X) takođe se dobijaju kvantili k-tog reda po masi izučavanog hemijskog elementa. Ovi kvantili (Qx) su zakonito pomereni udesno po apscisnoj osi u odnosu na kvantile (Q), što je posledica njihove nejednakosti po broju proba, odnosno odnosa ovih geoloških populacija koje su definisane formulama (1), (33) i (34).

Sve matematičke operacije po kvantilima $Qx_{1\text{-}k}$ su identične sa operacijama po kvantilima $Q_{1\text{-}k}$.

Raspodela geoloških populacija statističkog uzorka po kvantilima k-tog reda može se grafički prikazati dvojnim histogramima, što je veoma pregledan uvid u karakter ove raspodele. Dvojni histogrami kvartila imaju samo 4 kolone (sl. 19, pod a i b), pentila ima 5 kolona (sl. 19, pod c i d), decila ima 10 kolona (sl. 19, pod e i f), a centila bi bilo 100 kolona (što bi bilo nepregledno). Na apscisi su date numeričke vrednosti odgovarajućih kvantila, te se mogu izračunati vrednosti svih interkvantila.

Upotreba kvartila, pentila i decila za prikaz raspodele geoloških populacija rudnih metala u orudnjenju bila bi veoma instruktivna (korisna), ali u praksi nema primera ove upotrebe. Autor se samo jednom bavio ovom problematikom (O m a lj e v, 1985c).

Potrebno je naglasiti nužnost navoda načina raspodele geološke populacije statističkog uzorka, kao nestandardizovane ili standardizovane.

Momenti raspodele

Odstupanja pojedinih vrednosti obeležja slučajne promenljive od parametara centralne tendencije koji reprezentuju centar grupisanja (ili rasturanja) predstavlja varijabilnost. U matematičkoj statistici najčešće se uzima aritmetička sredina kao srednja vrednost, pa se odstupanja najčešće izražavaju u odnosu na ovaj parametar (što i mi u ovoj monografiji najčešće činimo). Varijabilnost raspodele frekvencija slučajne promenljive naziva se "moment raspodele" (I.P. Š a r a p o v, 1965; V. V r a n i ć, 1971; V. S e r d a r, 1977; S. V u k a d i n o v i ć, 1973).

Momenat oko centra grupisanja geološke slučajne promenljive je srednja vrednost (aritmetička sredina) odstupanja pojedinih vrednosti obeležja (X = x) od tog centra grupisanja, podignuta na određenu potenciju (r), a to je momenat r-tog reda.

Moment raspodele može biti: **centralni** i **obični**.

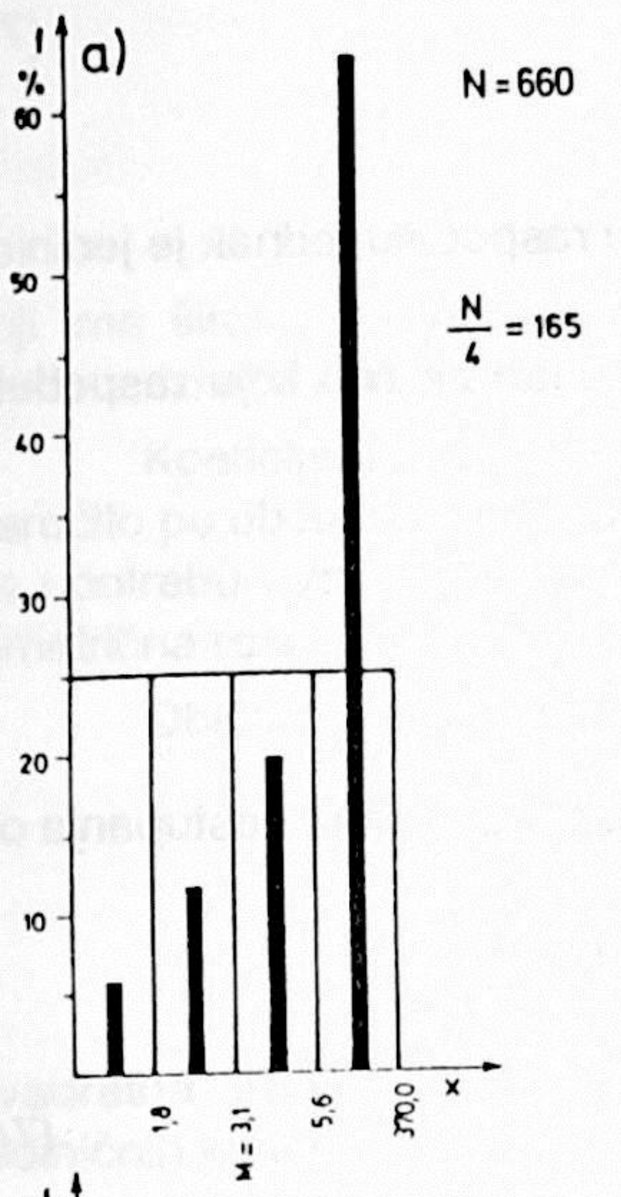
Centralni momenat (μ_r) je odstupanje oko srednje vrednosti kao reprezenta centra grupisanja, a **obični momenat** (m_r) je odstupanje oko nule kao standardizovanog centra grupisanja. Indeks (r) označava red momenta, što predstavlja eksponent potencije, odnosno označava vrstu srednje vrednosti odstupanja pojedinih vrednosti geološke slučajne promenljive oko centra grupisanja.

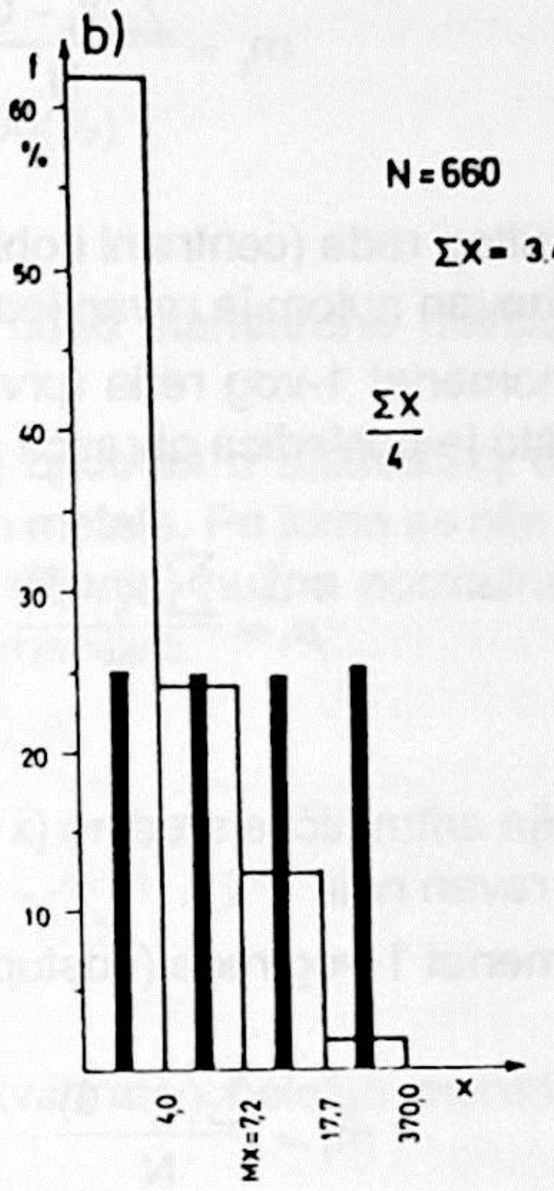
Opšta formula za **centralni** momenat r-tog reda je:

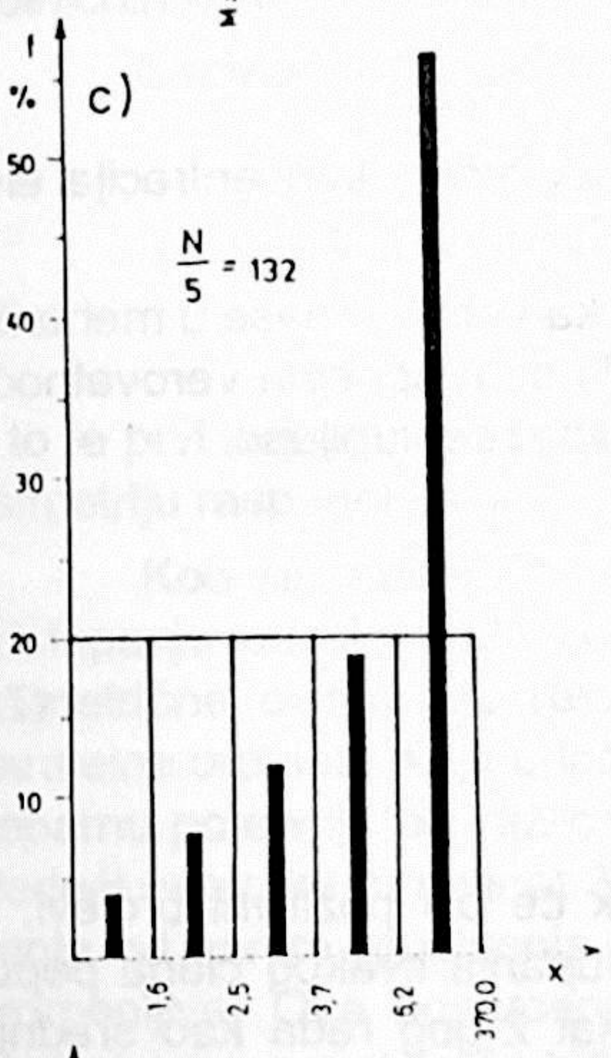
$$\mu_r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^r}{N} \qquad (72)$$

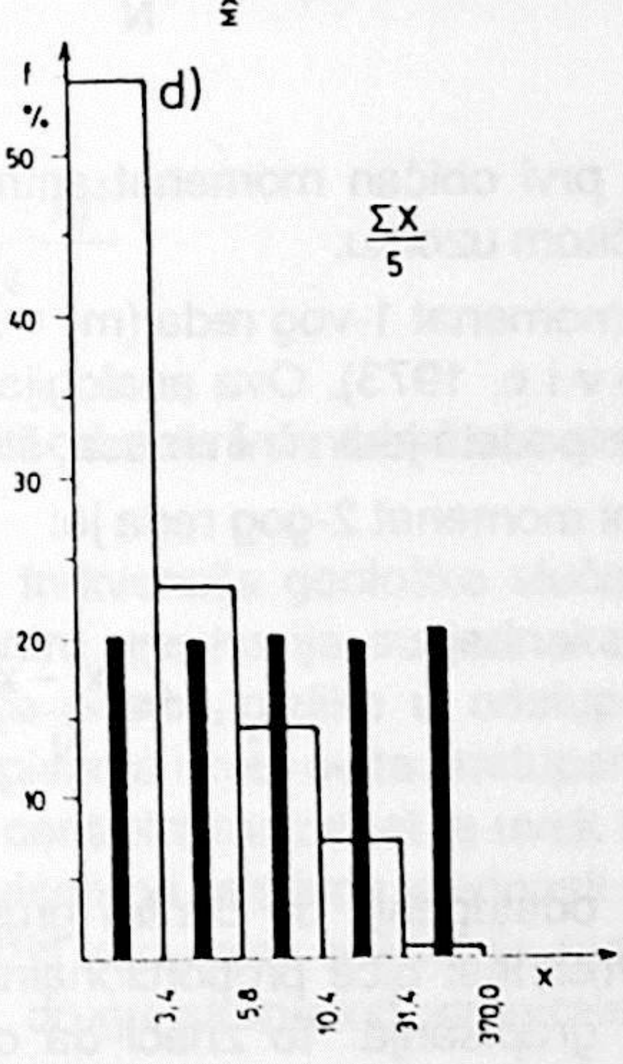
Sl. 19 - Dvojni histogrami raspodele geološke slučajne promenljive po kvantilima: a) kvartili po obeležju (q) $Qq_{1\text{-}4}$; b) kvartili po obeležju (X) $Qxq_{1\text{-}4}$; b) kvartili po obeležju (X) $Qxq_{1\text{-}4}$; c) pentili po obeležju (q) $Qp_{1\text{-}5}$; d) pentiil po obeležju (X) $Qxp_{1\text{-}5}$; e) decili po obeležju (q) $Qd_{1\text{-}10}$; f) decili po obeležju (X) $Qxd_{1\text{-}10}$.

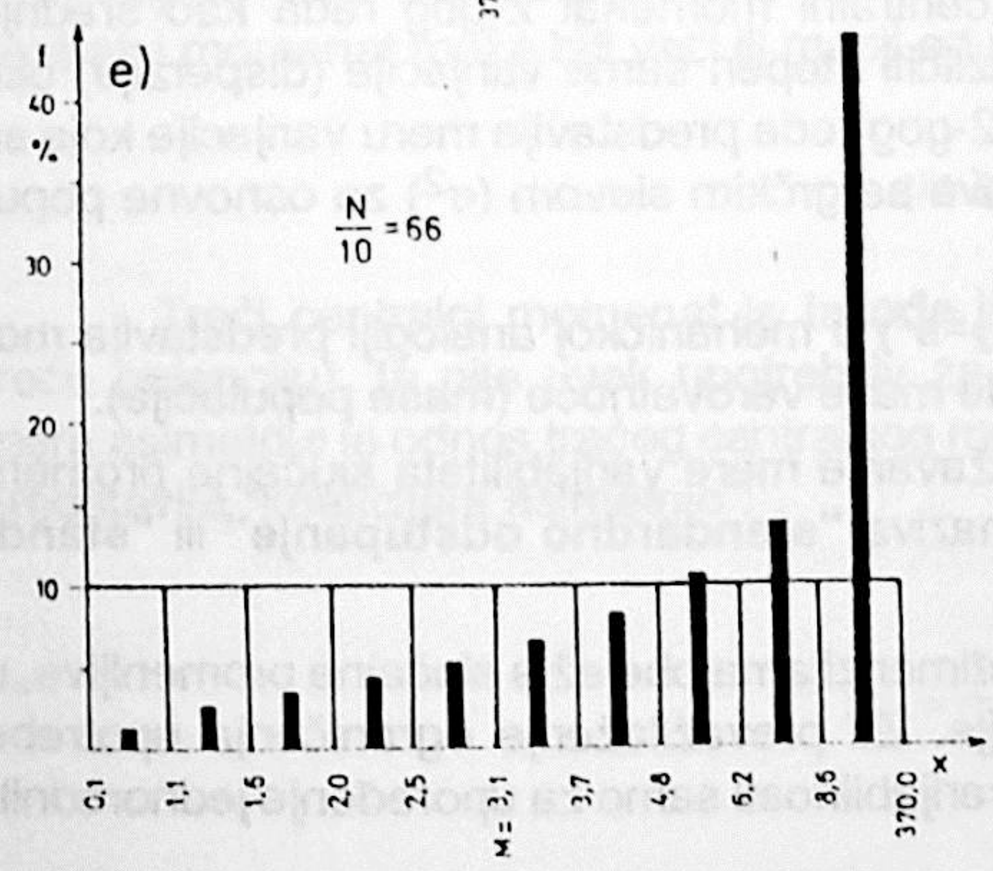
Fig. 19 - The dual histograms distribution of the geological random variable versus quantiles: a) Quartiles versus characteristics (q) $Qq_{1\text{-}4}$; b) Quartiles versus characteristics (X) $Qq_{1\text{-}4}$; c)Pentiles versus characteristics (q) $Qp_{1\text{-}5}$; d) Pentiles versus characteristics (X) $Qxp_{1\text{-}5}$; e) Deciles versus characteristics (q) $Qd_{1\text{-}10}$; f) Deciles versus characteristics (X) $Qxd_{1\text{-}10}$.

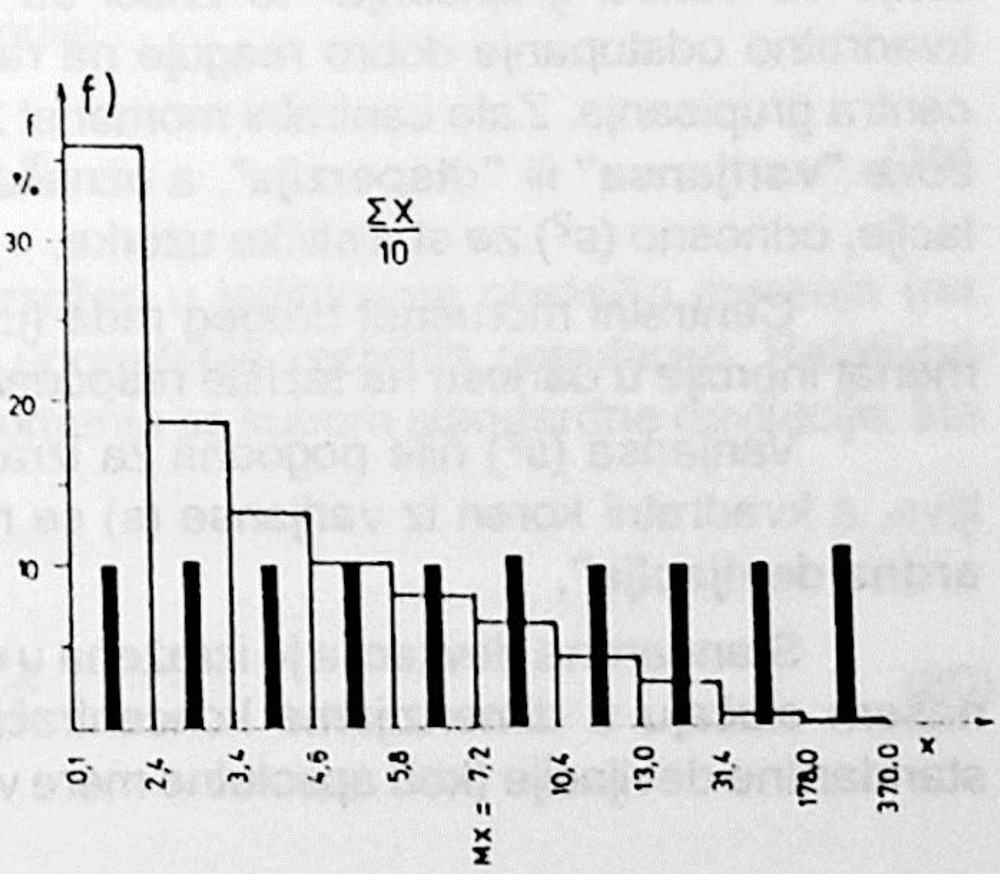

a)
%
60
50
40
30
20
10
N = 660
N/4 = 165
1,8
3,1
5,6
370,0
M = 3,1
x


b)
%
60
50
40
30
20
10
N = 660
ΣX = 3.455,8
ΣX/4
4,0
17,7
370,0
MX = 7,2
x


c)
%
50
40
30
20
10
N/5 = 132
1,6
2,5
3,7
5,2
370,0
x


d)
%
50
40
30
20
10
ΣX/5
3,4
5,8
10,4
31,4
370,0
x


e)
%
40
30
20
10
N/10 = 66
0,1
1,1
1,5
2,0
2,5
3,7
4,8
5,2
8,5
370,0
M = 3,1
x


f)
%
30
20
10
ΣX/10
0,1
2,4
3,4
4,6
5,8
10,4
13,0
31,4
178,0
370,0
MX = 7,2
x

a opšta formula **običnog** momenta r-tog reda je:

$$m_r = \frac{\sum(x_i - 0)^r}{N} = \frac{\sum x_i^r}{N} \qquad (73)$$

Momenat nultog reda (centralni i obični) za bilo koju raspodelu jednak je jedinici, jer svaki broj stepenovan nulom je ravan jedinici.

Centralni momenat 1-vog reda (prvi centralni momenat) za bilo koju raspodelu uvek je ravan nuli, što je posledica obrasca (72):

$$\mu_1 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})}{N} = \frac{0}{N} = 0$$

a što sledi iz definicije aritmetičke sredine ($\bar{x} = \Sigma x_i/N$), jer je algebarski zbir odstupanja od aritmetičke sredine ravan nuli.

Običan momenat 1-vog reda (odstupanja oko nule) je:

$$m_1 = \frac{\sum(x_i - 0)}{N} = \frac{\sum x_i}{N} = \bar{x} \qquad (74)$$

što znači da je prvi običan momenat aritmetička sredina jediničnih koncentracija elementa u statističkom uzorku.

Običan momenat 1-vog reda ($m_1 = \bar{x}$) ima značenje kao centar mase u mehanici (V u k a d i n o v i ć, 1973). Ova analogija je potpuna kada se raspodela verovatnoća posmatra kao raspodela jediničnih masa, što je u našem slučaju zastupljeno.

Centralni momenat 2-gog reda je:

$$\mu_2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N} = s^2 \qquad (75)$$

Kvadrati odstupanja od centra grupisanja ($\bar{x}$) uvek će biti pozitivni brojevi, a njihova brojna vrednost biće proporcionalna kvadratu odstupanja svakog člana populacije od centra grupisanja. To znači da centralni momenat 2-gog reda kao srednje kvadratno odstupanje dobro reaguje na različiti stepen same varijacije (disperzije) oko centra grupisanja. Zato centralni momenat 2-gog reda predstavlja meru varijacije koja se zove **"varijansa"** ili **"disperzija"**, a označava se grčkim slovom (σ^2) za osnovne populacije, odnosno (s^2) za statističke uzorke.

Centralni momenat drugog reda ($\mu_2=s^2$) u mehaničkoj analogiji predstavlja momenat inercije u odnosu na težište raspodele mase verovatnoće (mase populacije).

Varijansa (s^2) nije pogodna za izražavanje mere varijabiliteta slučajne promenljive, a kvadratni koren iz varijanse (s) se naziva **"standardno odstupanje"** ili **"standardna devijacija"**.

Standardna devijacija je izražena u dimenzijama obeležja slučajne promenljive, u našem slučaju u dimenzijama koncentracije. Za prevažilaženje ograničenja upotrebe standardne devijacije (kod apsolutne mere varijabilnosti samo za upoređenje jednorodnih

skupova (populacija) upotrebljava se **"koeficijent varijacije (V)"** kao relativna mera varijabilnosti slučajne promenljive:

$$V = \frac{s}{\bar{x}} * 100(\%) \tag{76}$$

koji ima široku upotrebu u statistici. To je udeo standardne devijacije od aritmetičke sredine, izraženo u procentima.

Koeficijent varijacije je bio u širokoj upotrebi u statističkoj obradi skupa proba naročito po obeležju merenja sadržaja rudnih metala. Pri tome se nije vodilo računa da je za upotrebu ovog koeficijenta (po mome mišljenju) nužna normalna raspodela (ili bar simetrična raspodela) geološke slučajne promenljive.

Običan moment 2-og reda (oko nule) je:

$$m_2 = \frac{\sum x_i - 0)^2}{N} = \frac{\sum x_i^2}{N} = \bar{x}^2 \tag{77}$$

kvadratna sredina, tj. aritmetička sredina kvadrata obeležja merenja (u našem slučju jediničnih koncentracija).

Centralni momenat 3-ćeg reda:

$$\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{N} \tag{78}$$

a to je prvi neparni centralni momenat različit od nule i on odražava simetriju, odnosno asimetriju raspodele slučajne promenljive.

Kod simetrične raspodele relativnih frekvencija geološke slučajne promenljive odstupanja od simetrale koja odgovara centru grupisanja su jednaka. Međutim, kod asimetrične distribucije relativnih frekvencija postoji razlika u odstupanjima od prve paralelne ordinate, koja odgovara centru grupisanja i zato će ta odstupanja podignuta na neparnu potenciju biti različita od nule. Prvi centralni momenat je uvek ravan nuli, a tek sledeći centralni momenat 3-ćeg reda je zavisan od relativne vrednosti pojedinih odstupanja od centra grupisanja, da može poslužiti kao mera asimetrije raspodele slučajne promenljive. Ova odstupanja su u jednu i drugu stranu od simetrale, odnosno ovaj centralni momenat može biti veći ili manji od nule:

$$\mu_3 \gtrless 0 \tag{79}$$

Treći centralni momenat je takođe izražen u jedinicama obeležja merenja (na treću potenciju), te nije uvek upotrebljiv za upoređenje različitih populacija. Relativna mera asimetrije je odnos trećeg centralnog momenta sa kubom standardne devijacije; što predstavlja "koeficijent asimetrije":

$$a_3 = \frac{\mu_3}{s^3} \tag{80}$$

Ako je raspodela frekvencija slučajne promenljive simetrična, koeficijent asimetrije je ravan nuli (približno ravan nuli). U slučaju da je koeficijent asimetrije različit od nule postoji asimetrija u raspodeli frekvencija; za

$$a_3 > 0 \tag{81}$$

asimetrija je pozitivna, a za

$$a_3 < 0 \tag{82}$$

asimetrija je negativna.

U pogledu klasifikacije stepena asimetrije, u matematičkoj statistici se obično prihvata pravilo (V r a n i ć, 1971; V u k a d i n o v i ć, 1973):

- za $a_3 < \pm 0{,}1$ nema asimetrije,
- za $\pm 0{,}1 < a_3 < \pm 0{,}25$ asimetrija je mala,
- za $\pm 0{,}25 < a_3 < \pm 0{,}5$ asimetrija je srednja,
- za $a_3 > \pm 0{,}5$ asimetrija je izrazita (jaka).

Običan momenat 3-ćeg reda je:

$$m_3 = \frac{\sum x_i^3}{N} = \bar{x}^3 \tag{83}$$

a to je kubna sredina.

Centralni momenat 4-tog reda:

$$\mu_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{N} \tag{84}$$

predstavlja meru zaobljenosti vrha krive gustine (V r a n i ć, 1971; V u k a d i n o v i ć, 1973; S e r d a r, 1977) raspodele relativnih frekvencija slučajne promenljive. Pošto su dimenzije ovog momenta na četvrti stepen, on je veoma nepogodan za praktičnu upotrebu mere zaobljenosti, ne računajući još i nedostatak da se može upotrebljavati za upoređenje samo istorodnih populacija. Zato se u matematičkoj statistici upotrebljava mera spljoštenosti (a_4) kao relativna mera zaobljenosti vrha krive gustine.

$$a_4 = \frac{\mu_4}{s^4}$$

Simetrična kriva Gausa i Laplasa ima normalnu spljoštenost za relativne mere zaobljenosti za $a_4 = 3$ i zato "koeficijent spljoštenosti" ili "ekscesa" (Ke) iznosi:

$$Ke = (a_4 - 3) = 0 \tag{86}$$

U slučaju da je Ke>0 (a_4>3) simetrična kriva gustine slučajne promenljive je izdužena po visini (po ordinati) u odnosu na krivu Gausa i Laplasa, a u suprotnom slučaju (Ke<0) simetrična kriva je spoljoštena (skraćena je po ordinati).

Centralni i obični momenti viših redova nemaju praktičnog značaja za izučavanje raspodele geološke slučajne promenljive.

Da bi se pojednostavilo izračunavanje centralnih i običnih momenata nekad se primenjuje linearna transformacija centra grupisanja na vrednost (a), za razliku od standardizacije centra grupisanja na vrednost nula. Tada je opšti obrazac za izračunavanje momenta r-tog reda:

$$m_r = \frac{\sum(x_i - a)^r}{N} \qquad (87)$$

gde se izraz (x_i - a) naziva "apsolutno odstupanje", a prvi momenat (m_1) oko (a) po formuli (87) je matematičko očekivanje (aritmetička sredina) odstupanja od (a) i ono se naziva "srednje apsolutno odstupanje" (V u k a d i n o v i ć, 1973).

$$m_1 = \frac{\sum(x_i - a)}{N} = \bar{x} \qquad (88)$$

Srednje apsolutno odstupanje je najjednostavnija mera varijabilnosti, izraženo kao momenat (m_1) oko (a). Najčešće se razmatra srednje apsolutno odstupanje u odnosu na medijanu (a = M) ili u odnosu na aritmetičku sredinu (a = $\bar{x}$): tada srednje apsolutno odstupanje postaje prvi centralni momenat, koji je uvek ravan nuli. V u k a d i n o v i ć (1973) smatra da je lako dokazati da je minimum vrednosti srednjeg apsolutnog odstupanja u odnosu na medijanu (a = M). Smatramo da je to veoma zastupljeno kod raspodele geološke slučajne promenljive, gde medijana bolje reprezentuje centar grupisanja obeležja merenja (X = x) od aritmetičke sredine, a takođe smatramo da bi to još bolje odgovaralo modusu kao najboljem reprezentu toga centra grupisanja, ali samo za idealno asimetrične unimodalne krive gustine (sl. 16 i 17). Za normalnu raspodelu gde je zastupljena idealna (totalna) simetrija to ne treba ni dokazivati, jer se vrednosti medijane i modusa poklapaju sa aritmetičkom sredinom (sl. 15).

Smtramo da su obrasci matematičke statistike apsolutno pogodni za primenu samo kod simetrične (u idealnom slučaju normalne) krive gustine raspodele geološke slučajne promenljive, a što je veća asimetrija utoliko postoje veća ograničenja u primeni nekih obrazaca. Porastom asimetrije, na levu ili desnu stranu, dolazi do pomeranja aritmetičke sredine, u maloj meri i medijane, a najmanje modusa; ali samo kod idealno asimetričnih i unimodalnih krivih gustina. Pri tome dolazi do deformacija izazvanih asimetrijom raspodele, pa i do ograničenja u primeni nekih obrazaca matematičke statistike.

Jedno je sigurno da svaki parametar raspodele kao mera centralne tendencije ima svoju realnu fizičku (geološko-geohemijsku) suštinu i da u tome leži njegova upotrebljivost. Aritmetička sredina predstavlja srednji sadržaj, medijana predstavlja simetralu, odnosno pravu simetrije koja je bliska centru grupisanja, a modus kod unimodalnih idealnih asimetričnih raspodela znači centar grupisanja obeležja merenja (X=x).

TIPOVI RASPODELE GEOLOŠKE SLUČAJNE PROMENLJIVE

Forma krive gustine f(x) strogo je zavisna od karaktera raspodele geološke slučajne promenljive, a to predstavlja raspodelu frekvencija jediničnih masa materijala proba (q) kao dominantnog obeležja proba u statističkom uzorku. Dominantnost funkcije gustine f(x) je posledica odnosa obeležja merenja probe (q i X), što je iskazano formulama (1), (33) i (34). Na taj način forma krive gustine f(x) određuje tip raspodele geološke slučajne promenljive.

Forma krive gustine $f_X(x)$, koja je za istraživače veoma interesantna, je strogo zavisna od forme krive gustine f(x) koja je vodeća u raspodeli geološke slučajne promenljive, o čemu će kasnije biti više reči. Predpostavljamo da je dominacija funkcije gustine f(x) uslovila situaciju da se samo ona izučava u klasičnoj primeni teorije verovatnoće i matematičke statistike u geologiji, tako da je uloga i značaj funkcije gustine $f_X(x)$ ostala "skrivena" za svetski auditorijum.

Dve geološke populacije u statističkom uzorku, po obeležjima merenja (q) i (X) su funkcionalno povezane jediničnom koncentracijom svake probe (formula 35), a njihove jedinične veličine su funkcije koncentracije (po teoremi 2) kao nezavisne geološke promenljive.

U literaturi je opisano 5 tipova krivih gustine raspodele geološke slučajne promenljive kao osnovnih (V.V. B o g a c k i, 1963, s. 91), a na osnovu formi krivih gustina f(x). Tipovi ovih krivih gustina su sledeći (sl. 20):

1) Simetrična raspodela, u idealnom slučju normalna raspodela
2) Levoasimetrična raspodela
3) Desnoasimetrična raspodela
4) Levoasimetrična hiperbolična raspodela
5) Desnoasimetrična hiperbolična raspodela

Ove krive gustine (sl. 20) autor ove monografije prikazuje u skladu sa svojim shvatanjem forme krive gustine raspodele geološke slučajne promenljive (O m a lj e v, 1978b, 1982a), koje su prikazane u statističkoj razmeri 1:100 ppm, a uvek počinju i završavaju na apscisnoj osi.

Mnogi autori o tome ne vode računa, a naročito kod hiperboličnih krivih gustine koje prikazuju kao hiperbole (tako je uradio i V.V. B o g a c k i, 1963), zanemarujući činjenicu da svaka kriva gustine mora početi i završiti na apscisnoj osi; a što je prikazano na sl. 20.

Ove krive gustine geološke slučajne promenljive (sl. 20) tako su konstruisane da su simetrične kao slike u ogledalu s leve i desne strane od medijane Gaus-Laplasove krive gustine f(x), koja je prikazana isprekidano na vrednosti apscise (M = 2.000 ppm). Već iz ove slike 20 evidentno je da postoji mnogo ogledajuće simetričnih krivih gustina, a da je simetrična kriva Gausa i Laplasa specijalni slučaj totalne simetrije, koja se najverovatnije u geologiji teško ostvaruje.

Iz ove slike je evidentno da nema potrebe za 5 tipova raspodele, već da postoje samo 3 tipa raspodele geološke slučajne promenljive:

1) simetrična raspodela
2) levoasimetrična raspodela
3) desnoasimetrična raspodela

Ova tri tipa raspodele, odnosno 3 tipa forme krivih gustina geološke slučajne promenljive treba na matematički način definisati i odrediti njihove karakteristike.

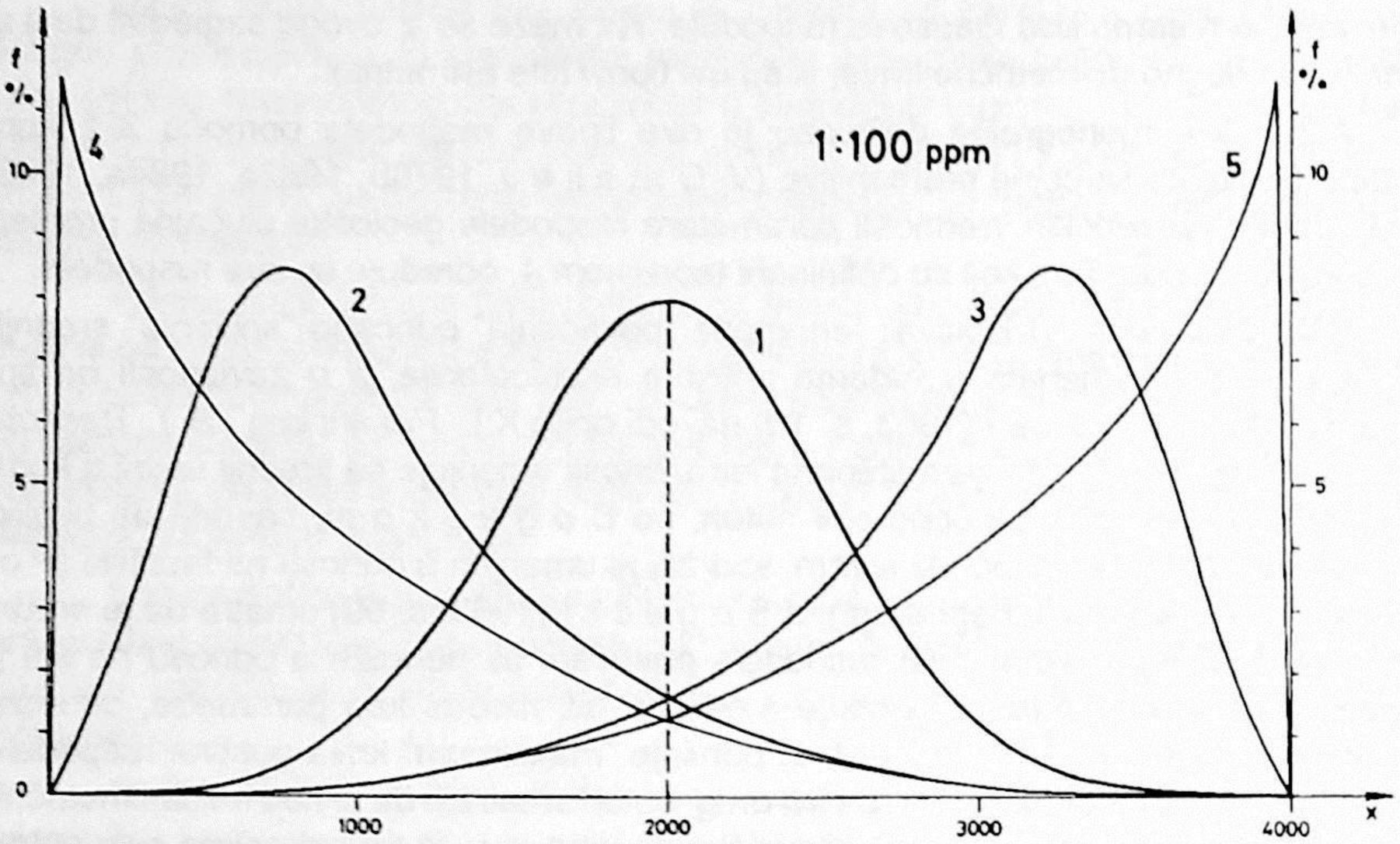
B o g a c k i (1963, s. 16) navodi da su Orlova i Rusinov još 1936 smatrali da postoje tri vida krivih raspodele i da metod aritmetičke sredine nije primenljiv u svim slučajevima, već samo kod Gausove raspodele. Ne može se iz ovoga sagledati da li se navode levo i desno asimetrične krive, ili su ovi tipovi iste asimetrije.

Autor ove monografije definisao je ove tipove raspodela pomoću 3 zakona raspodele geološke slučajne promenljive (V. O m a lj e v, 1978b, 1982a, 1984a, 1985f, 1992b). Odnos numeričkih vrednosti parametara raspodele geološke slučajne promenljive (geološke populacije), koji su definisani teoremom 4, određuje tip ove raspodele.

Sovjetski autori su ispitivali fenomene "povećanja" odnosno "sniženja" srednjih sadržaja korisnih elemenata u rudama prilikom eksploatacije, a u zavisnosti od tipa raspodele. Tako B o g a c k i (1963, s. 10) navodi opite K.L. Požarićkog i S.T. Traskota, koji su utvrdili da sa povećanjem stepena istraženosti smanjuje se srednji sadržaj korisnog hemijskog elementa. Mnogobrojni autori, po B o g a c k o m, navode da ukoliko postoji leva asimetrija u raspodeli stvarni sadržaj je umanjen u odnosu na teorijski (P o - ž a r i c k i, Z e n k o v, i mnogi drugi), a B o g a c k i (1963, s. 90) smatra da je srednji sadržaj kod ovih levoasimetričnih raspodela povećan, ali ne kaže u odnosu na šta je povećan. Ovaj autor nigde ne pominje medijanu niti modus kao parametre, odnosno mere centralne tendencije, jedino (retko) pominje "maksimum" krive gustine raspodele. Predpostavljamo da B o g a c k i, kao i svi drugi autori smatraju da je kod levoasimetričnih raspodela srednji sadržaj manji od aritmetičke sredine, a to je po navodima ovih autora geometrijska (B o g a c k i na s. 95 kaže logaritamska) sredina. B o g a c k i ide toliko daleko da smatra da kod hiperbolične levoasimetrične raspodele može biti da harmonijska sredina najviše odgovara srednjem sadržaju, što je svakako preterivanje. Čudnovato je da B o g a c k i (1963, s. 117) kaže: ".. za kategoriju postojanih geoloških objekata (sa desnoasimetričnim i simetričnim raspodelama) najbolje približenje daje aritmetička sredina", i dalje "Desnoasimetrične raspodele karakterišu uslovi minimalne varijacije, levoasimetrične značajne i visoke varijacije. Simetrične krive karakterišu varijacije svojstava bliske zakonu prave", B o g a s k o m je jasno da su levo i desno asimetrične krive gustine ogledajući simetrične, a ovakav zaključak se ne može objasniti. B o g a c k i nije mogao objasniti da su opiti prilikom eksploatacije uvek dali manje srednje sadržaje od izračunatih, pa je pribegao ovako čudnovatoj konstrukciji. Ako kod levoasimetričnih raspodela postoji "uvećanje" srednjih sadržaja, tada kod desnoasimetričnih raspodela mora postojati "smanjenje" srednjih sadržaja, što bi kod otkopavanja dalo obrnuti efekat. U praksi uvek se dobijaju niži srednji sadržaji od izračunatih po oprobavanju, što je razumljivo s obzirom da sve greške uvek imaju za posledicu "razblaženje" sadržaja, što je opitno provereno i na Žirovskom vrhu (O m a lj e v, 1974, s. 1510a).

Smatramo da su ovi autori bili u zabludi i da su konstatovali odstupanja srednjih sadržaja u odnosu na numeričku vrednost medijane. Upravo ova "odstupanja" numeričkih vrednosti srednjeg sadržaja od medijane definišu tip raspodele. Medijana znatno bolje određuje centar grupisanja (ili rasturanja) proba statističkog uzorka, a srednji sadržaj može više od medijane odstupiti od tog centra grupisanja, jer veoma trpi uticaje krajnjih članova skupa proba, po obeležju merenja sadržaja ispitivanog hemijskog elementa u probi. Ova odstupanja srednjeg sadržaja mogu biti na levu ili desnu stranu od medijane, i to uvek na "suprotnu" stranu od asimetrije (leve ili desne - sl. 16 i 17, u odnosu na srednji položaj medijane Gaus-Laplasove krive gustine - sl. 20).

Naše osnovno pravilo je da ne postoji odstupanje u smislu "povećanja" ili "smanjenja" srednjeg sadržaja, jer parametar srednji sadržaj kao matemahtičko očekivanje (aritmetička sredina) je uvek ona koja sledi po formulama matematičke statistike (54, kao i naših formula 62, 63 i 64) koje dokazuje teoremu 5; a ona je istinita. Činjenica je da srednji sadržaj zavisi samo od svih brojnih vrednosti sadržaja elementa u probama. Takođe je činjenica da medijana ne zavisi od brojnih vrednosti članova skupa proba, već



Sl. 20 - Tipovi krivih gustina funkcije f(x) geološke slučajne promenljive.
1. simetrična (normalna) raspodela, 2. levoasimetrična raspodela, 3. desnoasimetrična raspodela, 4. levoasimetrična hiperbolična raspodela, 5. desnoasimetrična hiperbolična raspodela.

Fig. 20 - The types of density curves function f(x) distribution of geological random variable.
1. symmetrical (normal) distribution, 2. left-asymmetrical distribution, 3. right-asymmetrical distribution, 4. left-asymmetrical hyperboloid distribution, 5. right-asymmetrical hyperboloid distribution.

zavisi samo od broja proba u statističkom uzorku. Kada su sadržaji proba kao jedinične mase simetrično raspoređene ostvaruje se simetrična raspodela, a ova dva parametra se približno poklapaju po brojnim vrednostima. Kada raspodela jediničnih masa elementa ima asimetriju, tada se javlja "rep" u jednu stranu i to suprotno od centra grupisanja proba (sl. 16 i 17), a to dovodi do povlačenja srednjeg sadržaja na tu stranu, a medijana ostaje približno na svom mestu. Zato se ova dva parametra razilaze, jer se aritmetička sredina (srednji sadržaj sporije pomera po apscisi i nalazi se: kod levoasimetričnih raspodela udesno, a kod desnoasimetričnih raspodela ulevo od medijane. Preko ove osobine odnosa glavnih parametara raspodele autor ove monografije (O m a lj e v, 1978b, 1982a, 1984a, 1985f, 1992b) definiše tip raspodele preko zakona raspodele geološke slučajne promenljive, i to na sledeći način:

Prvi zakon: Položaj srednjeg sadržaja (matematičkog očekivanja μ populacije ili aritmetičke sredine $\bar{x}$ statističkog uzorka) na apscisnoj osi kod simetrične raspodele približno se poklapa sa medijanom:

$$M \approx \bar{x} < Mx \qquad (89)$$

Normalna raspodela je specijalni slučaj simetrične raspodele, kada je srednji sadržaj jednak medijani:

$$M = \bar{x} < Mx \tag{90}$$

Drugi zakon: Položaj srednjeg sadržaja (matematičkog očekivanja μ populacije ili aritmetičke sredine $\bar{x}$ statističkog uzorka) na apscisnoj osi kod levoasimetrične raspodele (pozitivna asimetrija) je između dve medijane:

$$M < \bar{x} < Mx \tag{91}$$

Lognormalna raspodela je specijalni slučaj levoasimetrične raspodele kada je geometrijska sredina jednaka medijani:

$$G = M < \bar{x} < Mx \tag{92}$$

Treći zakon: Položaj srednjeg sadržaja (matematičkog očekivanja μ populacije ili aritmetičke sredine $\bar{x}$ statističkog uzorka) na apscisnoj osi kod desnoasimetrične raspodele (negativna asimetrija) je levo od medijane:

$$\bar{x} < M < Mx \tag{93}$$

Primenom logaritamske ili eksponencijalne statističke razmere može se učiniti da asimetrična kriva gustine postane približno logaritamski simetrična, ili u idealnom slučaju lognormalna, naravno u odnosu na svoju medijanu. Mnogi autori u praksi upotrebljavaju logaritamsku transformaciju nezavisne geološke promenljive, ali bez ikakve teorijske razrade problematike ovakve transformacije. Tako je nepotrebno uvedena tzv. "lognormalna" raspodela, i ona i "normalna" raspodela jedine se priznaju u ovakvoj primeni statistike u geologiji. Smatramo da je to matematički neodrživo, može se primeniti logritamska ili eksponencijalna (ili neka druga meni nepoznata) transformacija nezavisne geološke promenljive (x), ali se to odnosi samo na vrednosti ove nezavisne promenljive koje su nanete na apscisnu osu. Nikako se pomenuta transformacija ne odnosi na sadržaje kao jedinične mase izučavanog elementa, a što mnogi autori svakodnevno rade. Čak šta više, lognormalna raspodela stekla je toliku popularnost u svetu da to postaje psihološka barijera za razumevanje fizičke suštine same logaritamske transformacije koncentracije kao nezavisne geološke slučajne promenljive (na apscisnoj osi). O ovome problemu biće detaljne rasprave u odgovarajućem odeljku.

Kao primer, posmatrajmo raspodelu nekog hemijskog elementa, čija je geološka populacija prestavljena statističkim uzorkom od 10.000 proba. Za svaki tip raspodele jedinične mase probe (q) su iste, a njihova relativna frekvencija iznosi 0,01%, što odgovara vrlo velikom statističkom uzorku na nivou osetljivosti 0,0% koji ima od 2.000 do 20.000 proba (tabela 7). Jedinične mase elementa u probi (sadržaji) su različiti za svaki tip raspodele i to na takav način da se dobije idealna kriva funkcije gustine raspodele f(x) ove geološke slučajne promenljive, što će biti konstatovano prilikom obrade svakog tipa raspodele.

Simetrična raspodela

Geološka populacija hemijskog elementa u statističkom uzorku može biti raspoređena po svojoj koncentraciji simetrično, što se pokorava prvom zakonu raspodele gde su numeričke vrednosti glavnih parametara raspodele približno jednake ($M \approx \bar{x}$). U slučaju da su vrednosti medijane i srednjeg sadržaja jednake ($M = \bar{x}$) raspodela može biti normalna.

Neprekidna geološka slučajna promenljiva (X = x) ima normalnu raspodelu ako je njena funkcija gustine raspodele frekvencija jednaka (formula 17):

$$f(x) = d * e^{-a} = d * \exp(-a) \qquad (94)$$

gde je:

$$d = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}}; \qquad \text{i} \qquad a = \frac{(x - \bar{x})^2}{2s^2}$$

Teoretski posmatrano, neprekidna slučajna promenljiva je definisana od $-\infty$ do $+\infty$, a geološka slučajna promenljiva je definisana od minimalne do maksimalne vrednosti obeležja merenja (X = x), što je posledica teoreme 6, i to samo za pozitivne vrednosti obeležja merenja (formula 41).

Postavkama centralne granične teoreme utvrđeno je da zakon raspodele verovatnoća sume dovoljno velikog broja slučajne promenljive teži normalnom zakonu raspodele pri dovoljno opštim uslovima, koji zahtevaju da uticaj pojedinih članova populacije bude ravnomerno mali (V u k a d i n o v i ć, 1973).

Centralnu graničnu teoremu čini grupa teorema u matematičkoj statistici koje određuju uslove pod kojima granični zakon raspodele je normalni zakon. Normalnu raspodelu prvi je opisao de M o a v r 1773. godine, ali tada ovo otkriće nije imalo odjeka među matematičarima i palo je u zaborav. Kasnije, radovima F. G a u s a 1809. godine i P. L a p l a s a 1812. godine ustanovljen je normalni zakon kao osnovni u matematičkoj statistici. Kasnija ispitivanja su potvrdila ove postavke: u demografiji i biologiji, u fizici i astronomiji, itd. nađeni su mnogobrojni slučajevi slučajnih promenljivih sa normalnom raspodelom.

Neosporno je da ono što važi za druge nauke mora važiti i za geološke nauke, te su ove postavke automatski primenjene i sada se uglavnom u svetskoj geološkoj literaturi govori o normalnoj i lognormalnoj raspodeli.

Mnogi autori smatraju da je normalna raspodela granična raspodela kojoj teže mnoge raspodele u prirodi. Može se smatrati da geološke (geohemijske) osnovne populacije monofazne geneze prirodno teže simetričnoj raspodeli, u krajnjem slučaju i normalnoj raspodeli.

Međutim, geneza osnovnih geoloških (geohemijskih) populacija najčešće nije monofazna, već je po pravilu polifazna i polietapna, jer se ostvaruje u geološkom vremenu. Procesi minerogeneze se ponavljaju u geološkom vremenu, a pri tome se razaraju stariji minerali (starije populacije) i stvaraju novi minerali (nove populacije). Sada se ne može sa sigurnošću rekonstruisati minerogeneza po fazama, niti se može izdvojiti makar poslednja (često dominantna) faza, odnosno geološka populacija ispitivanog hemijskog elementa u geološkom telu.

Teško je zamisliti geološku (geohemijsku) populaciju hemijskih elemenata u geološkim telima koja je u tolikoj meri monofazna da bi potpuno preovladala prirodna

tendencija ka normalnoj raspodeli. Međutim, i to je moguće, kad bi mogli da izdvojimo najmlađu mineralnu fazu, odnosno populaciju verovatno bi ona bila simetrično raspoređena, u krajnjem (idealnom) slučaju normalno.

Iz ovih razloga, ne može se prihvatiti stav da je simetrična ili normalna raspodela hemijskih elemenata u geološkim telima neizbežna. To znači da se simetrične raspodele geoloških populacija moraju posmatrati kao specijalan slučaj, ili u najboljem kao ravnopravni slučaj raspodele sa ostalim slučajevima asimetrične raspodele.

Teoretsko izučavanje osobina simetrične raspodele geološke slučajne promenljive izvodimo na primeru normalne raspodele geološke populacije u vrlo velikom statističkom uzorku od 10.000 proba. Ova ispitivanja izvodimo u statističkoj razmeri 1:100 ppm. Ova geološka slučajna promenljiva je definisana u rasponu jediničnih koncentracija elementa od 50 do 3.950 ppm. Skup rangiranih proba, po obeležju merenja (X = x), razvrstan je u 40 klasa na pomenutom intervalu varijacija jediničnih koncentracija ovog hemijskog elementa. Relativna frekvencija jedne probe, po obeležju (q), je konstantna i iznosi 0,01%. Relativna frekvencija jedne probe, po obeležju merenja (X) iznosi: minimum 0,00025%, a maksimum 0,01975%.

Dvojna priroda geološke slučajne promenljive, kao posledica teorema 1, uslovljava pojavu dve funkcije gustine kao funkcije raspodela relativnih frekvencija hemijskog elementa po sopstvenoj koncentraciji, i to su f(x) (formula 42) i $f_X(x)$ (formula 43). Ove krive gustine na dijagramu imaju jednu zajedničku tačku (s), gde su numeričke vrednosti ovih funkcija izjednačene:

$$f(x)_s = f_X(x)_s$$

a to je formula (58) koja je transformisana u formulu (62) i predstavlja aritmetičku sredinu (formula 54).

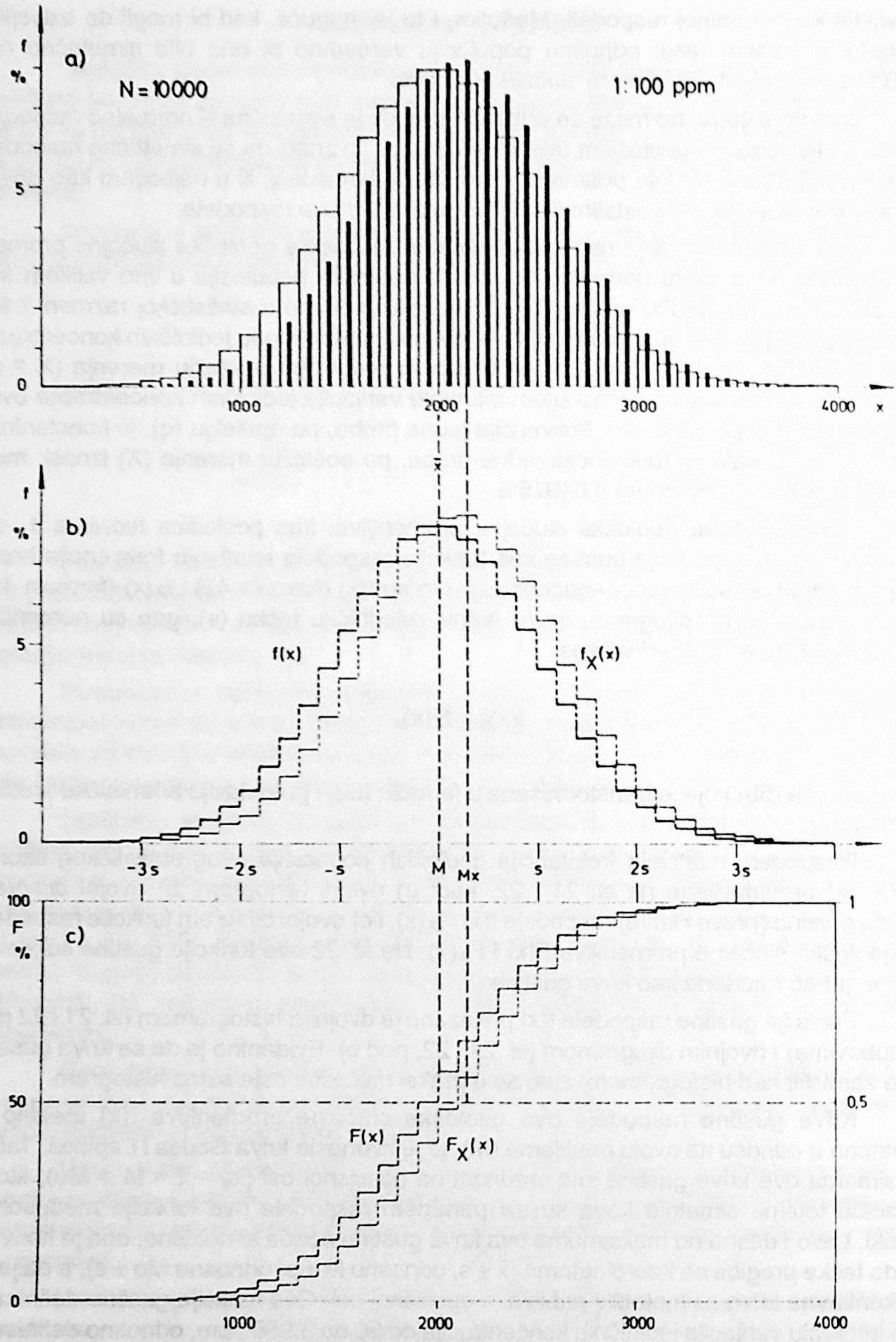
Raspodela relativnih frekvencija geoloških populacija ovog statističkog uzorka grafički su predstavljene na sl. 21 i 22, kao: a) dvojni histogram, b) dvojni dijagram funkcija gustina (prave i krive) raspodele f(x) i $f_X(x)$, i c) dvojni dijagram funkcije raspodele ove geološke slučajne promenljive F(x) i $F_X(x)$. Na sl. 22 ove funkcije gustine su idealizovane, jer su nacrtane kao krive gustine.

Funkcija gustine raspodele f(x) prikazana je dvojnim histogramom (sl. 21 i 22 pod a - stubovima) i dvojnim dijagramom (sl. 21 i 22, pod b). Evidentno je da se kriva gustina može zamisliti nad histogramom, zato se u praksi najčešće daje samo histogram.

Kriva gustine raspodele ove geološke slučajne promenljive f(x) idealno je simetrična u odnosu na svoju medijamu (M), to je zvonasta kriva Gausa i Laplasa. Tačka maksimuma ove krive gustine ima vrednost na apscisnoj osi ($x_s = \bar{x} = M = Mo$), što je posledica totalne simetrije kada su svi parametri raspodele ove funkcije međusobno jednaki. Levo i desno od maksimuma ova kriva gustine opada simetrično, ona je konveksna do tačke pregiba sa koordinatama ($\bar{x} \pm s$, odnosno $M \pm s$, odnosno $Mo \pm s$), a dalje se kao konkavna kriva asimptotski približava apscisnoj osi. Ova funkcija gustine definisana je na intervalu varijacija jediničnih koncentracija od 50 do 3.950 ppm, odnosno definisana je klasama dvojnog histograma u kojima se nalaze probe sa minimalnom i maksimalnom jediničnom koncentracijom, a to je interval po apscisnoj osi ($\bar{x} \pm 4s$), odnosno ($M \pm 4s$), odnosno ($Mo \pm 4s$), koji odgovara rasponu koncentracija od 0 do 4.000 ppm.

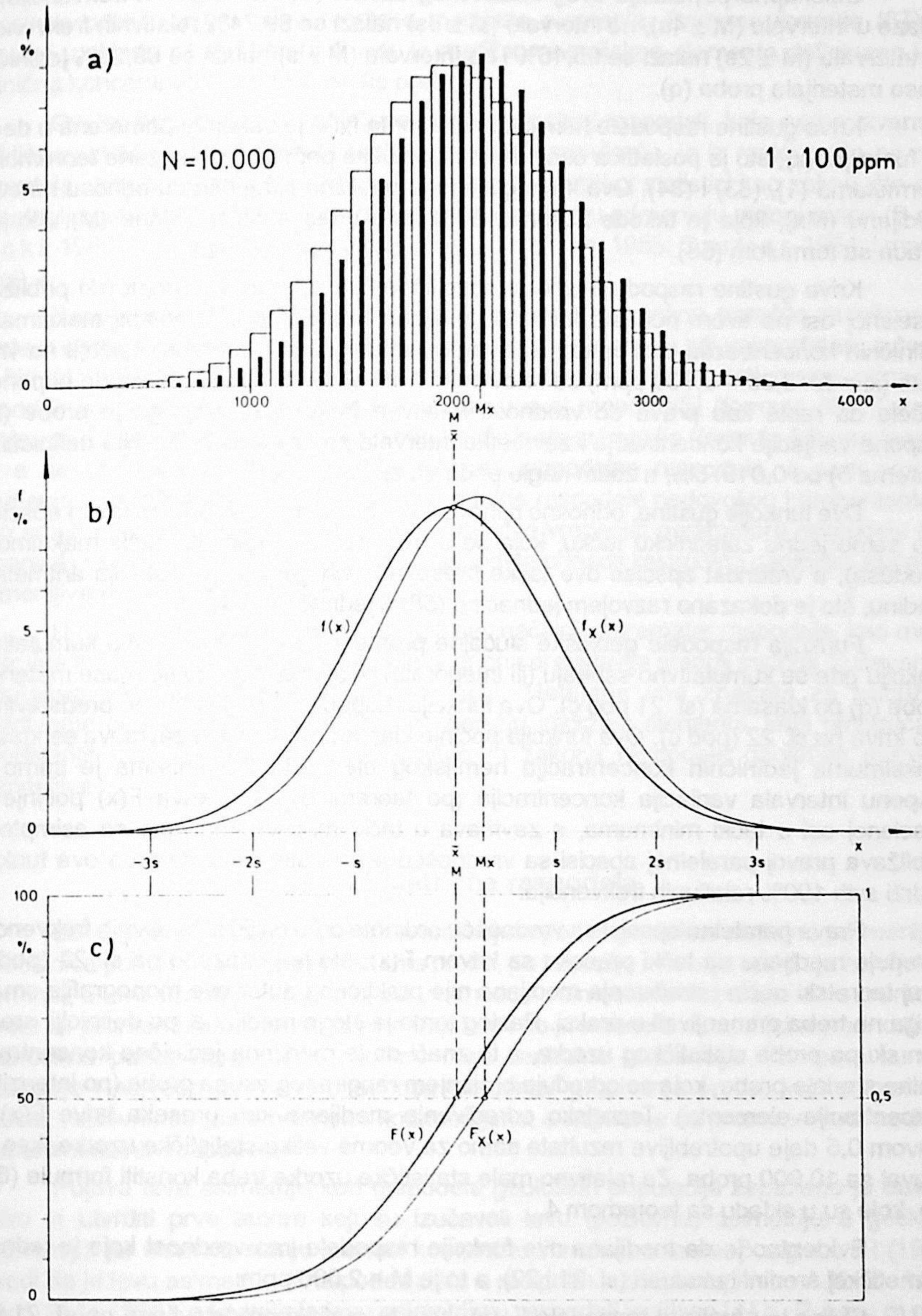
Numeričke vrednosti glavnih parametara ove krive gustine su:

$$\bar{x} = M = Mo = 2.000 \text{ ppm};$$
$$s = 500 \text{ ppm};$$



Sl. 21 - Simetrična (normalna) raspodela geološke populacije u statističkom uzorku.
a) Dvojni histogram raspodele funkcije f(x) (stubovi) i fx(x) (puni stubići).
b) Prave gustine raspodele funkcije f(x) i fx(x).
c) Kumulativne prave raspodele funkcije F(x) Fx(x).

Fig. 21 - The symmetrical (normal) distribution of geological populations of the statistical sample.
a) The dual histogram of distribution of functions f(x) (columns) and fx(x) (full columns).
b) The density lines of distributions of functions f(x) and fx(x)
c) The cummulative lines of distributions of functions F(x) and Fx(x).



Sl. 22 - Simetrična (normalna) raspodela geološke populacije u statističkom uzorku.
a) Dvojni histogram raspodele funkcije f(x) (stubovi) i $f_x(x)$ (puni stubići).
b) Krive gustine raspodele funkcije f(x) i $f_x(x)$.
c) Kumulativne krive raspodele funkcije F(x) $F_x(x)$.

Fig. 22 - The symmetrical (normal) distribution of geological populations of the statistical sample.
a) The dual histogram of distribution of functions f(x) (columns) and $f_x(x)$ (full columns).
b) The density curves of distributions of functions f(x) and $f_x(x)$
c) The cummulative curves of distributions of functions F(x) and $F_x(x)$.

Celokupna populacija ovog statističkog uzorka (100% relativnih frekvencija) se nalaze u intervalu (M ± 4s), na intervalu (M ± 3s) nalazi se 99,74% relativnih frekvencija, na intervalu (M ± 2s) nalazi se 95,46% i na intervalu (M ± s) nalazi se 68,26% jediničnih masa materijala proba (q).

Kriva gustine raspodele hemijskog elementa $f_X(x)$ je zakonito pomerena u desno od funkcije f(x), što je posledica osobine ove geološke populacije, iskazane teoremom 1 i formulama (1), (33) i (34). Ova kriva gustine je približno simetrična u odnosu na svoju medijanu (Mx), koja je takođe zakonito pomerena udesno od medijane (M), što je u skladu sa formulom (68).

Kriva gustine raspodele $f_X(x)$ je specifične forme, ona se asimptotski približava apscisnoj osi na svom početku levo od medijane Mx, a desno u oblasti maksimalnih jediničnih koncentracija ona opada do svog minimuma, koji je u ovom slučaju na vrednosti (x_i = M+3,3s = 3.750 ppm) sa relativnom frekvencijom od 0,01875% da bi ponovo počela da raste kao prava do vrednosti relativne frekvencije najbogatije probe (kraj raspona varijacije koncentracija i završetka intervala za koji je ova funkcija definisana - teorema 6) od 0,01975%, a zatim naglo pada na apscisu.

Dve funkcije gustine, odnosno njihove krive gustine f(x) i $f_X(x)$ imaju van apscisne ose samo jednu zajedničku tačku, koja se u ovom slučaju nalazi u tački maksimuma (modusa), a vrednost apscise ove tačke preseka krivih gustina predstavlja aritmetičku sredinu, što je dokazano razvojem jednačine (58) u jednačinu (62).

Funkcija raspodele geološke slučajne promenljive F(x) predstavlja kumulativnu funkciju gde se kumulativno sabiraju (ili integriraju) relativne frekvencije mase materijala probe (q) po klasama (sl. 21 pod c). Ova funkcija raspodele F(x) je idealno predstavljena kao kriva na sl. 22 (pod c). Ova funkcija počinje klasom minimuma i završava se klasom maksimuma jediničnih koncentracija hemijskog elementa i definisana je samo na rasponu intervala varijacija koncentracija (po teoremi 6). Ova kriva F(x) počinje na apscisnoj osi u tački minimuma, a završava u tački maksimuma, gde se asimptotski približava pravoj paralelnoj apscisi sa vrednošću jedan, što znači da tada ova funkcija sadrži svih 100% relativnih frekvencija.

Prava paralelna apscisi sa vrednošću ordinate od 0,5 (50% relativnih frekvencija) određuje medijanu na tački preseka sa krivom F(x), što je prikazano na sl. 22 (pod c). Ovaj teoretski način određivanja medijane nije praktičan i autor ove monografije smatra da ga ne treba primenjivati u praksi. Razlog tome je što je medijana, po definiciji, srednji član skupa proba statističkog uzorka, a to znači da je medijana jedinična koncentracija realne srednje probe, koja se određuje brojanjem rangiranog skupa proba (po intenzitetu koncentracije elementa). Teoretsko određivanje medijane kao preseka krive F(x) sa pravom 0,5 daje upotrebljive rezultate samo za veoma velike statističke uzorke, kao što je ovaj sa 10.000 proba. Za relativno male statističke uzorke treba koristiti formule (65) i 66), koje su u skladu sa teoremom 4.

Evidentno je da medijana ove funkcije raspodele ima vrednost koja je jednaka aritmetičkoj sredini i modusu (sl. 21 i 22), a to je M = 2.000 ppm.

Slična je i funkcija raspodele $F_X(x)$, koja je grafički predstavljena na sl. 21 i 22 (pod c). Ova funkcija je takođe zakonito pomerena udesno od funkcije F(x), a takođe i njena medijana, na vrednosti Mx = 2.130 ppm.

Sve što je rečeno za funkciju F(x) važi i za funkciju $F_X(x)$, smatramo da medijanu M treba određivati kao jediničnu koncentraciju realne probe u rangiranom skupu statističkog uzorka brojanjem (odnosno sabiranjem relativnih frekvencija jediničnih masa hemijskog elementa do 50%). Za velike statističke uzorke može se primeniti i ova, ustvari, grafička metoda određivanja medijane elementa (Mx). Primenom formule (67) medijana elementa se određuje približno, tj. obe polovine retko su jednake po sumi relativnih

frekvencija elementa, ali te razlike nisu toliko velike i potreba nije toliko nužna za preciznim određivanjem neke teorijske medijane elementa. Primena formule (67) je potpuno u skladu sa teoremom 4, gde je medijana hemijskog elementa definisana kao jedinična koncentracija srednje realne probe.

Ovoliki prostor monografije posvećen normalnoj raspodeli, koja nema stvarnog praktičnog značaja za raspodele realnih geoloških populacija, je iz razloga što se ova raspodela, odnosno ova kriva gustine tretira u matematičkoj statistici kao zakon, što se i u geologiju prenosi kao "*zakon normalne raspodele*" koju primenjuju mnogi autori (B o g a c k i, 1963; Š a r a p o v, 1965; M i l e r i G o l d b e r g, 1955; C a r l i e r, 1964; i mnogi drugi).

Raspodela realne geološke populacije može biti simetrična, naročito za mikroelemente u stenama kao geološkim telima. Takve populacije mogu biti unimodalne, a često su bimodalne ili polimodalne; ali po odnosu numeričkih vrednosti mogu pripadati raspodeli po 1. zakonu, kako je to definisano u ovoj monografiji (formula 89). Takođe smatramo da određivanje asimetrije preko koeficijenta asimetrije (formula 86) ima teoretski, a ne praktičan značaj, jer se odnosi na unimodalne raspodele, a sam proces računanja je dosta složen i sa tim za polimodalne raspodele nedovoljno kompententan. Zato smatramo da je dovoljno uporediti numeričke vrednosti parametara raspodele (po teoremi 4) i sa tim odrediti kojem zakonu raspodele pripada raspodela geološke slučajne promenljive konkretnog statističkog uzorka.

U geohemiji i ekonomskoj geologiji najznačajniji parametar raspodele, kao mera centralne tendencije je aritmetička sredina, jer ona predstavlja srednji sadržaj izučavanog hemijskog elementa u geološkoj populaciji. Medijana ima značaja za približno određivanje centra grupisanja proba po obeležju sadržaja elementa, koja omogućava određivanje tipa raspodele, po jednom od tri zakona raspodele geološke slučajne promenljive.

Levoasimetrična raspodela

Leva (pozitivna) asimetrija u statističkoj raspodeli geološke slučajne promenljive je posledica pomeranja centra grupisanja proba, po obeležju merenja sadržaja hemijskog elementa, u levu stranu po apscisnoj osi u odnosu na simetričnu raspodelu. Ova promena dovodi do promena forme krive gustine f(x), kao i do promene u numeričkim vrednostima i odnosima parametara raspodele kao meri centralne tendencije. Pri tome su najznačajnije i najveće promene u odnosu na centar grupisanja proba, kod aritmetičke sredine, relativno su male promene kod medijane, a najmanje su promene kod modusa (kod unimodalnih raspodela).

Pojava leve asimetrije kod raspodela geoloških populacija zapaženo je davno. Teško je utvrditi prve autore koji su izučavali levu (pozitivnu) asimetriju u geologiji (geohemiji), jer nismo u stanju pronaći kompletnu literaturu o tome. B o g a c k i (1963) navodi da je levu asimetriju u raspodeli zlata u rasipnim ležištima ispitivao A.K. B o l d i r e v (1914 i 1915), a kasnije je levu asimetriju u raspodeli ispitivao i N.K. R a z u m o v s k i (1940 i 1941) kao lognormalnu raspodelu. Po podacima R. D u v a l a, G. M a t e r o n a, i dr., (1955), D.G. Krige iznosi da je G.A. V a t e r m e j e r (Watermeyer) još 1919. godine ispitivao pojavu leve asimetrije u raspodeli zlata u ležištu Vitvatersranda u Južnoafričkoj republici, takođe kao lognormalnu raspodelu. Posle II svetskog rata mnogi autori ispituju levoasimetrične raspodele geoloških populacija.

Napori većine ovih istraživača su bili usmereni na pronalaženje matematičkog postupka za eliminisanje leve (pozitivne) asimetrije u formi krive gustine f(x). To je učinjeno logaritmovanjem numeričkih vrednosti jediničnih koncentracija hemijskih elemenata, tada je smanjena ili eliminisana pomenuta asimetrija u formi krive gustine, a ovaj postupak se apsolutizuje i raspodela se sada naziva "lognormalna"; o čemu će biti govora kasnije.

Geneza geoloških populacija hemijskih elemenata u geološkim telima po pravilu je polifazna i polietapna, uzimajući u obzir geološko vreme u kome se stvarala. Sada se suočavamo sa osnovnom geološkom populacijom elementa koja je smeša ostataka starijih parcijalnih populacija minerala uz dominirajuću najmlađu populaciju. Ne postoje postupci da se rekonstruišu sve etape i faze stvaranja i razaranja minerala, odnosno parcijalnih populacija hemijskog elementa, u smislu odvajanja jednih od drugih u cilju geohemijskih izučavanja statističke raspodele. Ova "smeša" populacija minerala je prisutna kao osnovna geološka populacija elementa i ona je predmet statističkih izučavanja. Iz tih razloga najveća je verovatnoća da će raspodela realne geološke populacije elementa biti asimetrična, manja je verovatnoća pojava simetrične raspodele geološke slučajne promenljive.

Leva (pozitivna) asimetrija u raspodeli geološke populacije je matematički definisana 2. zakonom (formula 91), a to je slučaj kada je numerička vrednost srednjeg sadržaja (aritmetičke sredine) veća od medijane ($M < \bar{x}$).

Leva asimetrija krive gustine može biti različitog intenziteta, sve do hiperbolične forme krive gustine f(x).

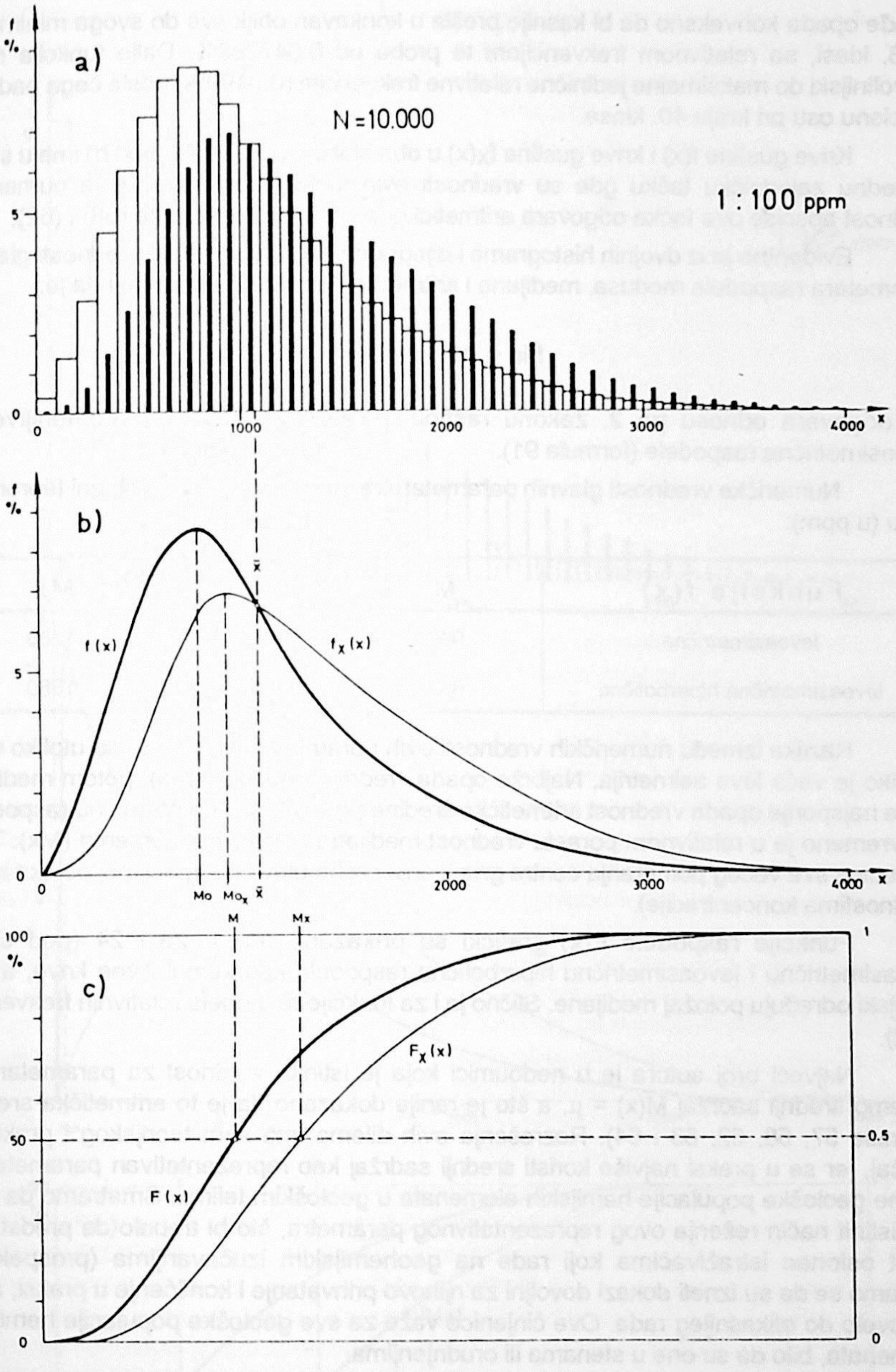
Razmatrajmo dva idealizovana vrlo velika (tabela 7) statistička uzorka od po 10.000 proba, čije su jedinične koncentracije tako komponovane da daju izrazito levoasimetričnu i hiperbolično levoasimetričnu formu krive gustine f(x). Statistička razmera u kojoj su prikazani dvojni histogrami i dvojni dijagrami krivih raspodela F(x) i krivih gustina raspodela f(x) je 1:100 ppm. U oba slučaja interval varijacija jediničnih koncentracija hemijskog elementa u probama je isti i iznosi od 50 do 3.950 ppm. Takođe je jednaka i relativna frekvencija jedinične mase materijala probe ($100\ q/\Sigma q = 0{,}01\%$). Izvedeno je rangiranje skupa proba ovih statističkih uzoraka od najniže do najviše jedinične koncentracije, a posle su sve probe razvrstane u 40 klasa sa istom geohemijskom ekvidistancijom (100 ppm).

Tipična levoasimetrična kriva gustina (sl. 23, pod b), koju B o g a c k i naziva *Razumovska*. Ova kriva gustine f(x) je unimodalna i izrazito levoasimetrična. Ona polazi sa apscisne ose u tački (odnosno klasi) minimuma i brzo raste do svog maksimuma (modusa) u 8. klasi dvojnog histograma, da bi potom postepeno opadala kao konkavna kriva sve do apscisne ose u tački (klasi) maksimuma jedinične koncentracije (40. klasa dvojnog histograma).

Kriva gustine $f_X(x)$ polazi sa apscisne ose u istoj tački (0,0006318%) kao i kriva f(x), relativno sporije raste kao konveksna kriva do svog maksimuma u 10. klasi, da bi potom sporo opadala kao konkavna kriva sve do svog minimuma (0,047388%) u 38. klasi, a zatim ponovo raste kao prava do intervala (0,0499%) za koji je ova funkcija definisana (40. klasa), da bi potom pala na apscisu.

Karakteristika hiperbolične forme levoasimetrične raspodele je da se maksimum (modus) ove krive nalazi već u 1. klasi (sl. 24), ona počinje sa apscisne ose u vidu prave sve do maksimuma, da bi potom konkavno opadala do svog minimuma na desnoj strani dijagrama.

Forma krive gustine $f_X(x)$ je karakteristično zaobljena (sl. 24, pod b) sa maksimumom u 11. klasi. Ona takođe počinje u 1. klasi, minimalna vrednost jedinične reltivne frekvencije iznosi svega 0,0006318%, ona raste do svog maksimuma konveksno, a



Sl. 23 - Levoasimetrična raspodela geološke populacije u statističkom uzorku.
a) Dvojni histogram raspodele funkcija f(x) (stubovi) i fx(x) (puni stubići)
b) Krive gustine raspodele funkcija f(x) i fx(x).
c) Kumulativne krive raspodele funkcija F(x) i Fx(x).

Fig. 23 - The left-asymmetrical distribution of geological populations of the statistical sample.
a) The dual histogram of distribution functions f(x) (columns) and fx(x) (full columns).
b) The density curves of distributions of functions f(x) and fx(x).
c) The cummultive curves of distributions of functions F(x) and Fx(x).

takođe opada konveksno da bi kasnije prešla u konkavan oblik sve do svoga minimuma u 38. klasi, sa relativnom frekvencijom te probe od 0,047388%. Dalje funkcija raste pravolinijski do maksimalne jedinične relativne frekvencije (0,0499%) posle čega pada na apscisnu osu pri kraju 40. klase.

Krive gustine f(x) i krive gustine $f_X(x)$ u oba slučaja (sl. 23 i 24, pod b) imaju samo po jednu zajedničku tačku gde su vrednosti ovih funkcija izjednačene, a numerička vrednost apsciše ove tačke odgovara aritmetičkoj sredini, po formulama (58) i (62).

Evidentno je iz dvojnih histograma i dijagrama da su numeričke vrednosti glavnih parametara raspodele modusa, medijane i aritmetičke sredine nejednake i da je:

$$Mo < M < \bar{x} < Mx$$

što odgovara odnosu po 2. zakonu raspodele geološke slučajne promenljive za levoasimetrične raspodele (formula 91).

Numeričke vrednosti glavnih parametara raspodele, koji su definisani teoremom 4, su (u ppm):

Funkcija f(x)	M	$\bar{x}$	Mx
levoasimetrična	940	1.057,06	1280
levoasimetrična hiperbolična	660	791,34	1580

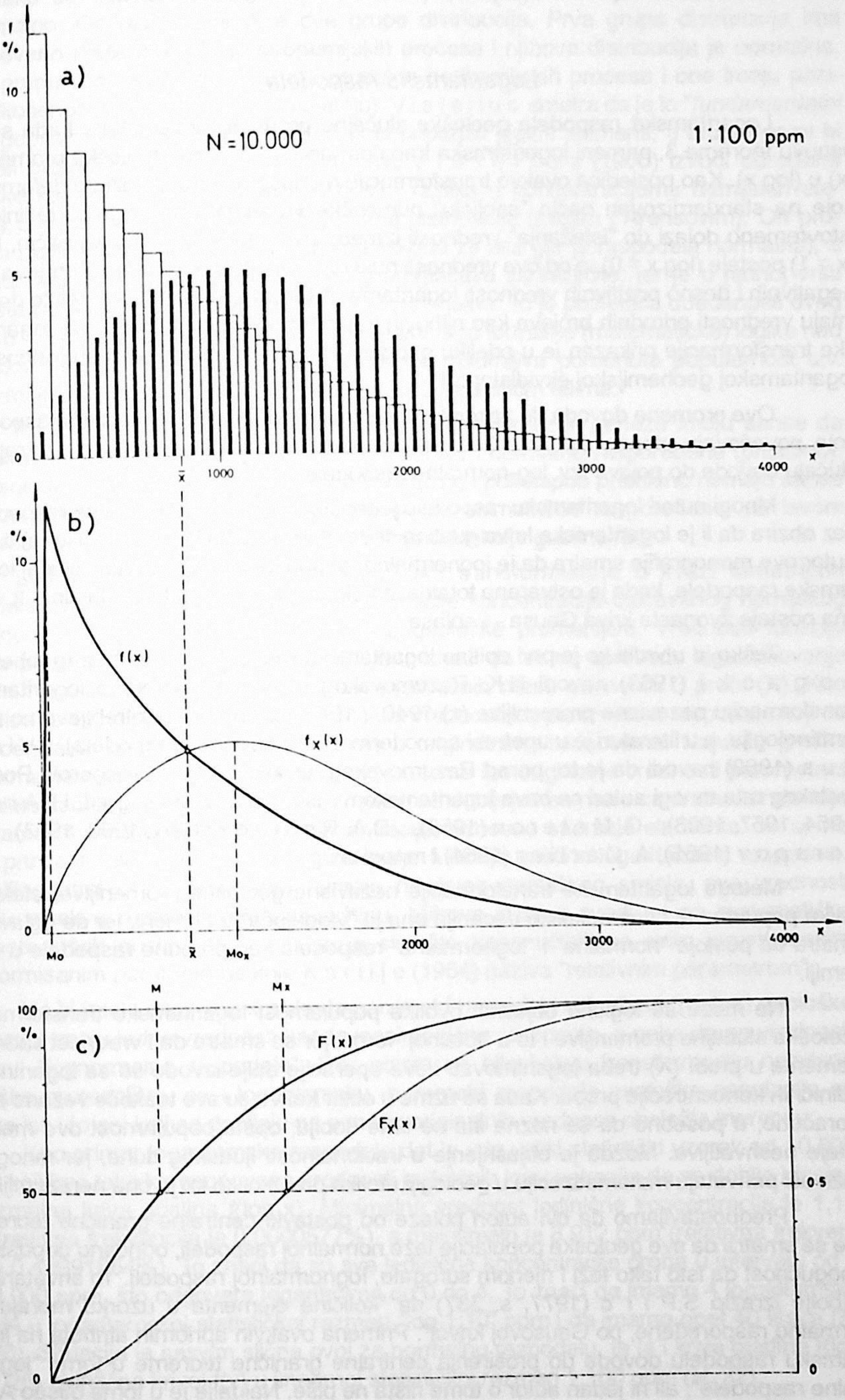
Razlika između numeričkih vrednosti ovih parametara raspodele su utoliko veće ukoliko je veća leva asimetrija. Najbrže opada vrednost modusa (Mo), potom medijane (M) a najsporije opada vrednost aritmetičke sredine ($\bar{x}$) u odnosu na normalnu raspodelu. Istovremeno je u relativnom porastu vrednost medijane hemijskog elementa (Mx). To je posledica sve većeg pomeranja centra grupisanja proba ulevo po apscisnoj osi (ka nižim vrednostima koncentracije).

Funkcije raspodele F(x) grafički su prikazane na sl. 23 i 24 (pod c) za levoasimetričnu i levoasimetričnu hiperboličnu raspodelu kao kumulativne krive, a one teorijski određuju položaj medijane. Slično je i za funkcije raspodele relativnih frekvencija $F_X(x)$.

Najveći broj autora je u nedoumici koja je istinita vrednost za parametar koji zovemo srednji sadržaj $M(x) = \mu$, a što je ranije dokazano da je to aritmetička sredina (formule 57, 58, 62, 63 i 64). Razrešenja ovih dilema ima sem teorijskog i praktičan značaj, jer se u praksi najviše koristi srednji sadržaj kao reprezentativan parametar za realne geološke populacije hemijskih elemenata u geološkim telima. Smatramo da smo dali istinit način rešenja ovog reprezentativnog parametra, što bi trebalo da predstavlja čvrst oslonac istraživačima koji rade na geohemijskim izučavanjima (prospekciji). Nadamo se da su izneti dokazi dovoljni za njihovo prihvatanje i korišćenje u praksi, a što bi dovelo do efikasnijeg rada. Ove činjenice važe za sve geološke populacije hemijskih elemenata, bilo da su one u stenama ili orudnjenjima.

Sl. 24 - Levoasimetrična hiperbolična raspodela geološke populacije u statističkom uzorku.
a) Dvojni histogram raspodele funkcija f(x) (stubovi) i $f_X(x)$ (puni stubići).
b) Krive gustine raspodele funkcije f(x) i $f_X(x)$.
c) Kumulativne krive raspodele funkcija F(x) i $F_X(x)$.

Fig. 24 - The left-asymmetrical hyperboloid distribution of geological populations of the statistical sample.
a) The dual histogram of distribution funkctions f(x) (columns) and $f_X(x)$ (full columns).
b) The density curves of distributions of functions f(x) and $f_X(x)$.
c) The commulative curves of distributions of functions F(x) and $F_X(x)$.


a)
%
10
5
0
N = 10.000
1 : 100 ppm
1000
2000
3000
4000
x̄
x
b)
f(x)
f_x(x)
Mo
Mox
c)
M
Mx
100
50
F(x)
F_x(x)
1
0.5
0

Mnogi autori pribegavaju logaritmovanju numeričkih vrednosti jediničnih koncentracija primenom tzv. log-normalne metode u obradi podataka geoloških populacija koje su levoasimetrično raspoređene, a što je predmet sledećeg podnaslova.

Logaritamska raspodela

Logaritamska raspodela geološke slučajne promenljive se dobija kada se, na osnovu teoreme 3, primeni logaritamska transformacija nezavisne geološke promenljive (x) u (log x). Kao posledica ovakve transformacije na apscisnoj osi dolazi do deformacije koje na standardizovan način "sabijaju" numeričke vrednosti (x) u pravcu jedinice, a istovremeno dolazi do "istežanja" vrednosti između nule i jedinice. Na taj način, tačka (x = 1) postaje (log x = 0), a od ove vrednosti nula ređaju se logaritmi realnih brojeva, levo negativnih i desno pozitivnih vrednosti logaritama (datih u tabeli 8), koji za velike dekade imaju vrednosti prirodnih brojeva kao njihovih logaritama. Način primene ove logaritamske transformacije prikazan je u odeljku o logaritamskoj statističkoj razmeri, odnosno o logaritamskoj geohemijskoj ekvidistanciji.

Ove promene dovode do zakonite "deformacije" u formi krivih gustina raspodele, koje povećavaju stepen simetrije kod izrazito levoasimetričnih raspodela, u krajnjem slučaju dovode do pojave tzv. log-normalne raspodele.

Mnogi autori logaritamsku raspodelu jednostavno zovu "lognormalna raspodela", bez obzira da li je logaritamska kriva gustina sada "normalna" (Gaus - Laplasova) ili nije. Autor ove monografije smatra da je lognormalna raspodela samo specijalni slučaj logaritamske raspodele, kada je ostvarena totalna simetrija logaritamske krive gustine, tj. kada ona postaje zvonasta kriva Gausa - Laplasa.

Teško je utvrditi ko je prvi opisao logaritamsku raspodelu u geologiji (geohemiji). B o g a c k i (1963) navodi N.K. Razumovskog da je prvi primenio logaritamsku transformaciju nezavisne promenljive (x) 1940. i 1941. godine (mi upotrebljavamo našu terminologiju, a u literaturi je u upotrebi samo termin "lognormalna" raspodela), a V i s t e l i u s (1960) navodi da je to, pored Razumovskog, uradio i A.N. Kolmogorov. Posle II svetskog rata mnogi autori se bave logaritamskom raspodelom u geologiji: L.H. A r e n s (1954, 1957, 1963); G. M a t e r o n (1955), D.A. R o d i n o v (1961, 1962, 1963), I.P. Š a r a p o v (1965), A. C a r l i e r (1964) i mnogi drugi.

Metoda logaritamske transformacije nezavisne geološke promenljive, stekla je veliku popularnost i već nekoliko decenija ona je "vladajuća" u primeni, jer se uglavnom smatra da postoje "normalna" i "lognormalna" raspodela kao prirodne raspodele u geohemiji.

Ne može se logično objasniti ovolika popularnost logaritamske transformacije geološke slučajne promenljive i to u "totalnoj" formi, jer se smatra da i vrednost sadržaja elementa u probi (X) treba logaritmovati i sve operacije dalje izvode se sa logaritmima jediničnih koncentracija proba. Kada se uzme u obzir kakve su sve teškoće vezane za te proračune, a posebno da se nezna šta se time dobija; opšta popularnost ove metode ostaje neshvatljiva. Možda je objašnjenje u iracionalnosti ljudskog duha, jer mnogi istraživači prihvataju matematizaciju u geologiji utoliko pre ukoliko im je ona nerazumljivija.

Predpostavljamo da ovi autori polaze od postavki centralne granične teoreme, gde se smatra da sve geološke populacije teže normalnoj raspodeli, odnosno dopušta se i mogućnost da isto tako teži i njenom surogatu, lognormalnoj raspodeli. To shvatanje je najbolje izrazio S.P i r c (1977, s. 337) da "količine elementa u uzorku moraju biti normalno raspoređene, po Gausovoj krivoj". Primena ovakvih apriornih atributa na logaritamsku raspodelu dovode do proširenja centralne granične teoreme u formi "lognormalne raspodele", ali ni jedan autor o tome ništa ne piše. Najdalje je u tome otišao A r e-

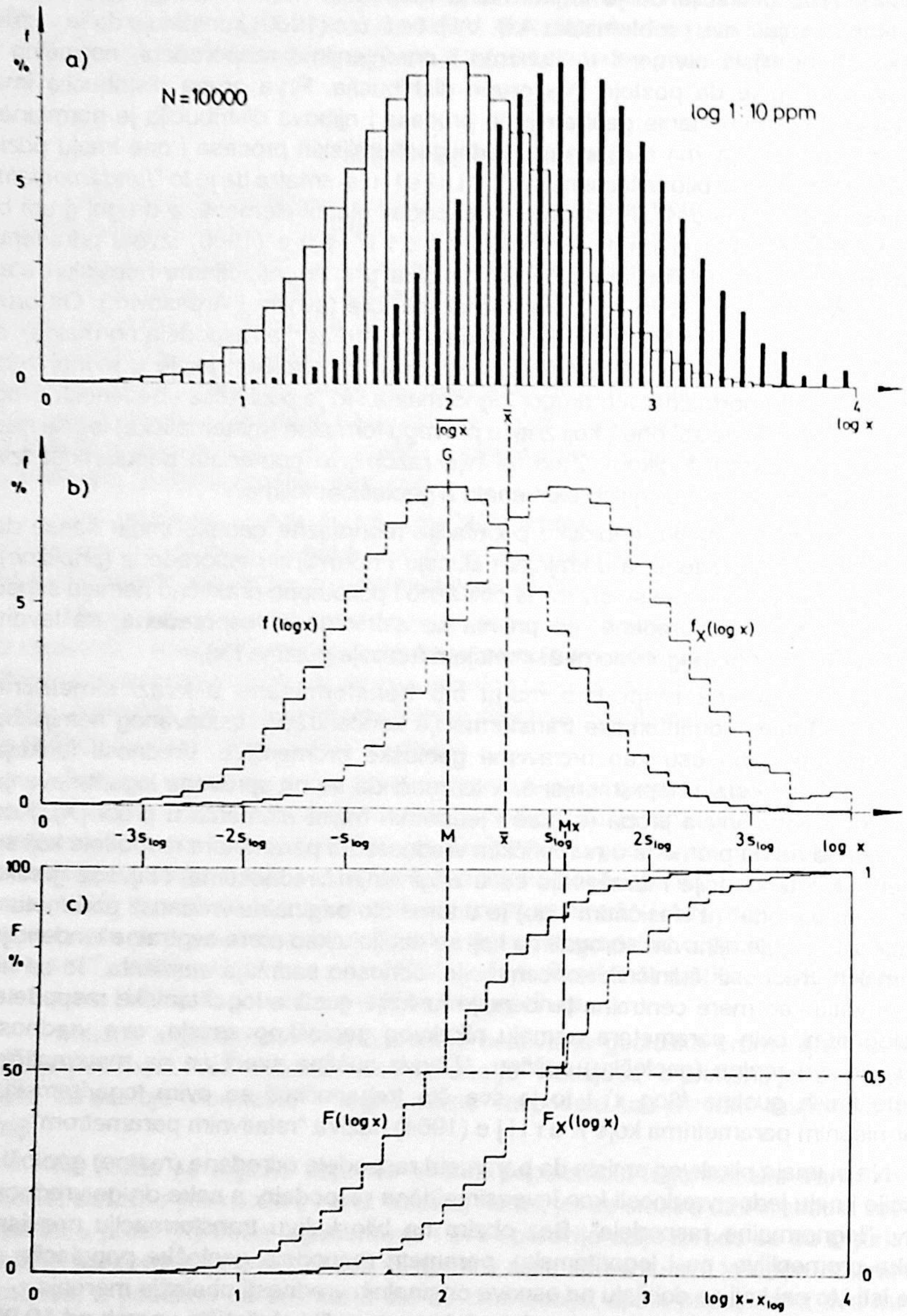
n s (1954a) kroz definiciju da je lognormalna raspodela "*fundamentalni zakon geohemije*". Rasmatrajući ovu problematiku A.B. V i s t e l i u s (1960) konstatuje da je važno znati kako su hemijski elementi u stenama i orudnjenjima raspoređeni, normalno i lognormalno. On piše da postoje dve grupe distribucija. Prva grupa distribucija ima stabilizovano (fiksirano) stanje geohemijskih procesa i njihova distribucija je normalna. Druga grupa distribucija ima mešane produkte geohemijskih procesa i one imaju pozitivnu iskošenost (bolje bi bilo reći asimetriju). V i s t e l i u s smatra da je to "*fundamentalni zakon geohemijskih procesa*". Prvoj grupi bi pripadali glavni elementi, a drugoj grupi bi pripadali prateći ili mikro elementi. Pri tome V i s t e l i u s (1960) izvodi određene zaključke koji teže ka objašnjenju sličnosti i razlika u koncentracijama hemijskih elemenata u mineralima, a u vezi sa zakonima distribucije (svojim i Arensovim). On proglašava različite sadržaje Rb_2O u liskama liskuna za iste (jer je raspodela normalna), a iste sadržaje Cs_2O u dve vrste feldspata proglašava za različite; jer je u jednoj vrsti feldspata raspodela normalna, a u drugoj lognormalna. To je posledica ubeđenosti ovog autora u "fundamentalne zakone", koji znače prevagu formalne (matematičke) logike nad suštinskom (geološkom) logikom. Zato mi nije razumljiva pomenuta popularnost tzv. "lognormalne distribucije" hemijskih elemenata u geološkim telima.

Po našem shvatanju, geološke populacije monofazne geneze imaju šanse da budu simetrično raspoređene, a u krajnjem slučaju i normalno raspoređene (približno). One geološke populacije koje su stvarane polifazno i polietapno praktično nemaju šanse da budu simetrično raspoređene, po pravilu su asimetrično raspoređene, sa levom (pozitivnom) ili desnom (negativnom) asimetrijom funkcije gustine f(x).

Levoasimetrične raspodele mogu biti transformisane u kvazi simetrične raspodele uvođenjem logaritamske transformacije koncentracije izučavanog hemijskog elementa na apscisnu osu kao nezavisne geološke promenljive. Vrednosti funkcija gustine po ordinati ostaju nepromenjene, a to znači da se ne sprovode logaritmovanja jediničnih masa materijala proba (q) kao i jediničnih masa elementa u probi (X). Kao posledica je da nema promena u numeričkim vrednostima parametara raspodele koji su mere centralne tendencije i izražavaju se u originalnim vrednostima. Najveća greška "lognormalne metode" (u klasičnom vidu) je u tome što originalne vrednosti parametara raspodele zamenjuje njihovim surogatima koji se dobijaju kao mere centralne tendencije logaritamskih vrednosti jediničnih koncentracija, odnosno sadržaja elementa. To se ne može prihvatiti kao mere centralne tendencije funkcije gustine logaritamske raspodele, jer antilogaritmi ovih parametara nemaju nikakvog geološkog smisla, ove vrednosti nemaju nikakvu realnu (geološku) suštinu. Njihova suština svodi se na matematičke parame te krivih gustine f(log x) i to je sve što treba učiniti sa ovim logaritamskim transformisanim parametrima koje K a r l i j e (1964) naziva "relativnim parametrom".

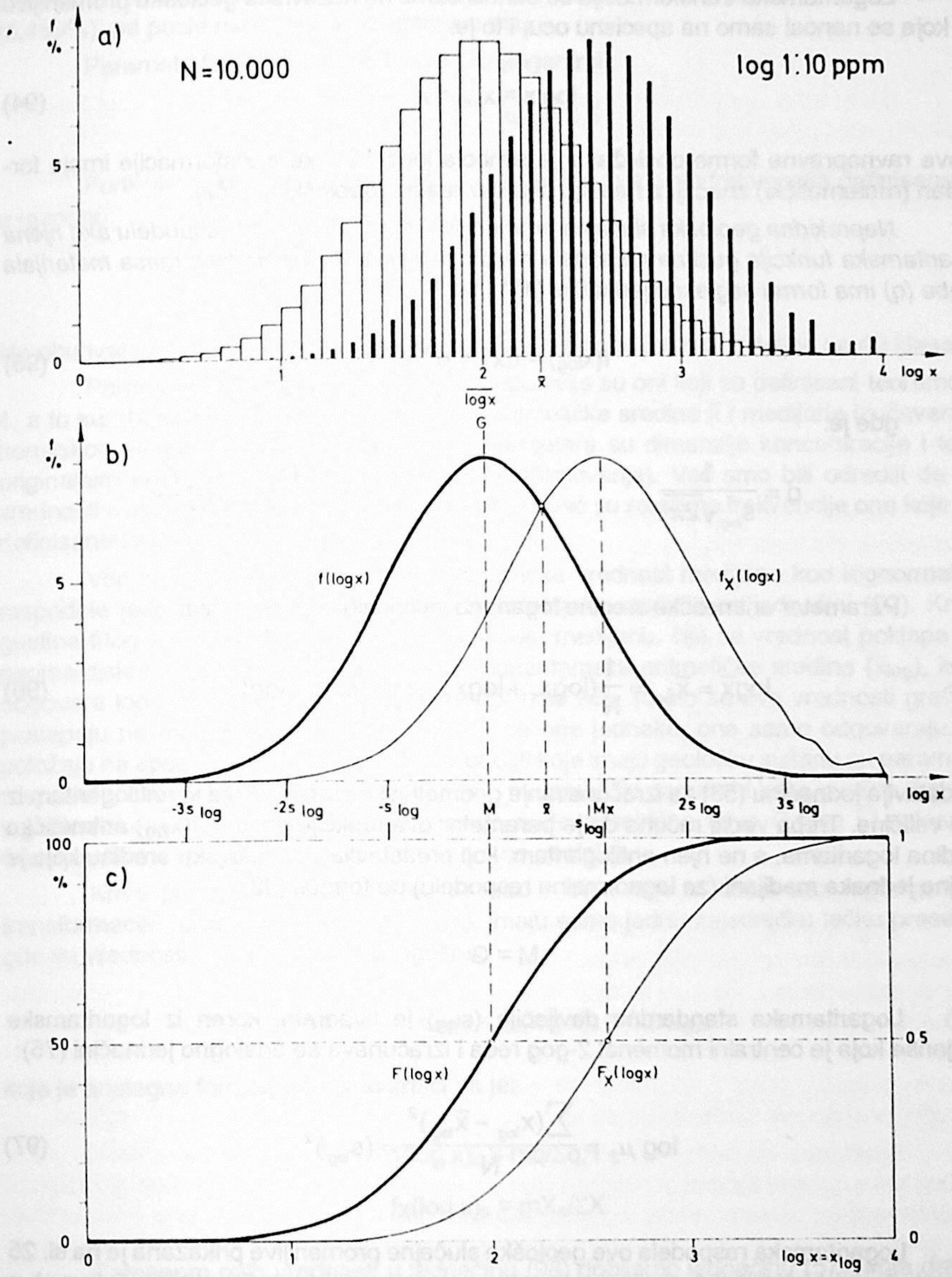
Ne bi imalo nikakvog smisla da parametri raspodele određene (realne) geološke populacije imaju jedne vrednosti kao levoasimetrične raspodele, a neke druge vrednosti kao tzv. "lognormalne raspodele". Bez obzira na bilo kakvu transformaciju nezvisne geološke promenljive, pa i logaritamsku, parametri raspodele geološke populacije su jedni te isti i to oni koji se dobijaju na osnovu originalnih vrednosti obeležja merenja.

Kao primer logaritamske raspodele dat je vrlo veliki statistički uzorak od 10.000 proba koji ima tako komponovane vrednosti jediničnih koncentracija da se dobije idealna lognormalna kriva gustina f(log x). Minimalna vrednost jedinične koncentracije je 1,12 ppm (reltivna frekvencija je 0,0000577%), a maksimaln je 8.912 ppm (relativna frekvencija je 0,45991854%). To znači da su sve jedinične koncentracije proba u intervalu od 1 do 10.000 ppm, što odgovara logaritmima od 0 do 4. To znači da imamo 4 logaritamske dekade u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:10" ppm i da imamo opet 40 klasa (sl. 25 i 26). Situacija je sasvim slična ovoj za normalnu raspodelu, te je i kriva gustine f(log x) (sl. 26) identična krivoj f(x) u linearnoj statističkoj razmeri 1:100 ppm (sl. 22).



Sl. 25 - Lognormalna raspodela geološke populacije u statističkom uzorku.
a) Dvojni histogram raspodele funkcija f(log x) (stubovi) i f_X(log x) (puni stubići).
b) Prave gustine raspodele funkcija f(log x) i f_X(log x).
c) Kumulativne prave raspodele funkcija F(log x) i F_X(log x).

Fig. 25 - The lognormal distribution of geological populations of the statistical sample.
a) The dual histogram of distribution of functions f(log x) (columns) and f_X(log x) (full columns).
b) The density lines of distributions of functions f(log x) and f_X(log x).
c) The cummulative lines of distributions of functions F(log x) and F_X(log x).



Sl. 26 - Lognormalna raspodela geološke populacije u statističkom uzorku.
a) Dvojni histogram raspodele funkcija f(log x) (stubovi) i fx(log x) (puni stubići).
b) Krive gustine raspodele funkcija f(log x) i fx(log x).
c) Kumulativne krive raspodele funkcija F(log x) i Fx(log x).

Fig. 26 - The lognormal distribution of geological populations of the statistical sample.
a) The dual histogram of distribution of functions f(log x) (columns) and fx(log x) (full columns).
b) The density curves of distributions of functions f(log x) and fx(log x).
c) The cummulative curves of distributions of functions F(log x) and Fx(log x).

Logaritamska transformacija se odnosi samo na nezavisnu geološku promenljivu (x) koja se nanosi samo na apscisnu osu, i to je:

$$\log x = x_{log} = x' \tag{94}$$

a ove ravnopravne forme obeležavanja simbola logaritamske transformacije imaju formalan (matematički) značaj, a nemaju nikakav realan (geološki) značaj.

Neprekidna geološka slučajna promenljiva ima lognormalnu raspodelu ako njena logaritamska funkcija gustine raspodele relativnih frekvencija jediničnih masa materijala probe (q) ima formu saglasno jednačini (17):

$$f(x_{log}) = f(x') = d * e^{-a} \tag{95}$$

gde je:

$$d = \frac{1}{s_{log}\sqrt{2\pi}} \qquad \text{i} \qquad a = \frac{(x_{log} - \bar{x}_{log})^2}{2(s_{log})^2}$$

Parametar aritmetičke sredine logaritma jediničnih koncentracija:

$$\log\bar{x} = \bar{x}_{log} = \frac{1}{N}(\log x_1 + \log x_2 + \ldots + \log x_n) = \log G \tag{96}$$

predstavlja jednačinu (53) za izračunavanje geometrijske sredine, koja je antilogaritam iz ove veličine. Treba voditi računa da je parametar ove funkcije gustine $f(x_{log})$ aritmetička sredina logaritama, a ne njen antilogaritam, koji predstavlja geometrijsku sredinu koja je brojno jednaka medijani (za lognormalnu raspodelu) po formuli (92):

$$M = G$$

Logaritamska standardna devijacija (s_{log}) je kvadratni koren iz logaritamske varijanse koja je centralni momenat 2-gog reda i izračunava se analogno jednačini (75):

$$\log \mu_2 = \frac{\sum(x_{log} - \bar{x}_{log})^2}{N} = (s_{log})^2 \tag{97}$$

Logaritamska raspodela ove geološke slučajne promenljive prikazana je na sl. 25 i 26: a) dvojni histogram funkcije gustine $f(\log x) = f(x_{log})$ i funkcije gustine $f_X(\log x) = f_X(x_{log})$ b) prave i krive pomenutih funkcija gustine, i c) funkcija raspodele relativnih frekvencija $F(\log x)$ i $F_X(\log x)$. Na sl. 26 funkcije gustine su idealizovane jer su prikazane kao krive gustine.

Funkcija gustine $f(\log x)$ je simetrična kriva Gausa i Laplasa i funkcija raspodele $F(\log x)$ je potpuno analogna krivoj $F(x)$ na sl. 22 (pod c), tako da grafički posmatrano među ovim crtežima nema razlike.

Histrogram i kriva funkcije $f_X(\log x)$ je nešto drugačija, ona veoma postepeno se asimptotski odlepljuje od apscisne ose i raste do svog maksimuma, da bi potom opadala do minimuma u 8. klasi 4. logritamske dekade (relativna frekvencija 0,2897217%); a

posle pravolinijski raste do maksimalne vrednosti relativne jednačine frekvencije (0,459%), pa posle naglo pada na apscisnu osu.

Parametri funkcije gustine f(log x) su (logaritmi):

$$\bar{x}_{log} = 2; \quad s_{log} = 0{,}5$$

Funkcija gustine, a sa tim i funkcija raspodele relativnih frekvencija definisana je u rasponu:

$$\bar{x}_{log} \pm 4s_{log} = G_{log} \pm 4s_{log}$$

što obuhvata interval od 4 logaritamske dekade, odnosno interval izdeljen na 40 klasa.

Parametri raspodele ove geološke populacije su oni koji su definisani teoremom 4, a to su: medijana M, srednji sadržaj kao aritmetička sredina $\bar{x}$ i medijana izučavanog hemijskog elementa Mx. Dimenzije ovih parametara su dimenzije koncentracije i to u originalnim numeričkim vrednostima (bez logaritmovanja). Već smo bili odredili da se vrednosti ovih funkcija po ordinati ne logaritmuju, već su relativne frekvencije one koje su definisane formulama (42) i (43):

Već smo bili napomenuli da je numerička vrednost medijane kod lognormalne raspodele jednaka numeričkoj vrednosti geometrijske sredine, po jednačini (92). Kriva gustine f(log x) je simetrična u odnosu na svoju medijanu, čija se vrednost poklapa sa geometrijskom sredinom, ili sa vrednošću logaritamske aritmetičke sredine ($\bar{x}_{log}$), koja odgovara logaritmu geometrijske sredine (formula 96). To što se ove vrednosti grafički poklapaju ne može se izvesti zaključak da su one jednake, one samo odgovaraju po položaju na apscisnoj osi, a originalne vrednosti koje imaju geološku suštinu su parametri raspodele, a logaritamske vrednosti su samo matematički parametri krive gustine (koja je logaritamskom transformacijom učinjena da bude simetrična kriva Gausa i Laplasa) i nemaju nikakvu geološku suštinu (fizički oni ne postoje).

Krive gustine f(log x) i f_X(log x), kao i krive koje bi dobili bez logaritamske transformacije na apscisnoj osi f(x) i f_X(x), imaju samo jednu zajedničku tačku preseka, gde su vrednosti ovih funkcija izjednačene:

$$f(\log x)_s = f(x_{log})_s = f_X(\log x)_s = f_X(x_{log})_s \qquad (98)$$

koja je analogna formuli (58), a to znači da je:

$$f(\log x)_s = mq/\Sigma q, \text{ i}$$

$$f_X(\log x)_s = mX_s/\Sigma X$$

Zamenom ovih vrednosti u jednačinu (98) dobijamo jednačinu (57), koja daljom transformacijom prelazi u jednačinu (62) koja predstavlja opštu jednačinu za izračunavanje aritmetičke sredine jediničnih koncentracija hemijskog elementa u statističkom uzorku.

$$m\frac{q}{\sum q} = m\frac{X_s}{\sum X}$$

$$\frac{q}{\sum q} = \frac{X_s}{\sum X}$$

$$X_s = x_s = \frac{\sum X}{\sum q} = \frac{\sum x}{N} = \bar{x}$$

Tako smo opet došli do aritmetičke sredine kao parametra koji reprezentuje geološku populaciju kao srednji sadržaj hemijskog elementa u statističkom uzorku.

Drugačije ne može ni biti, jer bilo kojom matematičkom transformacijom geološka populacija se nije realno izmenila, pa se nisu ni izmenili parametri koji je reprezentuju.

Nummeričke vrednosti parametara raspodele ove geološke slučajne promenljive su:

M = 100 ppm;

$\bar{x}$ = 194,08 ppm;

Mx = 350 ppm

Odnos ovih parametara ukazuje na 2. zakon raspodele geološke slučajne promenljive (formula 91), sa dopunom da se radi o specijalnom slučaju lognormalne raspodele (formula 92).

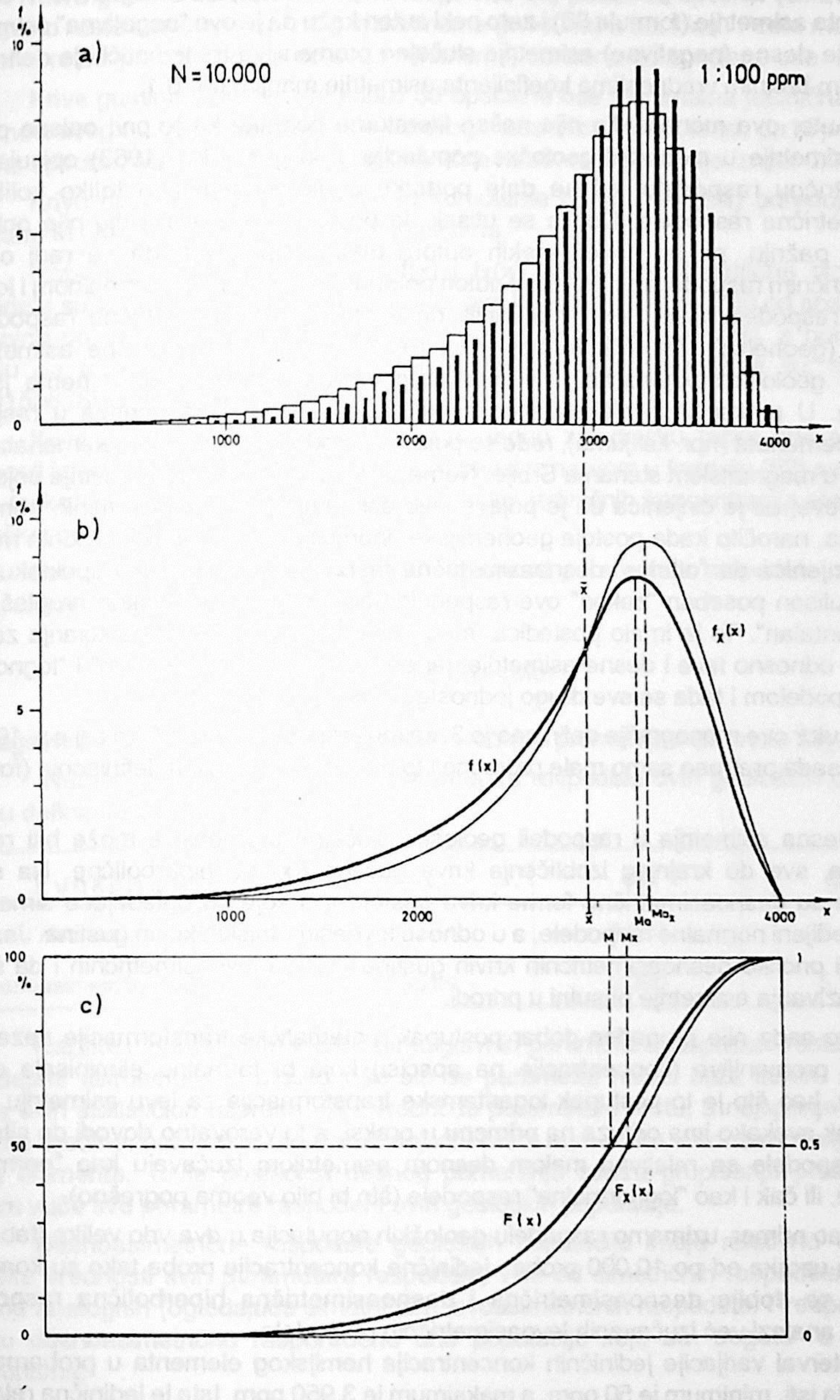
Logaritamskom transformacijom koncentracije kao nezavisne geološke promenljive (na apscisi) učinili smo, u ovom slučaju, da centar grupisanja oko medijane bude simetričan, a to je imalo za posledicu lognormalno raspoređene relativne frekvencije funkcije gustine raspodele geološke slučajne promenljive. Tada je i modus kao najreprezentativniji parametar, kod unimodalnih krivih gustina, za reprezentovanje centra grupisanja proba postao jednak medijani. Međutim, pošto se ipak radi o levoasimetričnoj raspodeli gde se stvarni centar grupisanja proba ne poklapa sa aritmetičkom sredinom (približno se poklapa sa medijanom), numerička vrednost ovog parametra je ostala po strani, a to se vidi na dijagramu koliko se pomera po apscisi tačka preseka krivih gustine f(log x) i f_X(log x) (sl. 26, pod b).

Lognormalna raspodela je samo specijalan slučaj logaritamske raspodele geološke slučajne promenljive. Najčešće se javlja asimetrija kod krive funkcije f(log x), na levu ili desnu stranu, tako da postoji leva (pozitivna) i desna (negativna) logaritamska asimetrija. To je posledica pomeranja relativnog centra grupisanja proba, a ovo pomeranje dovodi do razdvajanja modusa (kod unimodalnih krivih gustina) i medijane. U svakom slučaju, položaj medijane se više ne poklapa sa geometrijskom sredinom, situacija postaje sve složenija jer se sada svi ovi parametri (realni i relativni) razilaze.

Smatramo da nema realne potrebe za dalje izučavanje odnosa relativnih parametara krive gustine f(log x), jer se ipak radi o levoasimetričnoj raspodeli, koju pogodnom transformacijom zovemo sada logaritamska raspodela geološke slučajne promenljive. Ako to ne izgubimo iz vida, tada nam logaritamska transformacija dobro dođe da "skratimo" apscisnu osu na razumnu meru da postane pregledna na jednom crtežu, a izračunavamo samo realne parametre raspodele koji su definisani u teoremi 4.

Desnoasimetrična raspodela

Pojava desne asimetrije u formi krive gustine f(x) je posledica pomeranja centra grupisanja proba, po intenzitetu jedinične koncentracije, na desnu stranu apscisne ose, a to dovodi do izobličenja krive gustine na takav način da modus zauzima desni položaj od medijane (za unimodalne raspodele) i aritmetičke sredine. U slučaju postojanja desne



Sl. 27 - Desnoasimetrična raspodela geološke populacije u statističkom uzorku.
a) Dvojni histogram raspodela funkcija f(x) (stubovi) i fx(x) (puni stubići).
b) Krive gustine raspodele funkcija f(x) i fx(x).
c) Kumulativne krive raspodele funkcija F(x) i Fx(x).

Fig. 27 - The right-asymmetrical distribution of geological populations of the statistical sample.
a) The dual histogram of distribution functions f(x) (columns) and fx(x) (full columns).
b) The density curves of distributions of functions f(x) and fx(x).
c) The cummulative curves of distributions of functions F(x) and Fx(x).

asimetrije u raspodeli geološke slučajne promenljive dobijaju se negativne vrednosti koeficijenta asimetrije (formula 86) i zato neki autori kažu da je ovo "negativna" asimetrija. Postojanje desne (negativne) asimetrije slučajne promenljive matematički je definisano negativnim brojnim vrednostima koeficijenta asimetrije manjim od -0,1.

Autor ove monografije nije našao literaturne podatke ko je prvi opisao pojavu desne asimetrije u raspodeli geološke populacije. B o g a c k i (1963) opisuje desnoasimetričnu raspodelu, ali ne daje podatke o njoj ni približno toliko koliko za levoasimetrične raspodele. Dobija se utisak da pojava desne asimetrije nije pobudila dovoljnu pažnju, pa su navodi nekih autora dosta uopšteni kada se radi o desnoasimetričnim raspodelama. Pojedini autori potpuno su "opsednuti" normalnom i lognormalnom raspodelom, da nisu ni primetili da postoji i desnoasimetrična raspodela u geologiji (geohemiji). Da li je to posledica relativno ređe pojave desne asimetrije u raspodeli geoloških populacija ili je neki drugi razlog u pitanju, autor nema jasnog odgovora. U praksi se, ipak, relativno često pojavljuje desna asimetrija u raspodeli glavnih elemenata (npr. kalijuma), ređe se pojavljuje kod raspodele mikroelemenata (npr. torijuma) u magmatskim stenama Srbije. Nema razloga da se desna asimetrija pojavljuje ređe od leve, ali je činjenica da je pojava leve asimetrije češća kod korisnih hemijskih elemenata, naročito kada postoje geohemijske anomalije i mineralizacije rudnih metala. Ostaje činjenica da "otkriće" desnoasimetrične raspodele nije bilo tako spektakularno, nije formulisan poseban "zakon" ove raspodele; još manje je neki zakon proglašen za "fundamentalan". To je imalo posledica: mnogi autori nisu ni svesni postojanja zakona simetrije, odnosno leve i desne asimetrije, jer se samo bave "normalnom" i "lognormalnom" raspodelom i tada se sve drugo jednostavno ignoriše.

Autor ove monografije definisao je 3. zakon raspodele ranije (O m a lj e v, 1978b), koji je do sada pretrpeo samo male promene i to u smislu preciznijeg definisanja (formula 93).

Desna asimetrija u raspodeli geološke slučajne promenljive može biti raznog intenziteta, sve do krajnjeg izobličenja krive gustine f(x) do hiperbolične. Na sl. 20 prikazane su desnoasimetrične forme krive gustine f(x) koje su ogledajuće simetrične prema medijani normalne raspodele, a u odnosu levoasimetrijskih krivih gustina. Jasno je da postoji onoliko desnoasimetričnih krivih gustina koliko i levoasimetričnih i da su svi faktori izazivanja asimetrije prisutni u prirodi.

Do sada nije pronađen dobar postupak matematičke transformacije nezavisne geološke promenljive (koncentracije na apscisi) koja bi formalno eliminisala desnu asimetriju, kao što je to postupak logaritamske transformacije za levu asimetriju. Ovaj nedostatak svakako ima odraza na primenu u praksi, a to verovatno dovodi do situacije da se raspodele sa relativno malom desnom asimetrijom izučavaju kao "normalne" raspodele, ili čak i kao "lognormalne" raspodele (što bi bilo veoma pogrešno).

Kao primer, uzimamo raspodelu geoloških populacija u dva vrlo velika (tabela 7) statistička uzorka od po 10.000 proba. Jedinične koncentracije proba tako su kombinovane da se dobije desnoasimetrična i desnoasimetrična hiperbolična raspodela, simetrični analozi već izučavanih levoasimetričnih raspodela.

Interval varijacije jediničnih koncentracija hemijskog elementa u probama je u oba slučaja isti, minimum je 50 ppm, a maksimum je 3.950 ppm. Ista je jedinična relativna frekvencija mase materijala probe (q) kao i u prethodnim slučajevima (0,01%), a relativna frekvencija jediničnih masa elementa u probi je različita kod svakog statističkog uzorka. Sve probe su rangirane po intenzitetu jedinične koncentracije elemenata, a potom razvrstane u 40 klasa u statističkoj razmeri 1:100 ppm. Raspodela relativnih frekvencija ovih populacija prikazana je na slikama 27 i 28 i to: dvojnim histogramima, dvojnim dijagramima krivih gustina i krivih raspodela, kao i u ranijim slučajevima.

Kriva gustine desnoasimetrične raspodele f(x) polazi sa apscise (sl. 27, pod b) i postepeno raste konkavno do svog maksimuma (modusa) u 33. klasi. Posle maksimuma ova kriva relativno brzo opada do svog minimuma, odnosno do apscisne ose.

Krive gustine $f_X(x)$ takođe polazi od apscisne ose (minimalna jedinična frekvencija iznosi svega 0,00016986%), raste do svog maksimuma u 33. klasi, da bi potom brzo pala na apscisu. Maksimalna vrednost jedinične relativne frekvencije iznosi 0,013419%.

Krive raspodele F(x) i $F_X(x)$ kao kumulante dobro (teorijski) određuju položaj medijana M i Mx, kao i u prethodnim slučajevima.

Izobličenja kod krivih gustina f(x) i $f_X(x)$ kod desnoasimetrične hiperbolične raspodele su veoma velika (sl. 28, pod b), jer ove krive postepeno rastu od apscisne ose konkavno do svojih maksimuma koji se nalaze u poslednjoj 40. klasi, a potom naglo padaju na apscisu. Jedinične relativne frekvencije mase elementa su: minimalna 0,000155828% i maksimalna 0,01231%.

Krive gustine f(x) i $f_X(x)$ imaju samo jednu zajedničku tačku gde su njihove vrednosti izjednačene, po formuli (58), čijom transformacijom u formulu (62) se dokazuje da ta tačka preseka odgovara aritmetičkoj sredini jediničnih koncentracija elemenata u geološkoj populaciji.

Evidentno je da odnos numeričkih vrednosti parametara raspodele ovih populacija, uključujući i modus, je sledeći:

$$\bar{x} < M < Mx < Mo$$

što odgovara 3. zakonu raspodele geološke slučajne promenljive (formula 93).

Numeričke vrednosti glavnih parametara raspodele ovih geoloških populacija, koji su definisani teoremom 4 su (u ppm):

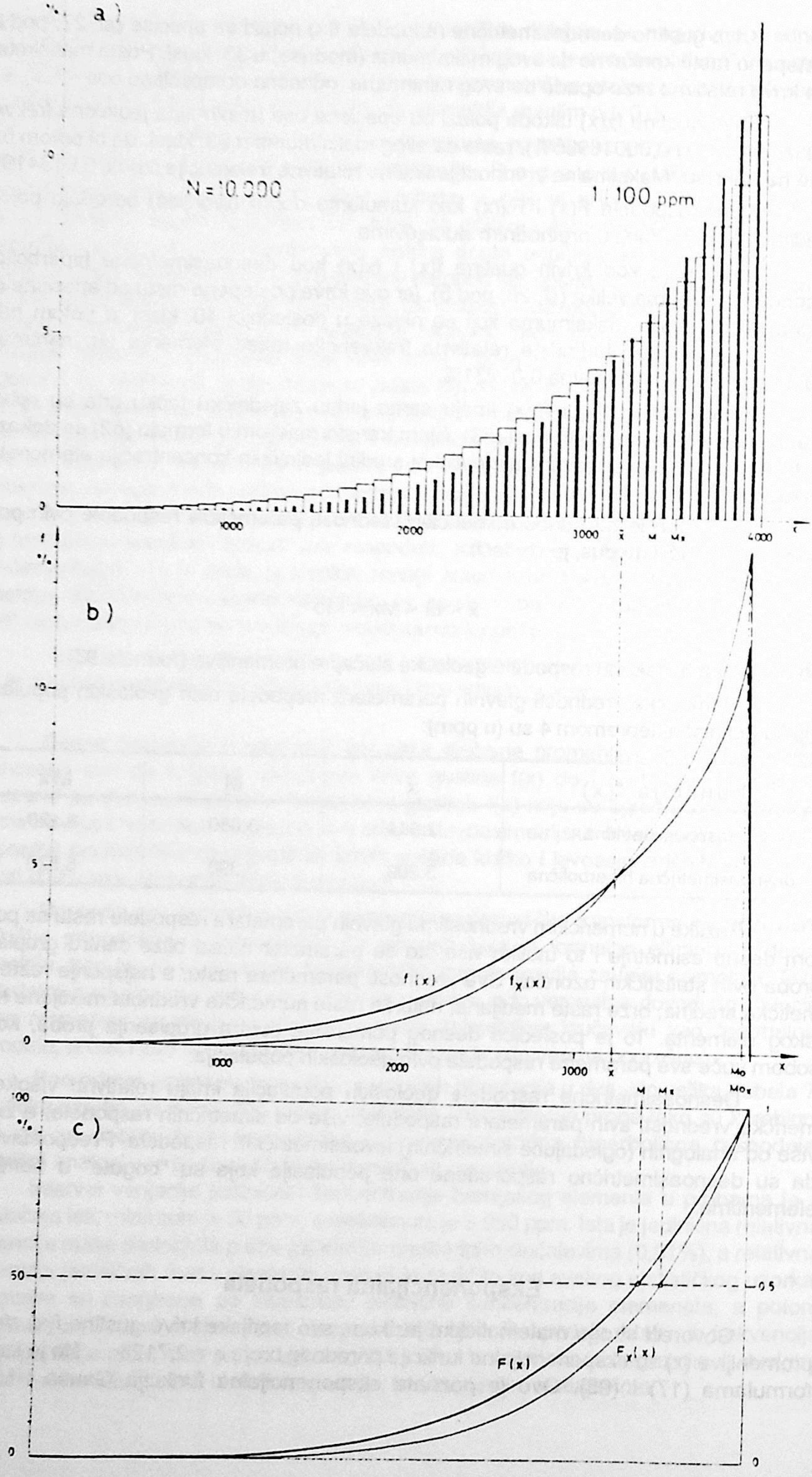
Funkcija f(x)	$\bar{x}$	M	Mx
desnoasimetrična	2.944	3.080	3.120
desnoasimetrična hiperbolična	3.209	3.390	5.520

Razlike u numeričkim vrednostima glavnih parametara raspodele rastu sa porastom desne asimetrije i to utoliko više što se parametar nalazi bliže centru grupisanja proba ovih statističkih uzoraka. Sve vrednosti parametara rastu, a najsporije raste aritmetička sredina, brže raste medijana, najbrže raste numerička vrednost medijane hemijskog elementa. To je posledica desnog pomeranja centra grupisanja proba, koji za sobom vuče sve parametre raspodele ovih geoloških populacija.

Desnoasimetrične raspodele geoloških populacija imaju relativno visoke numeričke vrednosti svih parametara raspodele, više od simetričnih raspodela, a znatno više od analognih (ogledajuće simetričnih) levoasimetričnih raspodela. Predpostavljamo da su desnoasimetrično raspoređene one populacije koje su "bogate" u hemijskim elementima.

Eksponencijalna raspodela

Govoreći strogo matematičkim jezikom, sve teorijske krive gustine f(x) slučajne promenljive (x) su eksponencijalne funkcije prirodnog broja e = 2,7128...., što je izraženo formulama (17) i (95). Ovo je poznata eksponencijalna funkcija Gausa i Laplasa


a)
N = 10.000
1 100 ppm
5
0
1000
2000
3000
4000
b)
10
5
0
1000
2000
3000
4000
f (x)
f_X (x)
c)
100
%
50
0
0.5
F(x)
F_X(x)

(zvonasta simetrična kriva), a raspodele po ovom zakonu su poznate kao normalna i lognormalna raspodela.

Eksponencijalnu raspodelu geološke slučajne promenljive dobijamo kada umesto nezavisne promenljive (x) na apscisnu osu uzmemo njenu eksponencijalnu transformaciju (x^m), gde je (m) realan broj različit od jedinice. Za vrednost (m = 1) imamo linearan odnos kao specijalan slučaj eksponencijalnog odnosa.

Ako je (m) prirodan broj imamo eksponencijalnu raspodelu u vidu potencija m-tog reda: za (m = 2) kvadratnu, za (m = 3) kubnu raspodelu itd.

Ako je (m = h/k), gde je (h<k) imamo eksponencijalnu raspodelu u vidu k-tog korena iz (x^h); gde u slučaju da je (h = 1) imamo samo k-ti koren iz nezavisne promenljive (x).

Ovi slučajevi su razmatrani u odeljku o statističkoj razmeri u eksponencijalnoj formi geohemijske ekvidistancije, na osnovu teorema 3 i 9.

Ovako definisana eksponencijalna raspodela, kao potencija ili kao k-ti koren iz nezavisne promenljive (x) relativno je komplikovana, tako da će teško naći primenu u praksi. Razmatranje ovih raspodela ima uglavnom teoretski značaj, jer postoje ovakve mogućnosti, a mi ćemo ih na pogodnim primerima izučiti.

Kao i kod logaritamske transformacije, tako isto i kod ove eksponencijalne transformacije nezavisne promenljive (x) dobijamo parametre raspodele, koji kao relativni parametri definišu samo funkciju raspodele, dok realni parametri raspodele geološke populacije su oni parametri koji su definisani teoremom 4.

Neprekidna eksponencijalna geološka slučajna promenljiva ima normalnu raspodelu, ako njena funkcija gustine raspodela relativnih frekvencija jediničnih masa materijala proba (q) ima formu saglasno jednačini (17):

$$f(x^m) = d * e^{-a} \qquad (99)$$

gde je:

$$d = \frac{1}{s_e\sqrt{2\pi}}$$

$$a = \frac{(x^m - \bar{x}^m)^2}{2(s_e)^2}$$

Aritmetička sredina transformisane nezavisne promenljive (x^m), saglasno formuli (55) je:

$$\bar{x}^m = \frac{\sum x^m}{N}$$

Sl. 28 - Desnoasimetrična hiperbolična raspodela geološke populacije u statističkom uzorku.
a) Dvojni histogram raspodele funkcije f(x) (stubovi) i fx(x) (puni stubići).
b) Krive gustine raspodele funkcija f(x) i fx(x).
c) Kumulativne krive raspodele funkcije F(x) i Fx(x).

Fig. 28 - The right-asymmetrical hiperboloid distribution of geological populations of the statistical sample.
a) The dual histogram of distribution functions f(x) (columns) and fx(x) (full columns).
b) The density curves of distributions of functions f(x) and fx(x).
c) The cumullative curves of distributions of functions F(x) and Fx(x).

Ova transformisana aritmetička sredina, ista je kao ona definisana formulom (55), jer se ovde radi o transformaciji nezavisne promenljive (x) na osnovu postavki teorema 3 i 9. Položaj ovako transformisane aritmetičke sredine potencija kod eksponencijalno normalne krive gustine (Gausa-Laplasa) poklapa se sa položajem modusa (Mo) i medijane (M).

$$Mo = M = \bar{x}^m \tag{100}$$

Eksponencijalna standardna devijacija (s_e) je kvadratni koren iz eksponencijalne varijanse, koja je centralni momenat 2-gog reda i izračunava se shodno jednačini (75):

$$(\mu_e)_2 = \frac{\sum(x^m - \bar{x}^m)^2}{N} = (s_e)^2 \tag{101}$$

U opštem slučaju, forma eksponencijalne krive gustine može biti proizvoljna, a mi hoćemo da ispitamo osobine eksponencijalno normalne krive gustine, kao kvadratne raspodele i raspodele 2. korena iz slučajne promenljive (x).

Komponovana su dva vrlo velika (tabela 7) statistička uzorka od po 10.000 proba tako, da u prvom slučaju se dobije kvadratna funkcija $f(x^2)$ u statističkoj razmeri $1:(1^2)$ ppm, a u drugom slučaju se dobija raspodela drugog korena kao funkcija $f(\sqrt{2})$ u statističkoj razmeri $1:(\sqrt{2})$ ppm (objašnjenja o statističkoj razmeri su data detaljnije u posebnom poglavlju). U oba slučaja vrednost relativne frekvencije jedinične mase (q) je 0,01%, kao i u prethodnim slučajevima. Vrednosti jedinične relativne frekvencije mase elementa i raspon su drugačiji.

Interval varijacija jediničnih koncentracija kod kvadratne raspodele je od 0,5 do 1.560,5 ppm a granice klasa su kvadrati brojeva od 1 do 40, jer je populacija izdeljena na 40 klasa).

Kriva gustine $f(x^2)$ je zvonasta kriva Gausa i Laplasa (sl. 29, pod b), koja je po formi identična drugim sličnim funkcijama.

Kriva gustine $f_X(x^2)$ je takođe slična drugim analognim krivim, ona počinje asimptotski sa apscisne ose sa minimalnom relativnom frekvencijom 0,000117%, dostiže svoj maksimum u 23. klasi, pa potom opada do svog minimuma (relativne frekvencije 0,033068%), a potom pravolinijski raste do maksimalne vrednosti jedinične relativne frekvencije od 0,0366888% i potom pada na apscisu.

Parametri ove krive gustine su:

$\bar{x}^2 = 400$ ppm,

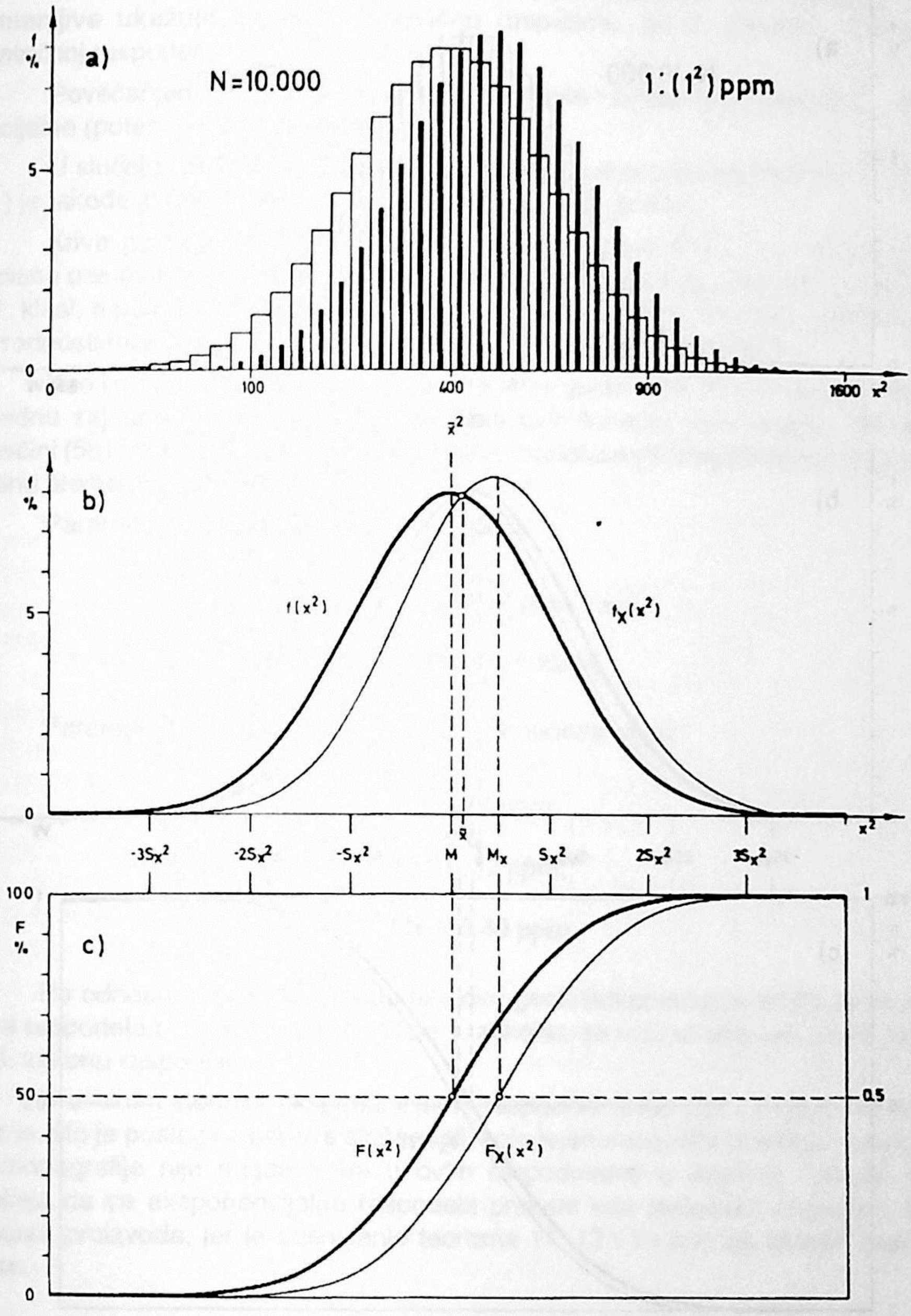
s_e obuhvata po 5 klasa

Parametri raspodele ove geološke populacije, po teoremi 4, su:

M = 400 ppm;

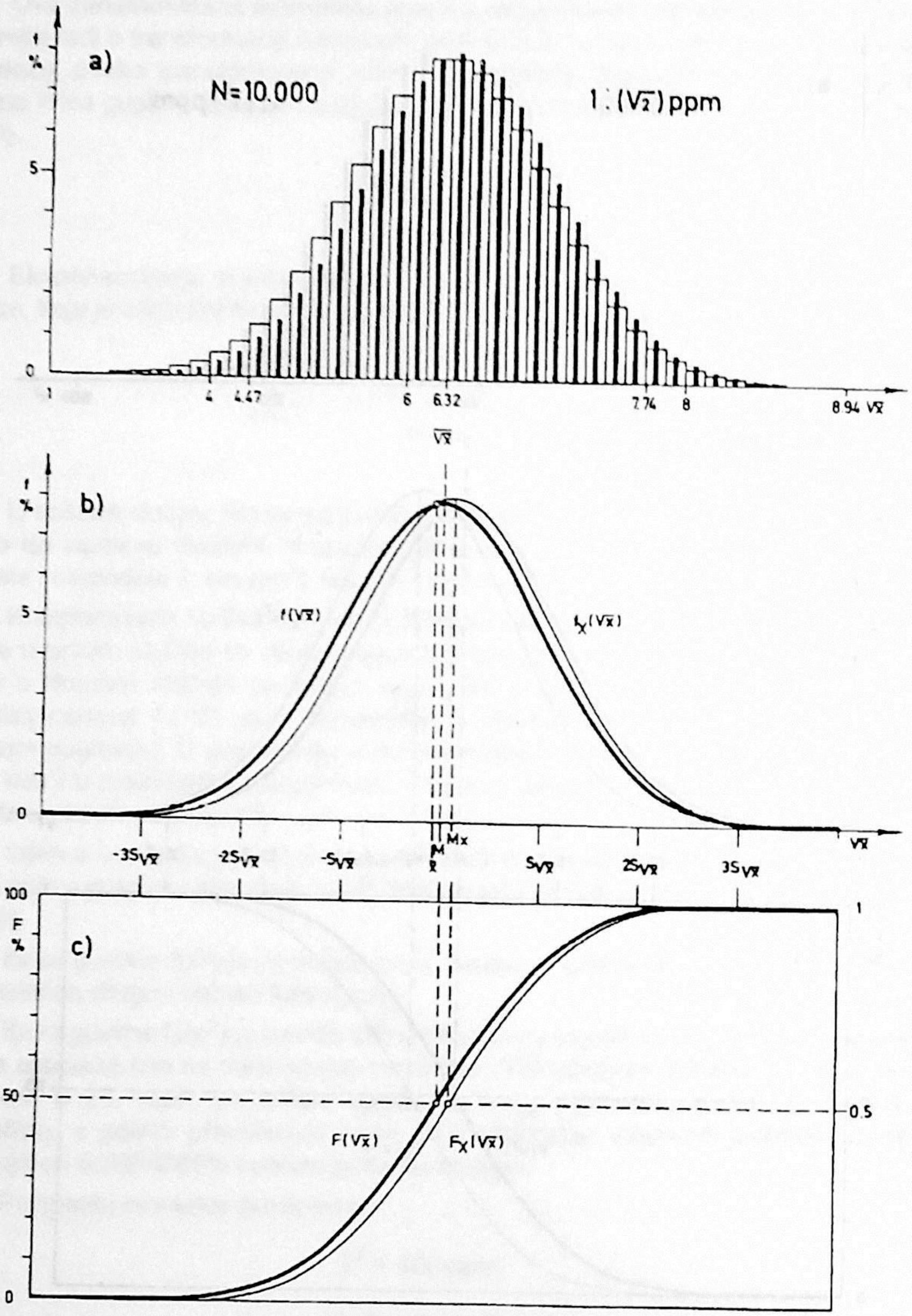
$\bar{x}$ = 425,33 ppm;

Mx = 500 ppm



Sl. 29 - Eksponencijalna (kvadratna) raspodela geološke populacije u statističkom uzorku.
a) Dvojni histogram raspodele funkcija $f(x^2)$ (stubovi) i $f_x(x^2)$ (puni stubići).
b) Krive gustine raspodele funkcija $f(x^2)$ i $f_x(x^2)$.
c) Kumulativne krive raspodele funkcija $F(x^2)$ i $F_x(x^2)$.

Fig. 29 - The exponential (square function) distribution of geological populations of the statistical sample.
a) The dual histogram of distribution of functions $f(x^2)$ (columns) and $f_x(x^2)$ (full columns).
b) The density curves of distributions of functions $f(x^2)$ and $f_x(x^2)$.
c) The cummulative curves of distributions of functions $F(x^2)$ and $F_x(x^2)$.



Sl. 30 - Eksponencijalna (kvadratni koren) raspodela geološke populacije u statističkom uzorku.
a) Dvojni histogram raspodele funkcija f($\sqrt{x}$) (stubovi) i fx($\sqrt{x}$)(puni stubići).
b) Krive gustine raspodele funkcija f($\sqrt{x}$) i fx($\sqrt{x}$)
c) Kumulativne krive raspodele funkcija F($\sqrt{x}$) i Fx($\sqrt{x}$).

Fig. 30 - The exponential (square root function) distribution of geological populations of the statistical sample.
a) The dual histogram of distribution of functions f($\sqrt{x}$) (columns) and fx($\sqrt{x}$) (full columns).
b) The density curves of distributions of functions f($\sqrt{x}$) and fx($\sqrt{x}$).
c) The cummulative curves of distributions of funcitons F($\sqrt{x}$) and Fx($\sqrt{x}$).

Odnos numeričkih vrednosti parametara raspodele ove geološke slučajne promenljive ukazuje na levoasimetričnu raspodelu, po 2. zakonu, koja je bliska simetričnoj raspodeli.

Povećanjem vrednosti eksponenta (m) raste i stepen leve asimetrije ove eksponencijalne (potencije) slučajne promenljive.

U slučaju raspodele geološke populacije po zakonu drugog korena, kriva gustine $f(\sqrt{2})$ je takođe zvonasta kriva Gausa i Laplasa (sl. 30, pod b).

Kriva gustine $f_X(\sqrt{2})$ je vrlo bliska po formi krivoj $f(\sqrt{2})$, ona takođe polazi sa apscisne ose (minimalna relativna frekvencija iznosi 0,00193%), dostiže svoj maksimum u 21. klasi, a potom opada do svog minimuma (0,0138%) da bi potom pravolinijski rasla do vrednosti maksimuma jedinične relativne frekvencije od 0,01418%.

Kao i u svim drugim slučajevima, ove krive gustine (sl. 29 i 30, pod b) imaju samo po jednu zajedničku tačku gde su vrednosti ovih funkcija izjednačene, što odgovara jednačini (58), čijom transformacijom se dobija jednačina (62) koja predstavlja aritmetičku sredinu elementa populacije.

Parametri krive gustine $f(\sqrt{2})$ su sledeći:

$$\bar{x}^{1/2} = 6{,}32 \text{ ppm.}$$

s_e obuhvata 5 klasa

Parametri raspodele ove populacije, po teoremi 4 su:

$$\bar{x} = 6{,}27 \text{ ppm;}$$

$$M = 6{,}32 \text{ ppm;}$$

$$Mx = 6{,}40 \text{ ppm}$$

Po odnosu parametara raspodele ove geološke populacije može se smatrati da je ova raspodela približno simetrična, po 1. zakonu, sa malom desnom asimetrijom koja teži 3. zakonu raspodele.

U svakom slučaju, eksponencijalne raspodele (potencije i koreni) nisu dovoljno izučene, što je posledica njihove složenosti, koja je onemogućila primenu u praksi. Autor ove monografije nije našao traga u ovim raspodelama u literaturi. Takođe nije bilo pokušaja da se eksponencijalna raspodela primeni kod statističke raspodele fiktivnog elementa proizvoda, jer je definisanje teorema 11, 12 i 13 bilo tek krajem aprila 1995. godine.

PROSTORNA RASPODELA GEOLOŠKE SLUČAJNE PROMENLJIVE

Prostornu raspodelu geološke slučajne promenljive, kada su jedinične mase, odnosno koncentracije hemijskog elementa funkcije koordinata,autor je nazvao"geohemijsko polje" (O m a lj e v, 1982b). Naša definicija geohemijskog polja predstavlja dalju razradu sovjetskih geologa (V. I.V e r n a d s k o g, A. E. F e r s ma n a, V. V. B o g a t s k o g, N. N. B o r o v k a, R. I. D u b o v a, A. I. P e r e lj m a n a, A. P. S o l o v o v a, i mnogih drugih), ona je umnogome specifična jer polazi od principa "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive", a kompletno je izložena u monografiji "Geohemijsko polje" (O m a lj e v, 1987a). Zato će prostorna raspodela geološke populacije (geohemijsko polje) biti ukratko izložena u ovoj monografiji, uz neke nadogradnje.

Autor je očekivao reakciju geološkog auditorijuma na novu ideju o geohemijskom polju, izloženoj na Zboru Srpskog geološkog društva 24.12.1981. godine (O m a l j e v, 1982b), ali izostala su pitanja pa nije bilo diskusije. Slično je bilo i pri izlaganju referata (O m a l j e v, 1982c) na 10. jubilarnom kongresu geologa Jugoslavije u Budvi, ali je zaključeno da se uputi pismeni predlog AN SSSR termina "fersman" (nije mi poznata sudbina ovog Zaključka). Takođe je izostala reakcija auditorijuma na monografiju "Geohemijsko polje", a autoru nije ništa drugo preostalo no da nastavi dalje sa razradom ove ideje.

U pomenutoj monografiji autor je izložio, relativno detaljno, razvoj ideje o geohemijskom polju. Moramo dodati činjenicu, koja je bila tada previđena, da formulu prostorne geološke slučajne promenljive (geohemijskog polja) ima i B o g a t s k i (1963, s. 26):

$$G = F(x, y, z, t) \tag{102}$$

a tu formulu imaju B o r o v k o (1971), D u b o v (1974) i S o l o v o v (1985), a nijedan od ovih autora ne navodi poreklo formule. Mislio sam da je B o r o v k o (1971) autor formule, ali sada predpostavljam niti da je B o g a t s k i (1963) njen autor; mada se stiče utisak da je svaki od ovih autora u tome originalan. Moguće je da je ova formila decenijama prepisivana, tako da se teško može utvrditi njen autor.

Ova formula (102) je slična talasnoj funkciji Šredingera (S u p e k, 1949; I v a n o v i ć, 1985): Ψ (x, y, z, t), moguće je da je to samo koincidencija, a moguće je da je neki autor uzeo ovu talasnu funkciju za formulu geohemijskog polja (po našoj terminologiji). Ako je to slučaj, to je značajna činjenica i šteta da je taj autor nepoznat. Geohemijsko polje, po mome shvatanju, ima osobinu talasne funkcije, koja se može manifestovati i mikro- i nano-dimenzijama.

GEOHEMIJSKI POLJE

Kao posledica teoreme 1, jedinične mase hemijskih elemenata u probama kao jediničnim veličinama geološkog tela ostvaruju polje uticaja preko intenziteta jediničnih koncentracija toga elementa (sl. 31, pod a), a to polje uticaja nazivamo "geohemijsko polje". Možemo zamisliti da jedinične mase hemijskog elementa u probama geološkog tela (X) ostvaruju sopstveno gravitaciono polje, a to polje na matematički način izražava intenzitet jedinične koncentracije, što definišemo pomoću teoreme 10:

Teorema 10: Geohemijsko polje je matematička transformacija sopstvenog gravitacionog polja hemijskog elementa u korpuskulama ili probama geološkog tela; to je funkcija jediničnih masa elementa (X) po koordinatama prostora (l, b, h), koje deluju preko intenziteta jediničnih koncentracija (x):

$$U(x) = f(l, b, h) \qquad (103)$$

Geohemijsko polje se može posmatrati površinski:

$$U(x) = f(l, .b) \qquad (104)$$

a takođe i linijski:

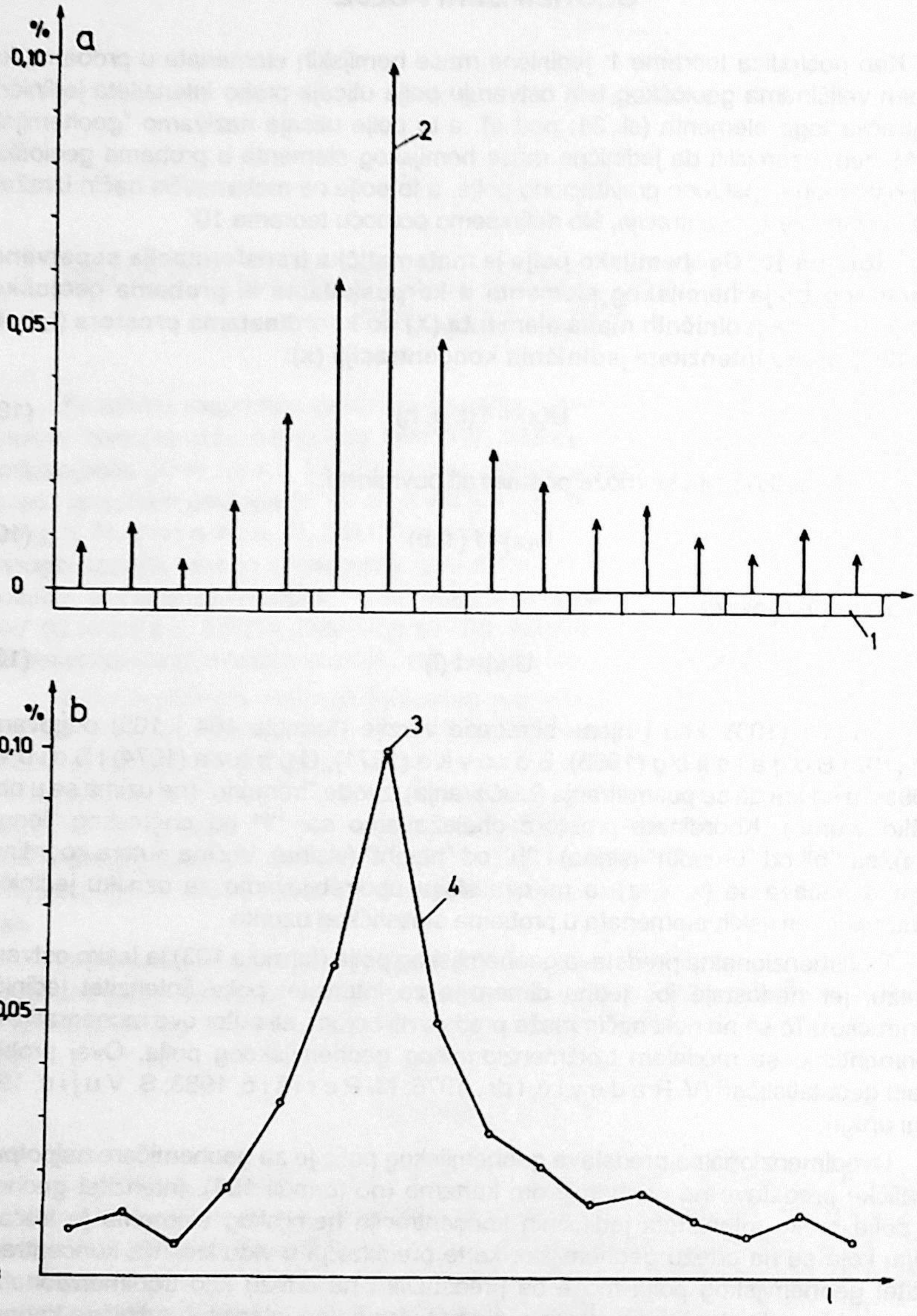
$$U(x) = f(l) \qquad (105)$$

Formula (103), kao i njene skraćene verzije (formule 104 i 105) odgovaraju formuli (102) B o g a t s k o g (1963), B o r o v k a (1971), D u b o v a (1974) i S o l o v o-v a (1985), a sa tim da se posmatranja (izučavanja) izvode "trenutno" (ne uzima se u obzir geološko vreme). Koordinate prostora obeležavamo sa: **"l"** od engleskog "length" (dužina), sa **"b"** od "breadth" (širina) i **"h"** od "height" (visina). Većina autora koordinate prostora označava sa (x, y, z), a mi ova slova upotrebljavamo za oznaku jediničnih koncentracija hemijskih elemenata u probama statističkog uzorka.

Trodimenzionalna predstava geohemijskog polja (formula 103) je teško ostvariva na crtežu, jer nedostaje još jedna dimenzija za intenzitet polja (intenzitet jedinične koncentracije). To se na neki način može predstaviti bojom, ali autor ove monografije nije eksperimentisao sa modelom trodimenzionalnog geohemijskoog polja. Ovaj problem rešavaju geostatističari (V. R a d e v i ć, i dr., 1976; M. P e r i š i ć, 1983; S. V u j i ć, 1985; i mnogi drugi).

Dvodimenzionalna predstava geohemijskog polja je za geohemičare najpotpuniji vid grafičke predstave na geohemijskim kartama (po formuli 104). Intenzitet geohemijskog polja preko intenziteta jediničnih koncentracija hemijskog elementa je treća dimenzija, koja se na crtežu geohemijske karte predstavlja u vidu izolinija koncentracija. Intenzitet geohemijskog polja može se predstaviti i na crtežu kao trodimenzionalnom slikom sa tri koordinate: l, b i x (dužina, širina i visina kao intenzitet jedinične kponcentracije).

Jednodimenzionalna predstava geohemijskog polja (formula 105) predstavlja profil kroz površinu geohemijskog polja. Ustvari, površinska predstava geohemijskog polja je kombinacija profila, jer se probe uzimaju najčešće po profilima; nema potrebe za upoznavanjem "totalnog" geohemijskog polja uzimanjem svih mogućih proba koje bi se mogle uzeti na površini terena na izdanku određenog geološkog tela. Ovaj vid predstave geohemijskog polja je vrlo ilustrativan, u funkciji dužine se vidi intenzitet polja u drugoj dimenziji, po visini se nanosi intenzitet jedinične koncentracije (sl. 31, pod a).



Sl. 31 - Geometrijska konstrukcija geohemijskog polja (po profilu).
a) Intenziteti jediničnih koncentracija hemijskog elementa u probama.
b) Reljef geohemijskog polja - poligon.
1 jedinična zapremina (masa) probe, 2 intenzitet jedinične koncentracije hemijskog elementa, 3 maksimum (vrh) jedinične koncentracije, 4 reljef geohemijskog polja (poligon).

Fig. 31 - The geometric pattern of a geochemical field (in profile).
a) Intensity of unit concentration of the chemical element.
b) Relief of the geochemical field - a polygon.
1 unit volume (mass) of a sample, 2 intensity of the concentration of a chemical element, 3 maximum (apex) of unit concentration, 4 relief of the geochemical field (a polygon).

Skup proba kao statistički uzorak reprezentuje određeno geološko telo kao površinu, a to je potpuno zadovoljavajuće kako sa teorijskog aspekta, tako isto (ili još više) i iz praktičnog razloga. Zato dajemo uprošćenu definiciju geohemijskog polja:

Definicija 31: Geohemijsko polje je polje uticaja jediničnih masa (X) određenog hemijskog elementa u probama statističkog uzorka, preko intenziteta jediničnih koncentracija (x) toga elementa.

Podrazumeva se da su intenziteti jediničnih koncentracija usmereni normalno (upravno, pod 90°) na zaravnjenu površinu geološkog tela, a ova "zaravnjena" površina ima intenzitet nula. To je ustvari površina geološkog tela u reljefu terena, koja se na kartama predstavlja kao zaravnjena (nivelisana na intenzitetu nula - %, ppm, g/t, itd.).

Geohemijsko polje ima svoju strukturu, koju čine:

1) Intenzitet
2) Reljef
3) Parametri geohemijskog polja.

Odnos numeričkih vrednosti parametara geohemijskog polja su

4) Koeficijenti koncentracije,

koji su relativne mere odnosa intenziteta geohemijskog polja u odnosu na neku referentnu vrednost.

INTENZITET GEOHEMIJSKOG POLJA

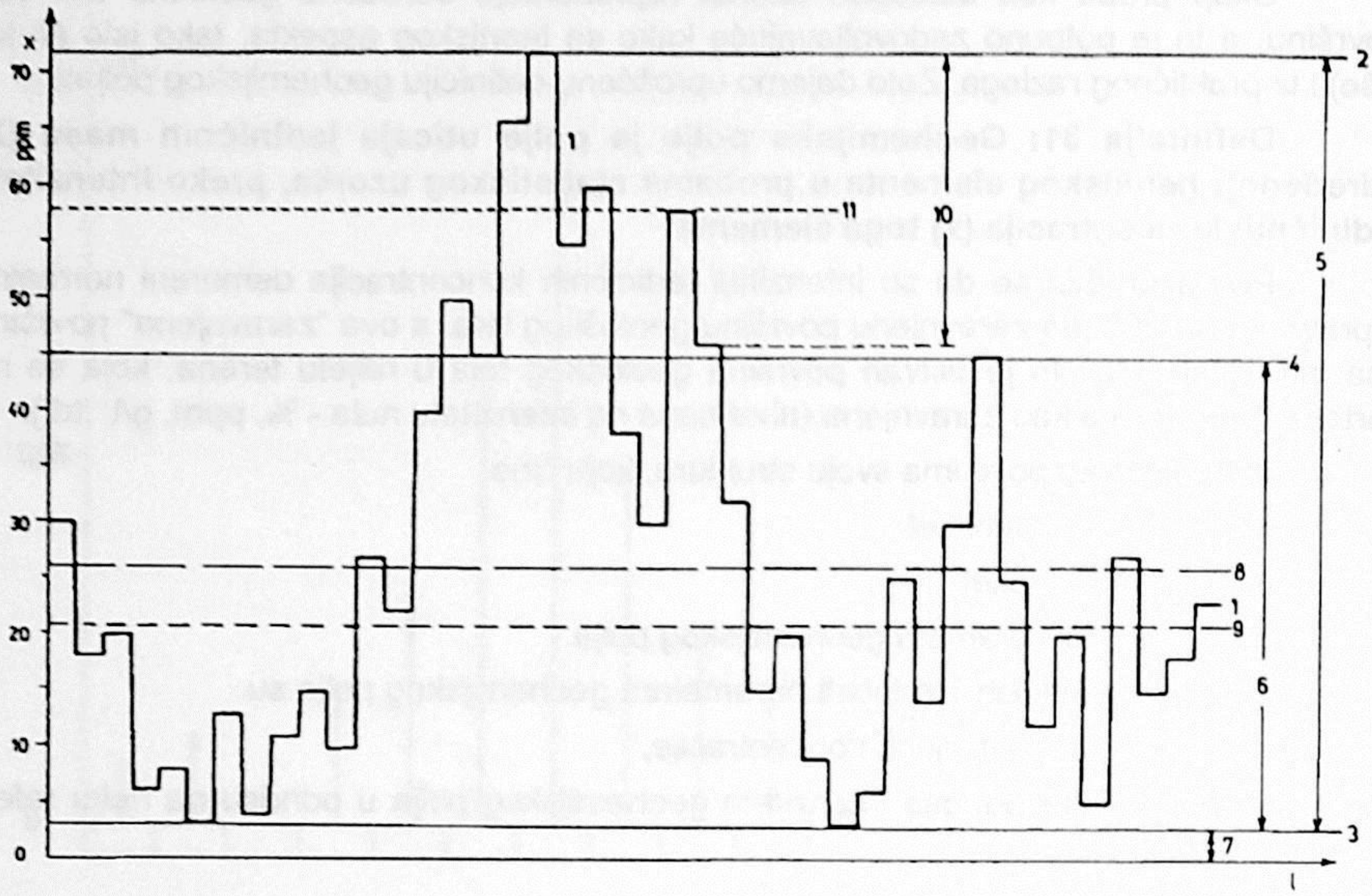
Intenziteti jediničnih koncentracija hemijskog elementa određuju intenzitet geohemijskog polja (sl. 31), a ovaj intenzitet se može predstaviti i u vidu histograma, gde se intenzitet jedinične koncentracije elementa prikazuje u vidu vertikalnih kolona (sl. 32).

Intenzitet geohemijskog polja ima svoj prag (x_{min}) i svoj plafon (x_{max}) koji su određeni minimalnom i maksimalnom jediničnom koncentracijom hemijskog elementa u probama statističkog uzorka. Postojanje praga geohemijskog polja je posledica postojanja praga osetljivosti laboratorijskih metoda određivanja jediničnih koncentracija hemijskih elemenata. Ispod praga nalazi se fundament ili osnova geohemijskog polja, a to je deo intenziteta koji ne podleže varijacijama.

Interval varijacija (formula 69) intenziteta geohemijskog polja predstavlja raspon za koji je definisana geološka slučajna promenljiva ($I_v = x_{max} - x_{min}$), po teoremi (6), a to je istovremeno i najgrublja ocena varijabilnosti geološke slulčajne promenljive.

Polifazno stvarane geološke populacije imaju strukturu geohemijskog polja, jer se izdvajaju po intenzitetu pojedini delovi polja (pojedine probe) sa anomalno visokim intenzitetima jediničnih koncentracija hemijskog elementa. Odsecanjem ili eliminisanjem proba sa anomalnim intenzitetom koncentracija iz statističkog uzorka dobijamo parcijalno geohemijsko polje koje za svoj plafon ima vrednost praga geohemijskih anomalija (sl. 32, pod 4). Na taj način se iz statističkog uzorka odbacuje najbogatiji deo populacije hemijskog elementa, a ostaje samo deo populacije koji je svojstven geološkom telu jer je to njegov singenetski deo. U ovom slučaju osnovna geološka populacija elementa sadrži dve parcijalne populacije: **singenetsku** i **epigenetsku** parcijalnu populaciju.

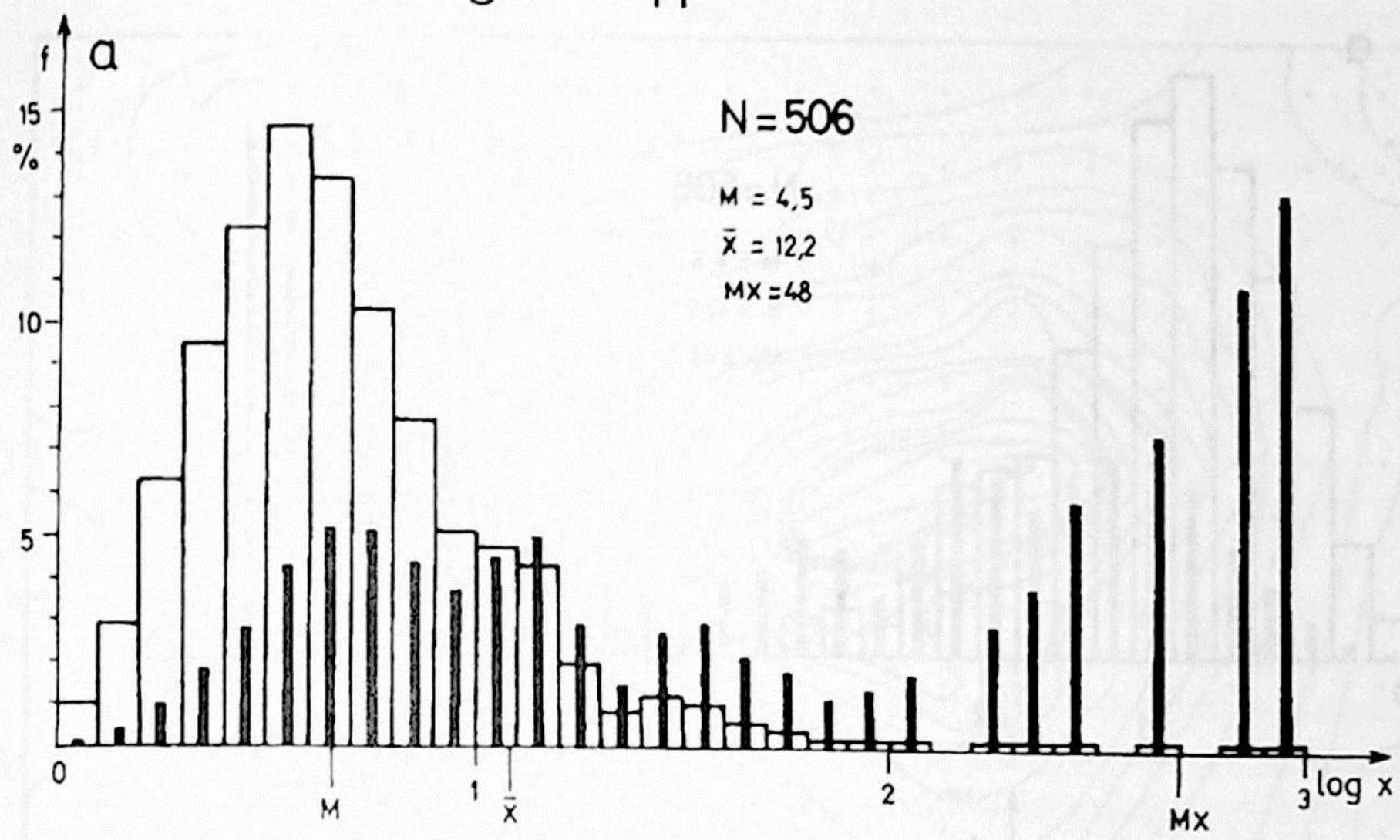
Geohemijske anomalije predstavljaju "signale" bogatijih epigenetskih parcijalnih populacija, a singenetski deo populacije ima karakter "geohemijskog šuma".

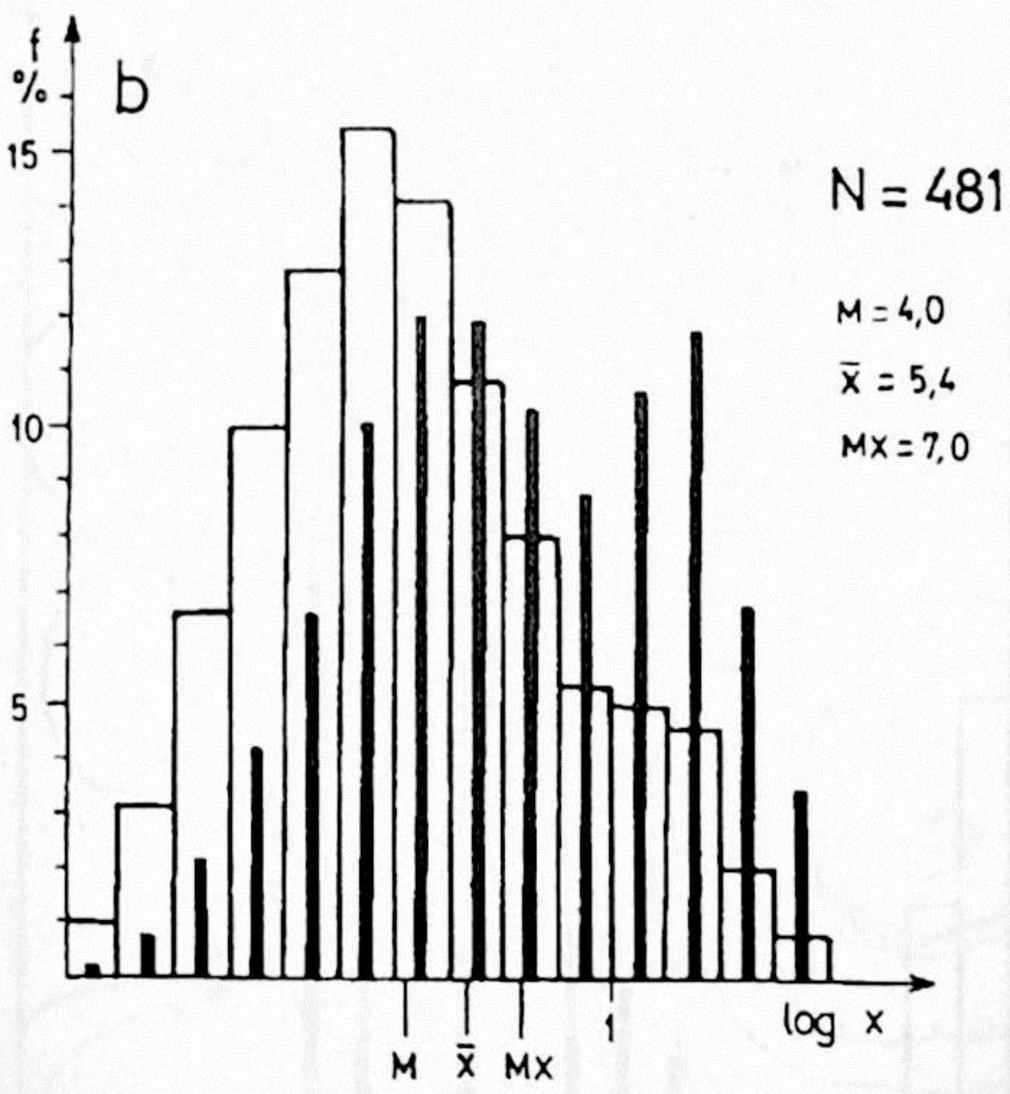


Sl. 32 - Struktura geohemijskog polja (po profilu).
1 reljef geohemijskog polja (histogram), 2 plafon geohemijskog polja (x_{max}), 3 prag geohemijskog polja (x_{min}), 4 plafon parcijalnog geohemijskog polja Fersmana (prag geohemijskih anomalija), 5 interval varijacije geohemijskog polja ($x_{max} - x_{min}$), 6 interval varijacije parcijalnog geohemijskog polja Fersmana, 7 osnova (fundament) geohemijskog polja, 8 geohemijski fon ($\bar{x}_g$), 9 geohemijski šum - fersman ($\bar{x}_f$), 10 interval varijacije parcijalnog geohemijskog polja anomalija, 11 koncentracija anomalije ($\bar{x}_a$).

Fig. 32 - The structure of the geochemical field (in profile).
1 relief of the geochemical field (a histogram), 2 roof of the geochemical field (x_{max}), 3 threshold of the geochemical field (x_{min}), 4 roof of the partial geochemical field of Fersman (threshold of the geochemical anomalies), 5 interval of variation of the geochemical field ($x_{max} - x_{min}$), 6 interval of variation of the partial geochemical field of Fersman, 7 base of the geochemical field, 8 geochemical phone ($\bar{x}_g$), 9 geochemical noise - fersman ($\bar{x}_f$), 10 interval of variation of the partial geochemical field of anomalies, 11 mean concentration of geochemical anomalies ($\bar{x}_a$).

Definisanje praga geohemijskih anomalija veoma je značajan problem geohemijskih istraživanja, koji do sada nije jednoznačno rešen. Postoje mnogobrojne metode identifikacije proba koje predstavljaju geohemijske anomalije, a neke,od tih metoda su potpuno "matematizovane". Neki autori smatraju da je to matematički problem, koji zavisi od tipa raspodele geološke slučajne promenljive, a priznaju se samo "normalna i "lognormalna" raspodela. Najčešće se za prag geohemijskih anomalija uzima srednja vrednost plus dve ili tri standardne devijacije. Veliki je problem šta pojedini autori uzimaju za srednju vrednost, ako je raspodela stvarno normalna ili lognormalna tada je to najverovatnije medijana, jer se samo ona u oba slučaja poklapa sa modusom. Problem je u tome, što raspodele hemijskih elemenata nisu ni normalne ni lognormalne (H a w k e s i W e b b, 1968), nego se samo tako proglašavaju, a to ima za posledicu znatnu nedoumicu šta je srednja vrednost geološke slučajne promenljive. Ako se uzme da je to aritmetička sredina, tada se sve one raspodele koje su proglašene za lognormalne ne uklapaju u ovaj matematizovani model, a uklapaju se samo tzv. normalne raspodele.

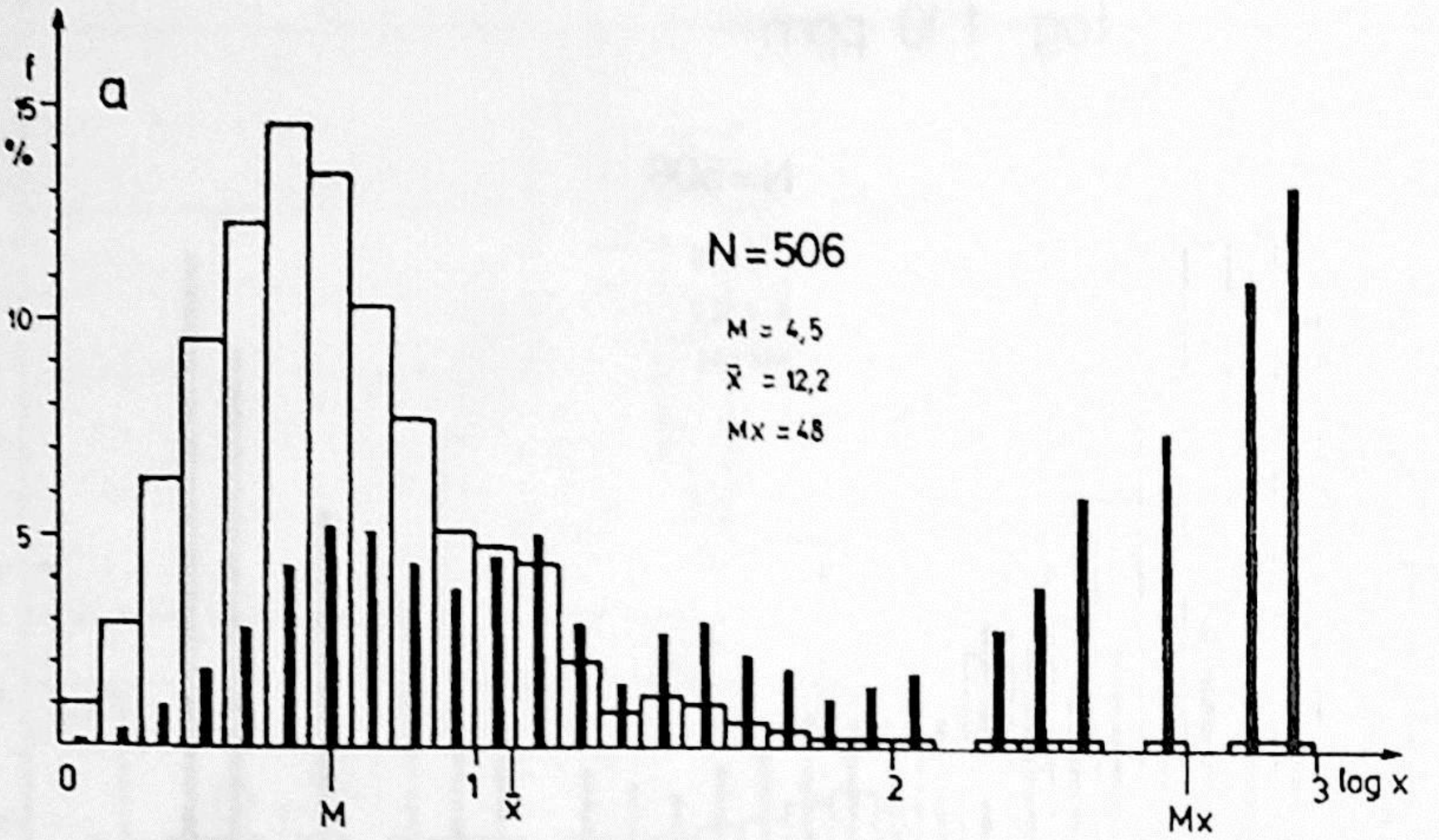


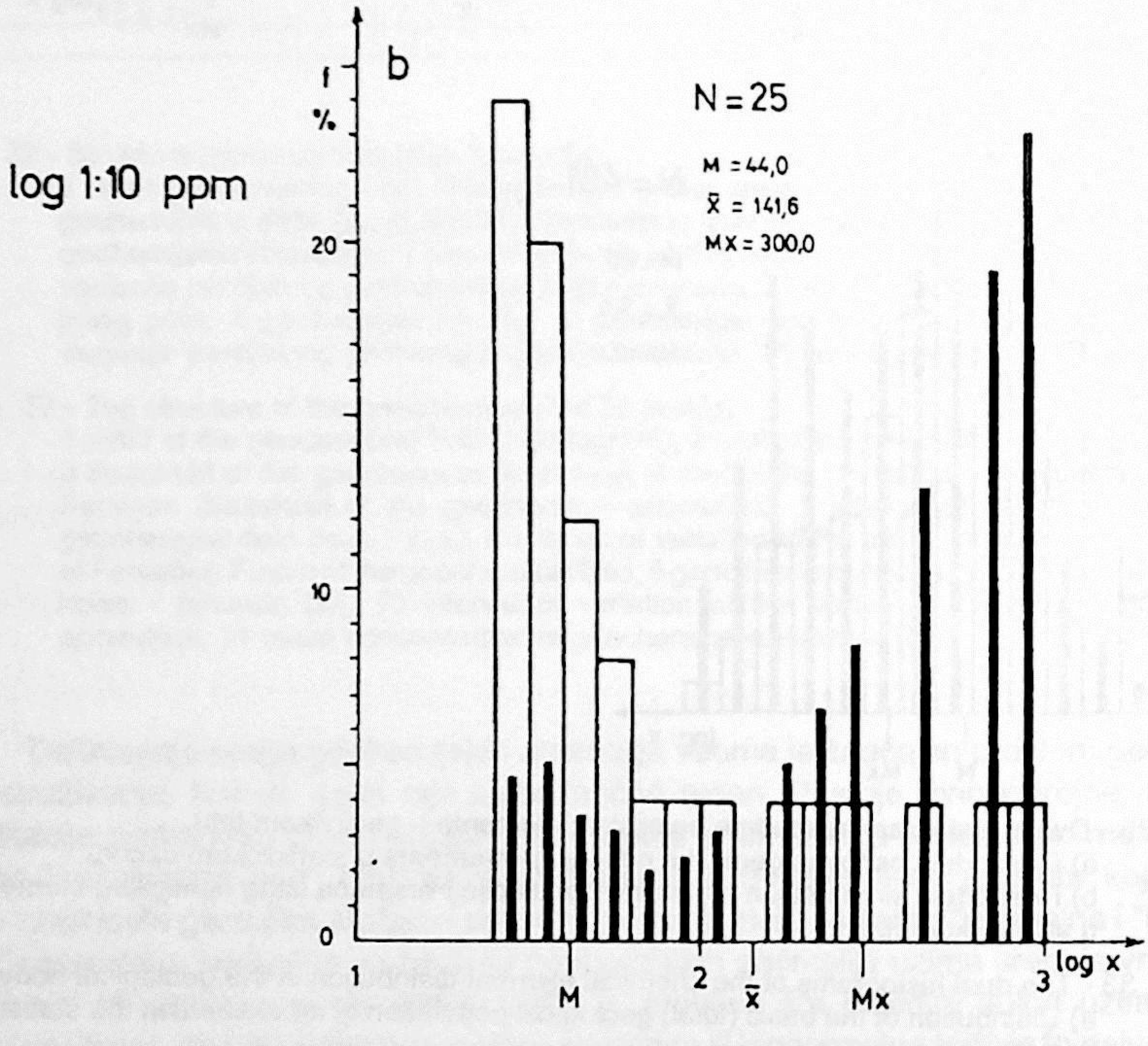


Sl. 33 - Dvojni histogrami raspodele hemijskog elementa u geološkom telu.
a) Raspodela osnovne geološke populacije elementa u statističkom uzorku.
b) Raspodela singenetske parcijalne populacije Fersmana istog hemijskog elementa u statističkom uzorku.

Fig. 33 - The dual histograms of the chemical element distribution in the geological body.
a) Distribution of the basic (total) geological population of an element in the statistical sample.
b) Distribution of Fersmane's syngenetic partial population of the same chemical element in the statistical sample.

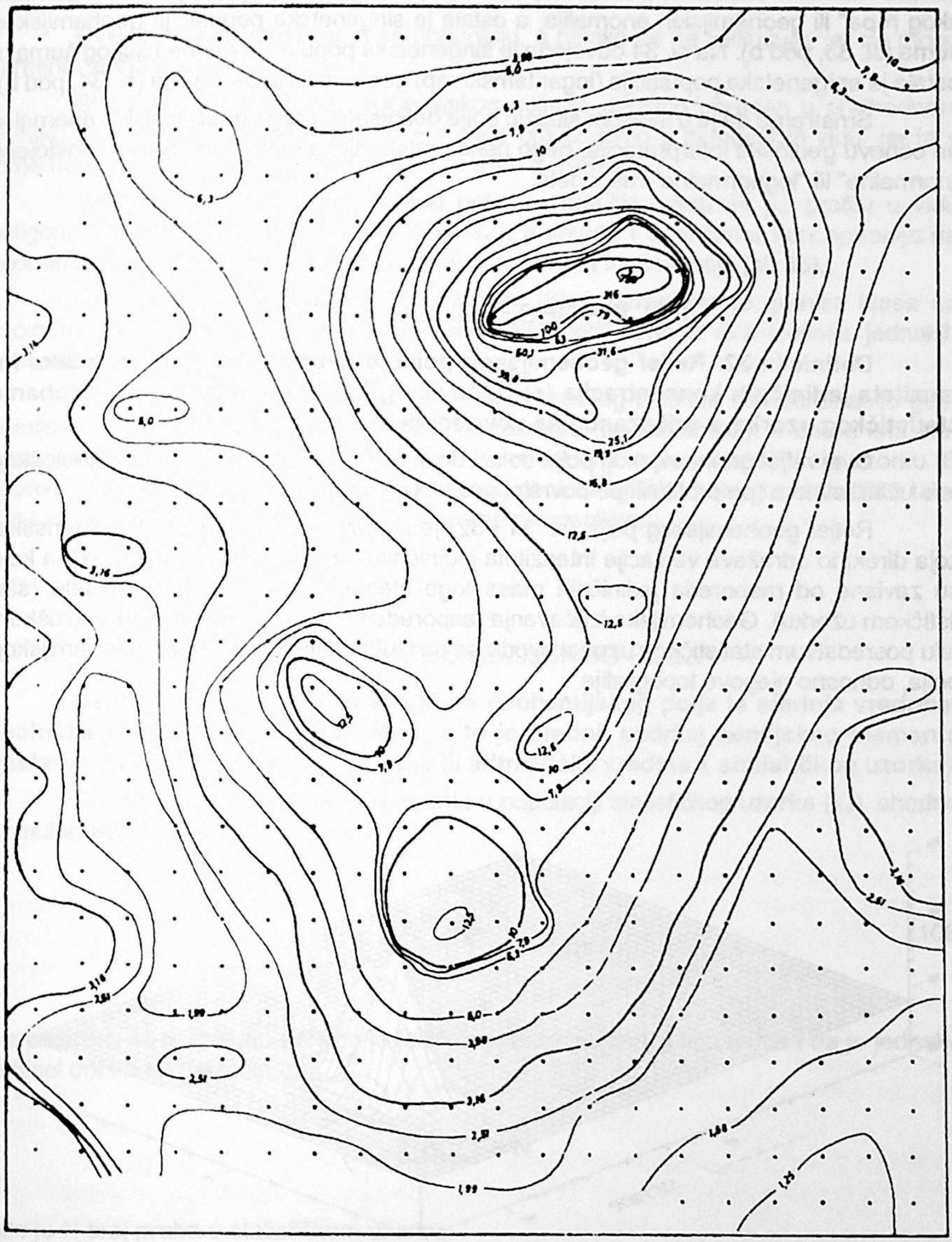
Autor ove monografije smatra da definisanje geohemijskih anomalija nije i ne može biti matematički problem, to je geološki (geohemijski) problem koji se rešava na osnovu geološke (geohemijske) logike, odnosno poznavanja osobina geološke populacije izučavanog hemijskog elementa.





Sl. 34 - Dvojni histogrami raspodele hemijskih elemenata u geološkom telu.
a) Raspodela osnovne geološke populacije elementa u statističkom uzorku.
b) Raspodela epigenetske parcijalne populacije istog hemijskog elementa (logaritamski rep) u statističkom uzorku.

Fig. 34 - The dual histograms of the chemical element distribution in the geological body.
a) Distribution of the basic (total) geological population of an element in the statistical sample.
b) Distribution of the epigenetic partial population of the same chemical element (a logarithmic tail) in the statistical sample.



Sl. 35 - Topografija reljefa (geohemijska karta) geohemijskog polja istog hemijskog elementa u istoj logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:10" ppm (sl. 33 i 34) - iz O m a lj e v (1987a).

Fig. 35 - Topopgraphy of the relief (a geochemical map) of the geochemical field of the same chemical element in the same logarithmic statistical scale "log 1:10" ppm (Figs. 33 and 34) - after O m a lj e v (1987a).

Odvajanje geohemijskih anomalija od singenetskog dela populacije može se efikasno izvršiti na dvojnom histogramu, naročito ako je primenjena logaritamska statistička razmera. Na sl. 33 prikazano je odvajanje epigetskih populacija tzv. "logaritamskog repa" ili geohemijskih anomalija, a ostala je singenetska populacija geohemijskog šuma (sl. 33, pod b). Na sl. 34 odvojena je singenetska populacija geohemijskog šuma, a ostala je epigenetska populacija (logaritamski rep) geohemijskih anomalija (sl. 34, pod b).

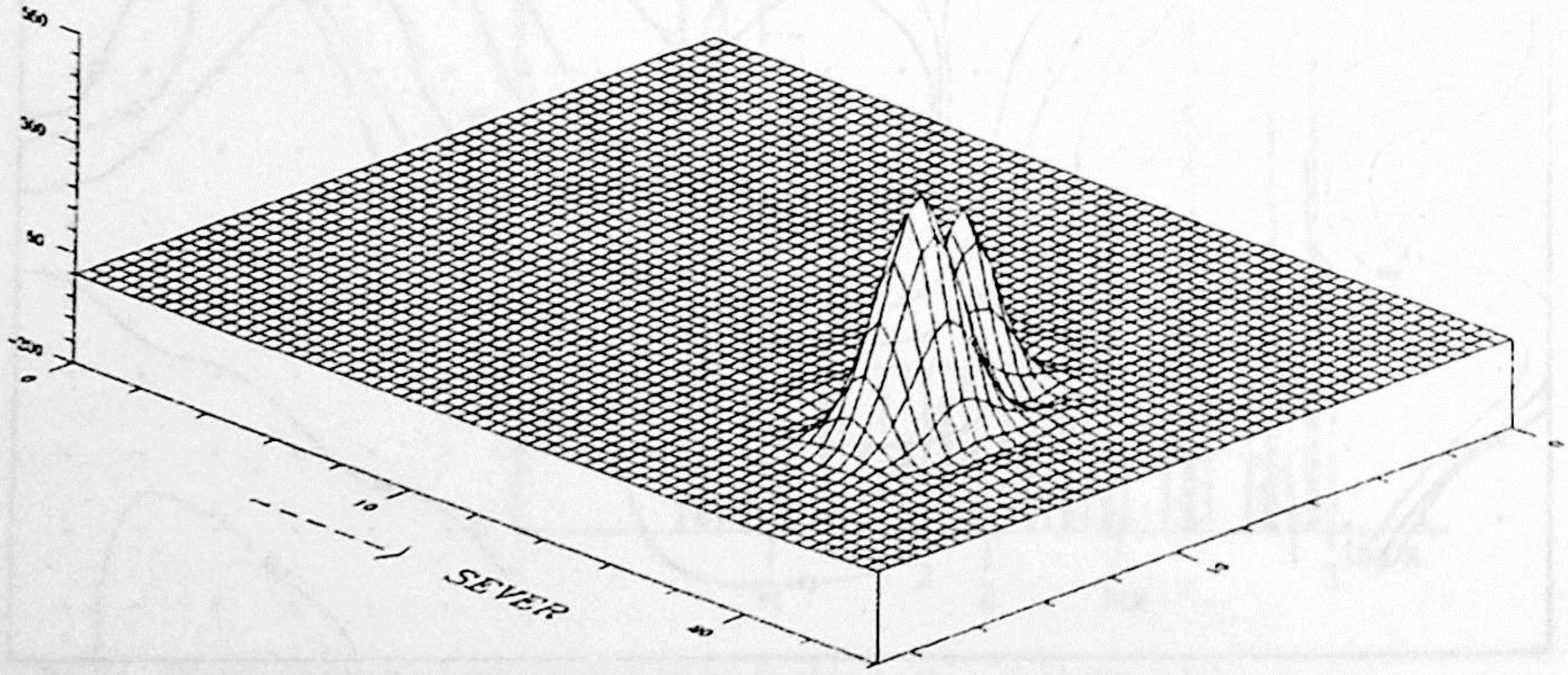
Smatramo da je u svakom slučaju bolje definisanje praga geohemijskih anomalija na osnovu geološke interpretacije, nego neka matematička metoda na bazi nepostojeće "normalne" ili "lognormalne" raspodele.

RELJEF GEOHEMIJSKOG POLJA

Definicija 32: Reljef geohemijskog polja je geometrijsko mesto tačaka intenziteta jediničnih koncentracija (x) izučavanog hemijskog elementa u probama statističkog uzorka, a prikazanog na površini geološkog tela.

Ovaj reljef geohemijskog polja dolazi do izražaja tek kada se površina geološkog tela učini ravnom (po profilu ili po površini geološke karte).

Reljef geohemijskog polja (sl. 31 i 32) je njegova najupečatljivija karakteristika, koja direktno odražava varijacije intenziteta jediničnih koncentracija elementa (x), a koje su zavisne od rasporeda jediničnih masa toga elementa (X) u geološkom telu (statističkom uzorku). Geohemijska izučavanja rasporeda hemijskih elemenata u geološkom telu posredstvom statističkog uzorka svode se na izučavanje forme reljefa geohemijskog polja, odnosno njegove topografije.



Sl. 36 - Topografija reljefa geohemijskog polja istog hemijskog elementa (sl. 33, 34 i 35) u linearnoj statističkoj razmeri.

Fig. 36 - Topography of the relief of the geochemical field of the same chemical element (Figs. 33, 34 and 35) in the linear statistical scale.

Prikaz reljefa geohemijskog polja može biti:

1) Statistički (matematički)

2) Topografski

Ove dve forme izučavanja se dopunjuju, a nikako se ne isključuju, jer ne mogu zameniti jedna drugu.

Statistički prikaz reljefa geohemijskog polja je detaljno obrađen u prethodnom odeljku, a topografski prikaz ovog reljefa sada prikazujemo u skraćenom vidu, jer je o tome nedavno objavljena monografija (O m a lj e v, 1987a).

Topografija reljefa geohemijskog polja se grafički prikazuje po profilu u vidu poligona (sl. 31, pod b) ili histograma (sl. 32), a takođe i izolinijama koncentracija na geohemijskoj karti (sl. 35), a sada sve češće i reljefno u tri dimenzije (sl. 36).

Geohemijska ekvidistancija, po teoremi (9), istovremeno je granica klasa na dvojnom histogramu i interval koncentracije elementa između dve izolinije jednakih koncentracija na geohemijskoj karti.

Autor ove monografije smatra da je od naročitog značaja standardizacija geohemijske ekvidistancije preko tzv. statističke razmere (po teoremi 3), a da se ista standardizacija upotrebljava za sve izučavane hemijske elemente u statističkom uzorku (ili uzorcima, parcijalnim i kolektivnim) određenog geološkog tela; kako za statističku tako isto i za prostornu raspodelu geološke slučajne promenljive.

PARAMETRI GEOHEMIJSKOG POLJA

Definicija 33: Parametar strukture geohemijskog polja je srednja vrednost geološke slučajne promenljive M(x), a to je srednji sadržaj hemijskog elementa (matematičko očekivanje μ populacije ili aritmetička sredina $\bar{x}$ statističkog uzorka).

Srednji sadržaj hemijskog elementa u populaciji statističkog uzorka (x_s), shodno formulama (54 i 61) je:

$$x_s = \frac{\sum X}{\sum q} \qquad (106)$$

a s obzirom na jednačinu (37) da je jedinična masa probe (q) konstanta i da je jednaka jedinici dobijamo (formula 39):

$$\sum q_{const.} = N$$

gde je N broj proba u statističkom uzorku.

Zamenom ove vrednosti u jednačinu (106) dobijamo:

$$x_s = \frac{\sum X}{N}$$

Uzimajući u obzir jednačinu (40), gde je (X = x)

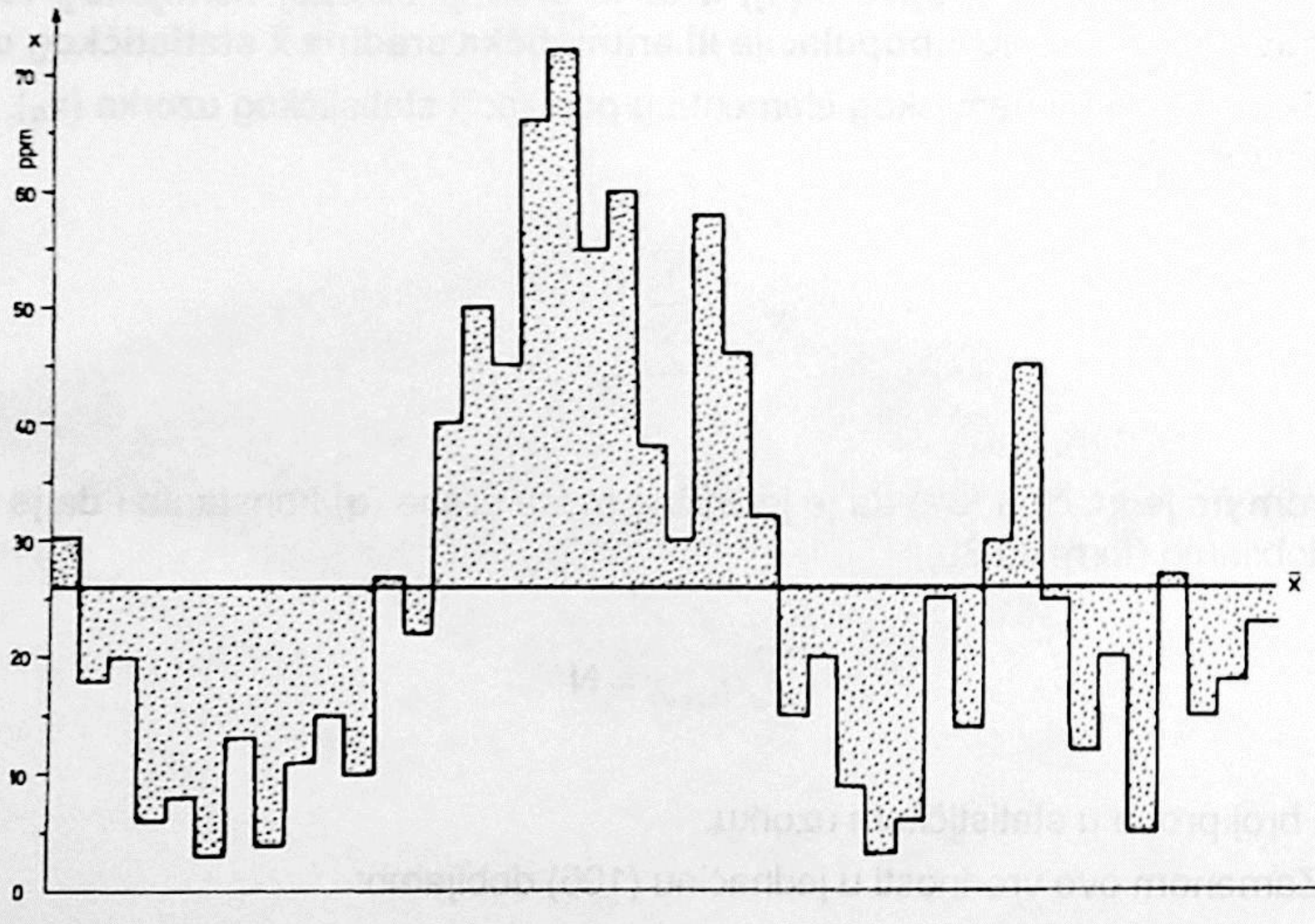
$$x_s = \frac{\sum x}{N} = \bar{x} \qquad (107)$$

dobijamo opštu jednačinu za izračunavanje aritmetičke sredine (formule 54 i 62). Na taj način ponovo smo matematički došli do toga da je srednja vrednost koncentracije hemijskog elementa u statističkom uzorku aritmetička sredina.

Srednji sadržaj kao aritmetička sredina (po definiciji 26) jediničnih koncentracija hemijskog elementa u probama statističkog uzorka je osnovni parametar geohemijskog polja.

Geometrijski posmatrano, srednji sadržaj jediničnih koncentracija hemijskog elementa predstavlja ravan koja seče reljef geohemijskog polja po sredini (sl. 32). Računajući srednji sadržaj mi zaravnjujemo reljef geohemijskog polja (sl. 37) tako, da odsečenim uzvišenjima popunjavamo udubljenja na histogramu reljefa geohemijskog polja.

Hipotezu o postojanju srednjeg sadržaja za svaki hemijski element u Zemljinoj kori postavio je F. V. K l a r k još 1889. godine (po V e r n a d s k o m, 1983). Za izračunavanje srednjeg sadržaja u geološkim telima Zemljine kore Klark je upotrebio aritmetičku sredinu ($\bar{x}$) i zbog toga je bio žestoko kritikovan i osporavan od savremenika. Njegovu metodu su početkom XX veka prihvatili i unapredili Vernadski i Fersman; oni su izračunavali srednje sadržaje hemijskih elemenata za stene, koje su nazivali "geohemijska sredina". Ovi autori su na najbolji mogući način postaviliu temelje ovog dela geohemije, ali su mnogi savremeni istraživači odstupili od ovih principa, pa srednji sadržaj



Sl. 37 - Prava srednjeg sadržaja hemijskog elementa (aritmetičke sredine $\bar{x}$ statističkog uzorka) zaravnjuje reljef geohemijskog polja (po profilu - sl. 32); geohemijski fon ($\bar{x}_g$).

Fig. 37 - The line of the mean content of a chemical element (arithmetical mean $\bar{x}$ of the statistical sample) flattens the relief of the geochemical field (in profile - Fig. 32); the geochemical phone ($\bar{x}_g$).

različito izračunavaju: kao aritmetičku sredinu (samo za normalne raspodele), kao geometrijsku sredinu; ili uzimaju medijanu ili modus; a to autor ove monmografije smatra pogrešnim.

Razlika između Klarka i njegovih savremenika nije bila tako velika, jer se radilo o upotrebi proste ili složene (ponderisane) aritmetičke sredine (upotreba formule 54 ili 56), ali je bitno da je to uvek bila aritmetička sredina. U svakom slučaju, kada za to ima geološkog rezona i mogućnosti, bolje je upotrebiti ponderisanu (formula 56) od proste aritmetičke sredine (formula 54), a kada je broj podataka o jediničnim koncentracijama dovoljno velik, razlika između ovih aritmetičkih sredina se smanjuje. Tako su istovremeno bili u pravu i Klark (imao je na hiljade podataka) i njegovi savremenici. Najveći je problem bio i ostao u oceni veličine pondera, što je više vezano za ocenu, nego za merenje. Predpostavljamo da je Klark iz razloga netačne ocene pondera (zastupljenosti pojedinih stena u Zemljinoj kori) žestoku branio upotrebu proste aritmetičke sredine (C l a r k e, 1924; C l a r k e, and W a s h i n g t o n, 1924), a tu je svakako bio u pravu (naročito kada je metoda uzorkovanja slučajno uzimanje proba). Proširena (ponderisana) aritmetička sredina se najviše primenjuje za izračunavanje srednjeg sadržaja rudnih elemenata za proračun rudnih rezervi (J a n k o v i ć, 1957).

Srednji sadržaj kao aritmetička sredina, prosta ili proširena, predstavlja element strukture geohemijskog polja, parcijalnog ili kolektivnog, a koji nazivamo:

1) geohemijski fon,

2) geohemijski šum, i

3) koncentracija anomalije.

Geohemijski fon

Srednji sadržaj hemijskog elementa u geohemijskoj sredini (geološkom telu) mnogi autori (naročito na istoku) nazivaju "geohemijski fon". Autori sa zapada nisu prihvatili ovaj termin, ili ga oni drugačije nazivaju (background, fond), najčešće samo "average content" ili "la teneur moyene".

Nismo uspeli da utvrdimo ko je prvi upotrebio termin "fon" na istoku, a predpostavka je (usmeno saopštenje S. P i r c a) da ovaj termin vodi poreklo od francuskog "fond", što znači osnova ili pozadina nečeg. Isto značenje ima i engleska reč "background".

Najveći broj autora na istoku drži se definicije date u "Geologičeskom slovaru" (tom 2, 1978): "*Fon geohemijski je srednji sadržaj elementa u steni određenog tipa, koja zauzima značajne površine, a nije vezana sa konkretnim ležištima. Sadržaji elemenata mogu biti kao klarkovi, a takođe i viši (češće) ili niži (ređe) od klarkovih*". Ova definicija isto odgovara osnovi ili pozadini, kako se determiniše ovaj termin na zapadu.

Za čuđenje je tvrđenje da fon može češće biti iznad klarka, a ređe niži od klarka; to je u direktnoj suprotnosti sa ovom definicijom klarka kao srednjim sadržajem elementa na globalnom nivou geološke organizacije materije Litosfere.

Polazeći od ideja Klarka, Vernadskog i Fersmana, autor ove monografije daje drugu definiciju geohemijskog fona, polazeći od grčke reči "foni" (φωνμ), što znači "zvuk", a ova reč se nalazi u korenu mnogih reči ili termina u vezi sa akustikom. Iz fona kao zvuka izdvaja se **šum** kao pozadina i **zvučni signal** kao anomalija.

Definicija 34: Geohemijski fon ($\bar{x}_g$) je srednji sadržaj (aritmetička sredina) hemijskog elementa osnovne geološke populacije u geološkom telu.

Jedini problem je u kolikoj meri geološka populacija elementa u statističkom uzorku reprezentuje osnovnu geološku populaciju toga elementa u geološkom telu. Nema i nesme biti nikakve diskriminacije, ne može se odbaciti ni jedna proba iz bilo kojeg razloga, sem razloga reprezentativnosti. To znači da ne postoje pouzdane metode da se odbaci bilo koja proba zato "što je u vezi sa konkretnim ležištima".

Geohemijski fon je parametar koji reprezentuje geološku populaciju, što se najbolje iskazuje kao parametar geohemijskog polja (sl. 32) koji na matematički način zaravnjuje njegov reljef (sl. 37). Zato je ovaj termin vezan za geološko telo, a to znači da rang geološkog tela u geološkoj organizaciji materije Zemljine kore označava i rang geohemijskog fona. Iz praktičnih razloga geohemijskih izučavanja (geohemijska prospekcija) geohemijski fon može biti: **regionalni** i **lokalni**.

F e r s m a n (1955, s. 162) je još 1923. godine predložio da se srednji sadržaj hemijskog elementa u stenama Zemljine kore imenuje terminom "*klark*", u čast **F.V. Klarka**. Ovaj termin je u upotrebi na istoku, a na zapadu (postojbini Klarka) ovaj termin nije prihvaćen. B e u s i G r i g o r j a n (1975) razlikuju klark kao globalni parametar, od lokalnog parametra geohemijskog fona, a to navodi na pomisao da ovi autori smatraju da ovi termini nisu ravnopravni.

Definicija 35: Termin "klark" je globalni geohemijski fon, a to je srednji sadržaj ($\bar{x}_c$) hemijskog elementa u globalnom geološkom telu.

Na osnovu naše definicije (35), klark (kako ga je imenovao Fersman) jeste "globalni geohemijski fon" ($\bar{x}_c$), koji može biti za celu Zemljinu koru, za kontinentalnu ili okeansku koru, za globalna geološka tela (npr. kisele, intermedijarne i bazične magmatske stene; za granite kontinentalne kore; itd., kako ih već imenuju pojedini autori).

Na osnovu naše definicije, srednji sadržaj ($\bar{x}$) rudnih elemenata pojedinih ležišta u celini (sa svim orudnjenjem) ili za pojedina rudna tela, predstavlja lokalni geohemijski fon. Da bi se istakla razlika može se naći pogodan termin, npr. "*interni geohemijski fon*" (O m a lj e v, 1987a, s. 52) za rudna tela.

Autor je ranije (O m a lj e v, 1982d, s. 108 na tabeli 4) izračunao srednje sadržaje urana za različite zone ležišta urana Žirovski vrh, a to je lokalni geohemijski (ili interni) fon (po sadašnjem shvatanju). Vrednost ovog lokalnog geohemijskog fona je maksimalna za najbogatiji deo ležišta, tzv. "I rudonosni paket" (118 ppm U), za centralni deo ležišta je 40 ppm, zatim progresivno opada po zonama ležišta sve do 7,8 ppm U. Ako računamo kumulativno po zonama ležišta, ovaj geohemijski fon opada od 40 ppm, pa sve do 10,2 ppm U, što je vrednost geohemijskog fona za celu površinu ležišta površine oko 3 km^2.

Geohemijski šum

Kao posledica savremene definicije geohemijskog fona (Geologičeskij slovar, 1978), napori mnogih istraživača su usmereni na eliminaciju onih proba "koje su u vezi sa konkretnim ležištima", tj. na koje su delovali procesi koji dovode do stvaranja rudnih mineralizacija. Smatramo da je ovo savremena varijanta odstupanja od ideja utemeljivača geohemije: Klarka, Vernadskog i Fersmana. pri tome je akcenat na matematizaciji rešenja ovog problema, smatrajući da se time postiže egzaknost i nepristrasnost postupka definisanja geohemijskog fona i geohemijskih anomalija.

Principijelno posmatrano, geološko telo je onakvo kakvog ga okonturimo, a to zavisi od definisanja "geohemijske sredine", odnosno geološkog kontinuuma (npr. "sivi peščar", ili "granodiorit", ili "alterisani granit", itd.).

Osnovna geološka populacija geoloških tela rudnih rejona, po pravilu se sastoji iz dva dela:

1) **Singenetski deo populacije**, gde se rudni element nalazi u steni, najčešće u petrogenim mineralima.

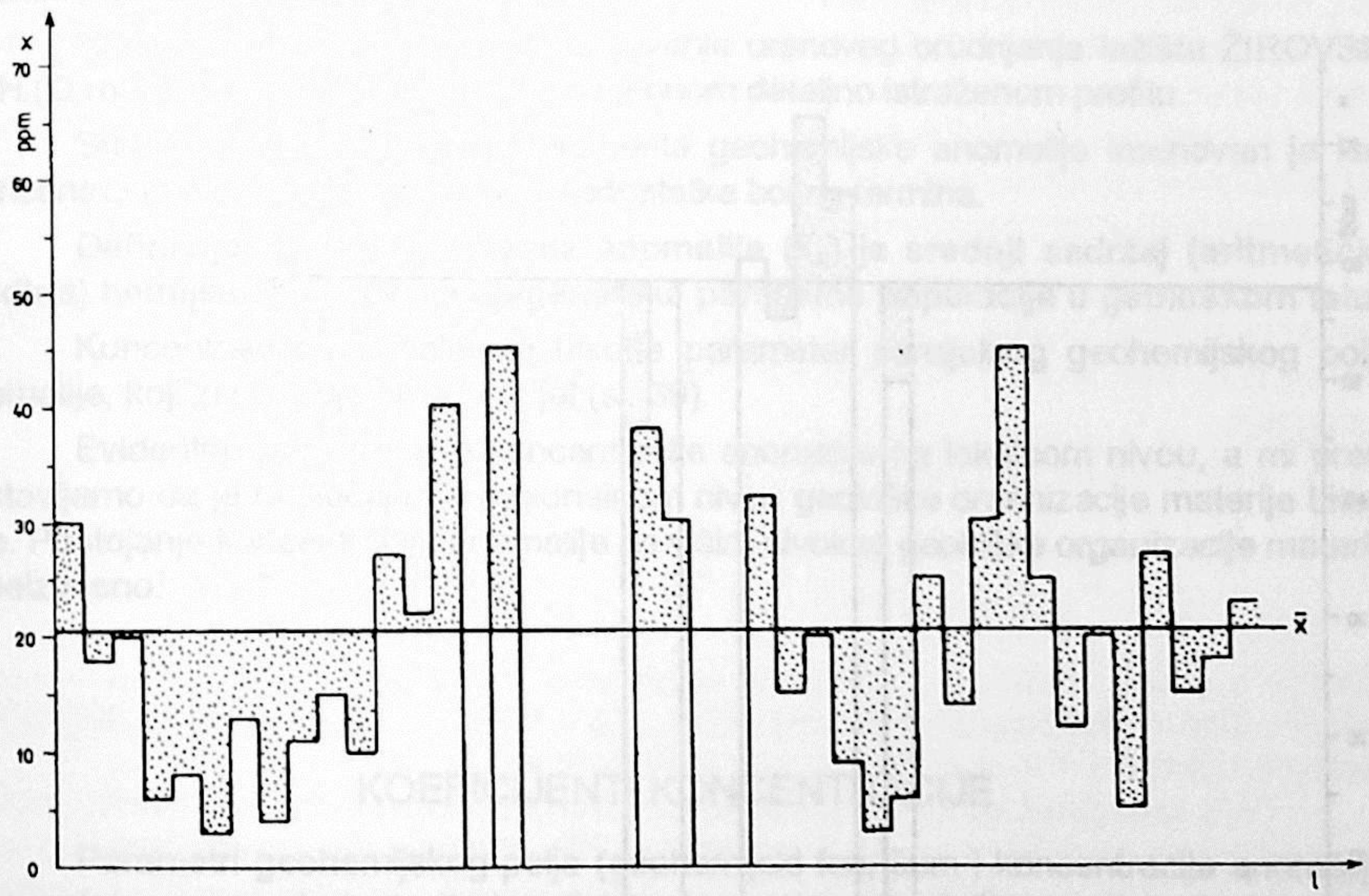
2) **Epigenetski deo populacije**, gde se rudni element nalazi u sopstvenim mineralima.

Odbacivanjem proba koje predstavljaju geohemijske anomalije, na nivou praga geohemijskih anomalija, ostaje nam statistički uzorak singenetske parcijalne populacije. Formira se geohemijsko polje singenetskog dela populacije kao "parcijalno geohemijsko polje šuma", koje ima svoju strukturu (sl. 32). Srednji sadržaj ovog dela populacije jeste "geohemijski šum".

Definicija 36: Geohemijski šum je srednji sadržaj (aritmetička sredina) hemijskog elementa singenetske parcijalne populacije u geološkom telu, a imenujemo ga terminom "fersman" ($\bar{x}_f$).

Geometrijski posmatrano, geohemijski šum predstavlja ravan paralelnu apscisnoj osi koja niveliše (zaravnjuje) reljef geohemijskog polja šuma (sl. 38).

Autor je ranije predložio (O m a lj e v, 1982b, 1983d, 1983e, 1986a, 1986e, 1987a, 1987d) da se geohemijski šum imenuje terminom **"fersman"**, u čast **A.E. Fersmana**. U skladu sa tim imenujemo "geohemijsko polje Fersmana" i "Fersmanovu populaciju".



Sl. 38 - Prava srednjeg sadržaja hemijskog elementa (aritmetička sredina) zaravnjuje reljef parcijalnog geohemijskog polja Fersmana (geohemijski šum, fersman $\bar{x}_f$ - sl. 32).

Fig. 38 - The line of the mean content of a chemical element (arithmetical mean) flattens the relief of the partial geochemical field of Fesman (geochemical noise, fersman $\bar{x}_f$

Geohemijsko polje Fersmana je diskontinuirano, jer ostaju praznine posle odbacivanja proba koje predstavljaju geohemijske anomalije (sl. 38), jer se u jednoj probi kao jediničnoj veličini ne mogu prepoznavati, pa ni izdvajati bilo kakve strukture nižega reda.

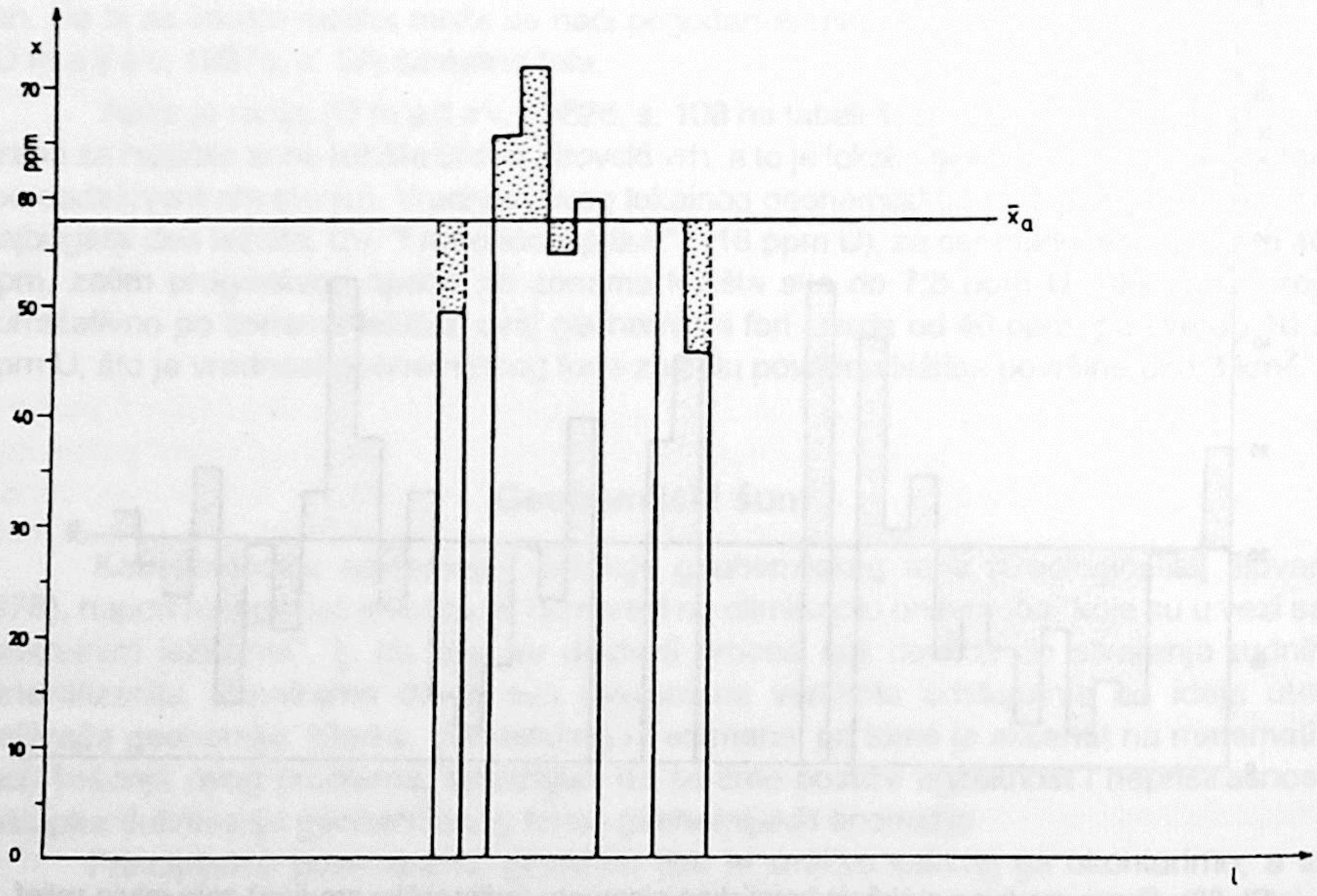
Evidentno je postojanje geohemijskog šuma (fersmana) za rudne i rudonosne geološke formacije (geološka tela) na lokalnom nivou geološke organizacije materije Litosfere, ali je neizvesno postojanje geohemijskog šuma viših nivoa ove organizacije.

Geohemijske anomalije

Odvajanjem proba geološke populacije na nivou praga geohemijskih anomalija dobijamo novu populaciju proba koju zovemo "geohemijska anomalija". Ovaj epigenetski deo populacije takođe ima sopstveno "geohemijsko polje anomalije", koje je diskontinuirano (sl. 39), ali ima svoju strukturu sa svim atributima geohemijskog polja.

Odsecanjem logaritamskog repa, odnosno definisanje praga geohemijskih anomalija je geološki problem, a taj postupak je interpretacija, često u više kombinacija. Rudni elementi su u svojim mineralizacijama i orudnjenjima najčešće levoasimetrično raspoređeni, a primena logaritamske statističke razmere omogućava izdvajanje epigenetskih populacija geohemijskih anomalija u tzv. logaritamskom repu. Ranije je prikazan primer sa ležišta urana Žirovski vrh (O m a lj e v, 1987c), gde je otsecan logaritamski rep u tri kombinacije, a koeficijent koncentracije Klarka je takođe računat u tri kombinacije.

Geohemijske anomalije predstavljaju visove u reljefu geohemijskog polja (sl. 32), što predstavlja "signal" za postojanje orudnjenja. Sa aspekta "korisnosti" akumulacija



Sl. 39 - Prava srednjeg sadržaja ($\bar{x}_a$) hemijskog elementa (aritmetička sredina) zaravnjuje reljef parcijalnog geohemijskog polja anomalija.

Fig. 39 - The line of the mean content (arithmetical mean $\bar{x}_a$) flattens the relief of the partial geochemical field of anomalies.

hemijskog elementa razlikujemo tri vrste geohemijskih anomalija (O m a lj e v, 1987a, s. 56):

1) Rasejane male akumulacije elementa
2) Oreole orudnjenja
3) Orudnjenje

U prirodi ne postoje jasne granice između ovih tipova geohemijskih anomalija, svaka klasifikacija polazi od naših potreba. Rasejane male akumulacije hemijskih elemenata nekad se nazivaju "stenske" ili "lažne" anomalije. Međutim, ovakve anomalije rudnih elemenata su stvarne, ali nemaju veze sa nekim orudnjenjem, već predstavljaju lokalne akimulacije korisnih elemenata u steni. Veliki je broj ovih anomalija, a velika je odgovornost proglasiti neku anomaliju za "lažnu", jer to povlači prestanak interesovanja za nju.

Identifikacija oreola orudnjenja cilj je geohemijske prospekcije, jer su ove anomalije pravi "signali" za postojanje orudnjenja. Za to je potrebno iskustvo, ali i dobra dokumentacija raspodele korisnih, a i ostalih hemijskih elemenata koji mogu biti indikatori postojanja geohemijskih procesa koji mogu dovesti do akumulacije korisnih elemenata u vidu orudnjenja. Smatramo da metoda na bazi pricipa "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive" ima prednost nad drugima i da će u praksi dati najbolje rezultate. Ova metoda prikazuje raspodele masa elemenata na standardizovani način, tako da se rezultati mogu upoređivati međusobno, a i u odnosu na druge hemijske elemente; što nije slučaj sa drugim metodama.

Orudnjenje kao geohemijska anomalija predstavlja ležište određenog hemijskog (rudnog) elementa, koje je već otkriveno, samo ga treba geohemijski izučiti radi boljeg iskorišćenja u postupku eksploatacije.

Ranije je dat primer takvog izučavanja uranovog orudnjenja ležišta ŽIROVSKI VRH (O m a lj e v, 1987a, s. 62 i 63), na jednom detaljno istraženom profilu.

Srednji sadržaj hemijskog elementa geohemijske anomalije imenovan je kao "koncentracija anomalije", iz razloga nedostatka boljeg termina.

Definicija 37: Koncentracija anomalije ($\bar{x}_a$) je srednji sadržaj (aritmetička sredina) hemijskog elementa epigenetske parcijalne populacije u geološkom telu.

Koncentracija anomalije je takođe parametar parcijalnog geohemijskog polja anomalije, koji zaravnjuje njegov reljef (sl. 39).

Evidentno je postojanje koncentracije anomalije na lokalnom nivou, a mi predpostavljamo da je to slučaj i na regionalnom nivou geološke organizacije materije Litosfere. Postojanje koncentracije anomalije na višim nivoima geološke organizacije materije je neizvesno.

KOEFICIJENTI KONCENTRACIJE

Parametri geohemijskog polja (geohemijski fon, šum i koncentracija anomalije) su apsolutne mere akumulacije hemijskih elemenata u geološkim populacijama, a kao takvi nisu pogodni za upoređenje jedne geološke populacije sa drugom populacijom. Iz tih razloga uvedeni su "koeficijenti koncentracije" kao relativne mere koncentrisanosti, odnosno akumulacije hemijskih elemenata u geološkim populacijama. P e r e lj m a n (1979) misli da je ovaj koeficijent uveo Fersman, a S o l o v o v (1985) misli da je to uradio Vernadski.

Imenovanje koeficijenta koncentracije dolazi od onog parametra koji se nalazi u imenitelju razlomka, a to je parametar koji predstavlja referentni nivo sa kojim se upoređuje neki drugi parametar.

Uzimajući u obzir naše definicije parametara geohemijskog polja, kao i imenovanje nekih termina kao referentnih za upoređenje, imamo tri vrste ovih koeficijenata:

1) Koeficijent koncentracije Klarka (Kc)

2) Koeficijent koncentracije Fersmana (Kf)

3) Koeficijent kontrasnosti geohemijske anomalije (Kk).

Definicija 38: Koeficijent koncentracije Klarka (Kc) je odnos parametara geohemijskog polja sa klarkom: a) geohemijskog fona (Kc_g), b) geohemijskog šuma (Kc_f), i c) geohemijske anomalije (Kc_a).

a) Koeficijent koncentracije Klarka za geohemijski fon različitih rangova:

$$Kc_g = \frac{\bar{x}_g}{\bar{x}_c} \tag{108}$$

iskazuje stepen akumulacije hemijskog elementa u odnosu na globalni nivo organizacije materije Litosfere (globalna geološka tela).

Globalna geološka tela su različito definisana od strane pojedinih autora, a to je učinjeno u tablicama koje su ti autori dali, gde su dati srednji sadržaji kao klarkovi hemijskih elemenata; npr. za Zemljinu koru (V i n o g r a d o v, 1962); za granite kontinentalne kore (T a y l o r, 1964); za razne vrste stena Zemljine kore (T u r e k i a n, and W e d e p o h l, 1961); za sedimentni sloj kontinentalne kore (R o n o v, i J a r o š e v-s k i, 1976); za granite, za granodiorite (B e u s, i G r i g o r j a n, 1975); i dr. Postoje velike razlike za vrednosti klarka kod pojedinih autora ovakvih tablica, pa je nužno uvek naglasiti autora i godinu izdanja za vrednost klarka koji se uzima u proračun. Korisno je načiniti više komparativnih proračuna ovog koeficijenta koncentracije, iz razloga što se vrednosti klarka za iste vrste stena nekad veoma razlikuju kod pojedinih autora, a mi ne znamo koja je vrednost (koji autor) najpouzdanija.

Ovaj koeficijent (formula 108) može poslužiti za sagledavanje stepena tzv. geohemijske specijalizacije (O m a lj e v, 1987a), mada nije dovoljno imati samo vrednost koeficijenta, već imati i rezultate kompleksnih mineraloško-petrološko-geohemijskih izučavanja.

b) Koeficijent koncentracije Klarka za geohemijski šum (fersman):

$$Kc_f = \frac{x_f}{\bar{x}_c} \tag{109}$$

iskazuje stepen akumulacije hemijskog elementa u singenetskoj populaciji Fersmana u odnosu na globalni nivo geološke organizacije materije Litosfere.

Ovaj koeficijent koncentracije se takođe može izračunavati u više kombinacija, a preporučljivo je da te kombinacije budu iste kao i za izračunavanje koeficijenta koncentracije Klarka za geohemijski fon. Tada se može pouzdano sagledati stepen obogaćenja ili osiromašenja singenetskog dela geološke populacije u izučavanom hemijskom elementu, a što može biti od značaja za vrednovanje stepena geohemijske specijalizacije neke geohemijske sredine na pojedine rudne elemente.

c) Koeficijent koncentracije Klarka za geohemijske anomalije:

$$Kc_a = \frac{\bar{x}_a}{\bar{x}_c} \qquad (110)$$

iskazuje stepen akumulacije hemijskog elementa u epigenetskoj geološkoj populaciji (uključujući i rudne anomalije) u odnosu na globalni nivo geološke organizacije materije Litosfere. Stepen akumulacije rudnih elemenata može biti različit, nekad veoma visok; što ukazuje na metalogenetsku specijalizaciju geohemijske sredine sa aspekta rudnih akumulacija nekog od korisnih rudnih elemenata.

Definicija 39: Koeficijent koncentracije Fersmana (Kf) je odnos geohemijskog fona sa geohemijskim šumom (fersmanom):

$$Kf = \frac{\bar{x}_g}{\bar{x}_f} \qquad (111)$$

Ovaj koeficijent iskazuje stepen sopstvene akumulacije (O m a lj e v, 1987a) hemijskog elementa u geohemijskoj sredini u odnosu na njegovu akumulaciju u singenetskom delu osnovne geološke populacije. Ukoliko su vrednosti geohemijskog fona i šuma bliže, utoliko numeričke vrednosti ovog koeficijenta teže maksimalnoj vrednosti, a to je jedinica ($Kf_{max} = 1$). Ovaj koeficijent je pogodan za ocenu metalogenetske specijalizacije sopstvene geohemijske sredine, sa aspekta njene metalogenetske pogodnosti za formiranje orudnjenja.

Definicija 40: Koeficijent kontrasnosti (Kk) geohemijske anomalije je odnos koncentracije anomalije sa geohemijskim fonom ili šumom (fersmanom).

a) Koeficijent kontrasnosti geohemijske anomalije, u odnosu na geohemijski fon:

$$Kk_g = \frac{\bar{x}_a}{\bar{x}_g} \qquad (112)$$

iskazuje stepen kontrasnosti same geohemijske anomalije u odnosu na kolektivnu geološku populaciju geohemijske sredine. Numerička vrednost ovog koeficijenta uvek je veća od jedinice (Kk >1).

b) Koeficijent kontrasnosti geohemijske anomalije, u odnosu na geohemijski šum:

$$Kk_f = \frac{\bar{x}_a}{\bar{x}_f} \qquad (113)$$

iskazuje maksimalnu kontrasnost geohemijske anomalije (uključujući i rudne anomalije), jer su suprostavljene dve maksimalno polarisane parcijalne populacije.

* *
*

Uloga ovih koeficijenata koncentracija i kontrasnosti je da se brojčano izraze karakteristike akumulacija hemijskih elemenata u geološkim telima kao geohemijskim sredinama. Najznačajnije je da postoji mogućnost rangiranja ovih geohemijskih sredina po brojnim vrednostima koeficijenata koncentracija i kontrasnosti, što će biti od naročitog

značaja kod metalogenetskih izučavanja* kada treba izraziti perspektivnost neke geološke formacije u pogledu otkrića korisnih mineralnih sirovina u njoj.

Prilikom korišćenja ovih koeficijenata nužno je navesti podatak o autoru, broju formule i godini izdanja rada, da bi se izbegli nesporazumi, jer radovi npr. autora ove monografije nisu identični; u toku vremena bilo je evolucije u pogledu rešavanja pojedinih problema statističke obrade geoloških podataka.

---

* Posle završetka izrade "Metalogenetske i prognozne karte prve faze", izrađen je projekat "Dopunska osnovna geološka istraživanja na celoj teritoriji i u rudnim rejonima Srbije bez pokrajina", koji je usvojen od strane Stručne komisije Republičke SIZ (sada Republički fond) za geološka istraživanja Srbije 1982. godine. Ovim projektom su predviđena "Metalogenetska istraživanja rudnih rejona II faze (etape)". Autor ove monografije, učesnik ovih istraživanja od 1979. godine, objavio je koncepciju metalogenetskih istraživanja 1984. godine (RADOVI Geoinstituta, knj. 17, s. 27-50; TEHNIKA, separat RGM, br. 5/84, s. 627-633), a na osnovi pomenutog usvojenog projekta.
Izrađeni su projekti "Osnovnih geoloških (metalogenetskih) istraživanja rudnih rejona, II etape" za rudne rejone Golija i Šumadija, koji nisu prihvaćeni, jer je recenzent Slobodan Janković dao negativnu ocenu. Tako je oborena moderna koncepcija metalogenetskih istraživanja, a sada se ona uopšte ne izvode. Bitna komponenta predloženih metalogenetskih istraživanja bila je izrada geohemijske karte, po metodi na bazi principa "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive". Na taj način bi stekli prednost na svetskom tržištu, jer bi izrada takve karte bila atraktivna na svetskom nivou.

FIKTIVNI ELEMENT

U praksi mnogih istraživača nalaze se primeri da se sa jediničnim koncentracijama (sadržajima) hemijskih elemenata izvode računske operacije (sabiranje, množenje, delenje), ne vodeći računa o fizičkoj realnosti (suštini) da se ne mogu sabirati, množiti niti deliti supstancije različitih fizičkih osobina. Na osnovu pomenutih matematičkih operacija, u literaturi se sreću primeri (B e u s i G r i g o r j a n, 1975, i mnogi drugi) ovih matematičkih operacija, sa donošenjem dalekosežnih zaključaka. O tome u literaturi nema nikakvog obrazloženja, ne postoji nikakva hipoteza na osnovu koje bi se mogle izvoditi pomenute računske radnje.

Autor ove monografije je definisao tzv. "fiktivni" element* (O m a lj e v, 1987a), da bi prekratio ovakvo nedefinisano stanje u geohemijskoj praksi. Sada idemo korak dalje, mada smo svesni da postoje još mnoge mogućnosti da se reše mnogobrojni problemi u vezi sa izvođenjem računskih operacija sa jediničnim veličinama realnih elemenata.

Kao prvo, da bi se jasno napravila razlika, za fiktivni element nikada se ne može reći da je to hemijski element, što treba (po pravilu) stalno isticati za realne elemente. Međutim, već iz simbola elemenata često se može zaključiti kad se radi o realnom (hemijskom) elementu, a kada se radi o fiktivnom elementu.

Ne treba nikada zaboraviti da je opšti princip u fizici i hemiji da se bilo koje računske operacije mogu izvoditi samo za istu vrstu supstancije. Ne može se sabrati, pomnožiti niti podeliti gvožđe (Fe) i sumpor (S), to je uvek samo gvožđe i sumpor kada se posmatraju u fizičkoj realnosti. Ako dođe do hemijske reakcije između gvožđa i sumpora, stvara se nova vrsta supstancije, sulfid gvožđa koja nema nikakvih fizičkih osobina koje su slične gvožđu i sumporu. Novo jedinjenje sulfid gvožđa u našem Mineralnom svetu nema ništa zajedničko sa gvožđem i sumporom; a posmatranje na atomskom nivou organizacije materije (što pripada Kvantnom svetu, i to Nano-svetu) je za nas u Mineralnom svetu nešto kao "apstrakcija". Međutim, mi znamo da se forme pojavnosti supstancije u formi korpuskula menjaju prelaskom iz Kvantnog u Mineralni svet, pa ta znanja koristimo na formalan, matematički način. Sada to proširujemo u formi hipoteze o "postojanju" fiktivnog elementa, za sada i u buduće samo na papiru.

Ako kažemo da je mineral pirit sulfid gvožđa s formulom FeS_2 mi smo zavirili u Kvantni svet, ali ako kažemo da kristal minerala pirita sadrži 46,58% mase gvožđa i 53,42% mase sumpora mi se nalazimo u Kvantnom (Nano) svetu; tu sada nema kristala pirita, tu sada ima samo atoma gvožđa i atoma sumpora u specijalnom odnosu kristalne

---

* Autor nije našao pogodniji termin, a smatra da termin "fiktivni element" u potpunosti izražava prirodu zbira, proizvoda ili količnika jediničnih masa hemijskih (realnih) elemenata.

rešetke. Da bi, ipak, došli do kristala pirita mi moramo sabrati atome gvožđa i atome sumpora u odnosu 1:2 i kazati da je to sada nova korpuskula, kristal minerala koga zovemo "pirit"; a sa tom operacijom opek se nalazio u Mineralnom (Makro) svetu, gde nema atoma ni gvožđa ni sumpora, ovde ima samo kristala minerala pirita. Ipak smo došli na jednu novu poziciju da možemo na neki način sabirati supstancije različitog kvaliteta, stvarajući neki novi kvalitet.

Gvožđe i sumpor kao supstancije različitog kvaliteta nemaju ništa zajedničkog među sobom, a ipak smo izvršili njihovo sabiranje (masa) u supstanciju novog kvaliteta (kristal pirita). Tako se može izvršiti sabiranje masa supstancije različitog kvaliteta, dobijajući sada neku "fiktivnu" supstanciju novog kvaliteta. To smo uradili na formalan (matematički) način i stvorili smo (na papiru) novi "fiktivni" element, kome treba dati naziv i simbol. Takav fiktivni element ima sve formalne osobine realnog elementa, s njim se mogu izvoditi sve operacije kao i sa realnim hemijskim elementima. Fiktivni elemenat formalno se ne razlikuje od realnog elementa, ali nezaboravimo da fiktivni elemenat nema nikakvu realnu suštinu; on je samo na papiru.

Već smo imali slučaj da realni element (uran) ima dve komponente: teškorastvornu i lakorastvornu komponentu. Znači da je uran zbir teškorastvornog urana i lakorastvornog urana ($U = U_n + U_r$ - formula 44). Formalno, uran je sada fiktivni element. Međutim, tu postoji značajna razlika, uran i obe njegove komponente su realni elementi, a formalno oni imaju iste osobine kao i ovi fiktivni elementi zbira sumpora i gvožđa. Vidimo da je razlika u realnosti, a to je veoma značajna razlika. Zato smo ovaj slučaj urana i njegove komponente opisali na odgovarajući način kao realne hemijske elemente.

Kad sabiranjem kao matematičkom operacijom možemo "stvoriti" nov fiktivni element nema nikakvog razloga da se to ne može postići i drugim računskim operacijama.

Videli smo da ima smisla sabirati jedinične mase realnih hemijskih elemenata u fiktivni element. Množenje je višekratno sabiranje jednakih brojeva, te se ovaj princip može proširiti i na operaciju množenja u cilju dobijanja fiktivnog elementa. Delenje je obrnuto od množenja, a to znači da se i računskom operacijom deljenja jediničnih masa hemijskih elemenata može dobiti fiktivni element. Oduzimanje je obrnuto od sabiranja te se, principijelno može dobiti fiktivni element. Međutim, sada postoji mogućnost da dođemo do pojma negativne jedinične mase, odnosno negativne jedinične koncentracije, što je u direktnoj suprotnosti sa formulom (41). Zato se ne preporučuje operacija oduzimanje u definisanju fiktivnog elementa, sem kada smo sigurni da neće doći do kolizije sa formulom (41); što smatramo da je apsolutni uslov za definisanje fiktivnih elemenata. Zato operacije oduzimanja nema u teoremi 11.

Teorema 11: Zbir (C=X+Y), proizvod (P=X*Y) ili količnik (V=X/Y) jediničnih masa hemijskih elemenata u probi imenujemo terminom "fiktivni" element, koji se formalno (matematički) ne razlikuje od realnog hemijskog elementa;a sa tim su definisani svi parametri raspodele populacije fiktivnog elementa.

FIKTIVNI ELEMENT U FORMI ZBIRA

Na osnovu teoreme (11), zbir jediničnih masa dva ili više hemijskih elemenata u probi predstavljaju jediničnu masu fiktivnog elementa:

$$C = X + Y + ... + Z \qquad (114)$$

Ova formula (114) slična je formuli (34), ali ima drugu suštinu. U krajnjem slučaju, totalni zbir svih parcijalnih jediničnih masa svih realnih elemenata u probi bili bi ravni jediničnoj masi materijala probe (q), što je suština formule (34).

Osnovna osobina zbira je da su svi sabirci ravnopravni i da važi zakon komutacije da suma zbira ne zavisi od poretka članova sabirka:

$$(a + b) = (b + a)$$

Kod zbira takođe važi princip asocijativnosti, da se dva broja mogu zameniti njihovim zbirom, a i obrnuto, sabirak se može zameniti zbirom dva broja.

Na osnovu ovih osobina, srednja vrednost (srednji sadržaj) fiktivnog elementa zbira jeste zbir srednjih sadržaja realnih elemenata:

$$\bar{c} = \bar{x} + \bar{y} + ... + \bar{z} \qquad (115)$$

što je iskazano definicijom (41):

Definicija 41: Srednji sadržaj fiktivnog elementa zbira (C=X+Y) jednak je zbiru srednjih sadržaja hemijskih (realnih) elemenata ($\bar{c} = \Sigma c/N = \bar{x} + \bar{y}$) u statističkom uzorku.

U praksi je relativno čest slučaj upotrebe zbira jediničnih masa i koncentracija realnih elemenata, koji smo mi nazvali fiktivni element. U polimetaličnim ležištima rudni elementi paragenetski druguju bez obzira na njihove hemijske sličnosti ili razlike. Svakako je potrebno izučavati geohemijsku raspodelu populacija svakog realnog rudnog elementa posebno, kao i njihove korelativne međuzavisnosti. Takođe je korisno izučavati i geohemijske raspodele fiktivnih elemenata, među kojima je zbir posebno koristan. U praksi se redovno izračunavaju srednji sadržaji korisnih metala, kao npr. zbira olovo + cink za mnoga naša ležišta, a na osnovu veličine ovog srednjeg sadržaja sudi se o ekonomskoj opravdanosti istraživanja ovih ležišta u cilju njihove rentabilne eksploatacije.

Stena je genetska i paragenetska asocijacija minerala, odnosno populacija hemijskih elemenata tih petrogenih minerala. U petrologiji je uobičajeno da se petrogeni hemijski elementi posmatraju kao oksidi tih elemenata (K_2O, CaO, SiO_2, FeO, Al_2O_3, itd.). Ovoj potrebi su prilagođeni i izveštaji hemijskih laboratorija, koji hemijske elemente daju kao njihove okside (jedinične mase ili jedinične koncentracije, po našoj terminologiji). Dalja obrada ovih podataka uključuje i fiktivne elemente (po našoj terminologiji) u razmatranje, a često su to fiktivni elementi u formi zbira.

Autor ove monografije je nedavno uključio izučavanje raspodele fiktivnog elementa zbira kao obaveznog, naravno uz izučavanje raspodele realnih elemenata u statističkom uzorku.

Fiktivni element je obavezno višekomponentni sistem, a u praksi je čest slučaj da se radi o zbiru dva realna elementa pa sistem postaje trokomponentan. Raspodela realtivnih frekvencija funkcije gustine za: fiktivni element (C=X+Y) je:

$$f(c) = q/\Sigma q \qquad (116)$$

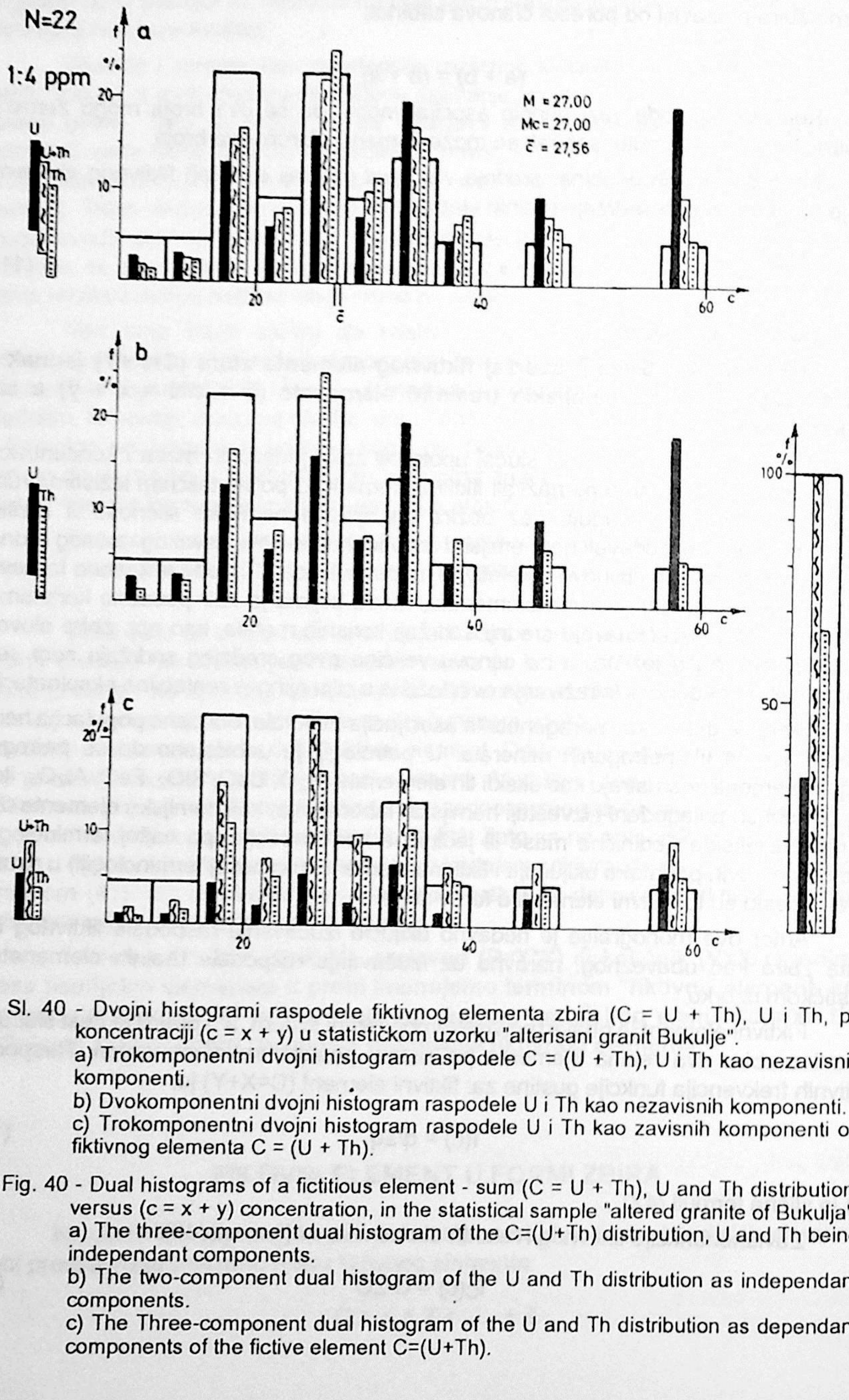
koja je slična formuli (42).

Zavisne funkcije fiktivnog i realnih elemenata su (formula 43):

$$f_C(c) = C/\Sigma C \qquad (117)$$

$$f_X(c) = X/\Sigma X \quad (118)$$

$$f_Y(c) = Y/\Sigma Y \quad (119)$$



Sl. 40 - Dvojni histogrami raspodele fiktivnog elementa zbira (C = U + Th), U i Th, po koncentraciji (c = x + y) u statističkom uzorku "alterisani granit Bukulje".
a) Trokomponentni dvojni histogram raspodele C = (U + Th), U i Th kao nezavisnih komponenti.
b) Dvokomponentni dvojni histogram raspodele U i Th kao nezavisnih komponenti.
c) Trokomponentni dvojni histogram raspodele U i Th kao zavisnih komponenti od fiktivnog elementa C = (U + Th).

Fig. 40 - Dual histograms of a fictitious element - sum (C = U + Th), U and Th distribution, versus (c = x + y) concentration, in the statistical sample "altered granite of Bukulja".
a) The three-component dual histogram of the C=(U+Th) distribution, U and Th being independant components.
b) The two-component dual histogram of the U and Th distribution as independant components.
c) The Three-component dual histogram of the U and Th distribution as dependant components of the fictive element C=(U+Th).

Grafička predstava raspodele populacija fiktivnog elementa i njegovih komponenti realnih elemenata je trokomponentni dvojni histogram (sl. 40, pod a). Često se primenjuje dvokomponentni dvojni histogram na kome su prikazane raspodele funkcija gustine realnih elemenata (sl. 40, pod b), jer nema naročite potrebe za saznanjem raspodele fiktivnog elementa, već ima potrebe za saznanjem raspodele realnih elemenata po koncentraciji fiktivnog elementa (c).

Intenziteti funkcija gustina realnih elemenata su proizvoljni, jer postoji varijacija intenziteta iz klase u klasu na jednu ili drugu stranu (sl. 40, pod a i b). Na taj način postoji više zajedničkih tačaka (tačaka preseka) krivih ili poligon raspodele ovih zavisnih funkcija, zavisno od odnosa sadržaja realnih elemenata u probama statističkog uzorka.

Odnos dve populacije realnih hemijskih elemenata su potpuno ravnopravni u populaciji fiktivnog elementa njihovog zbira, što ima za posledicu postojanje srednjeg sadržaja fiktivnog elementa kao zbira srednjih sadržaja realnih elemenata (formula 115).

Postoji realna potreba za saznanjem raspodele realnih elemenata kao komponenti fiktivnog elementa zbira primenom formula sličnih formulama (45 i 46):

$$f_X(c)_c = X/ \Sigma C \qquad (120)$$

$$f_Y(c)_c = Y/ \Sigma C \qquad (121)$$

Intenziteti funkcija gustine realnih elemenata kao komponenti fiktivnog elementa (C) predstavljaju učešće realnih elemenata u fiktivnom elementu njihovog zbira; što važi za svaku probu i svaku klasu ovog dvojnog histograma (sl. 40, pod c). Zbir relativnih frekvencija realnih elemenata za svaku probu i za svaku klasu i za celi statistički uzorak iznosi 100%, odnosno onoliko koliko je iznos relativnih frekvencija fiktivnog elementa u klasi. Tako je omogućeno praćenje učešća realnih elemenata u fiktivnom elementu njihovog zbira iz klase u klasu, da bi na desnoj strani histograma bila kolona koja predstavlja celi statistički uzorak.

Matematički posmatrano, zbir relativnih frekvencija realnih elemenata jednak je intenzitetu relativnih frekvencija fiktivnog elementa, shodno formuli (47):

$$f_C(c) = f_X(c)_c + f_Y(c)_c \qquad (122)$$

Kao što je napomenuto, postupak izrade ovih dvojnih histograma dat je u posebnom poglavlju na jednom realnom primeru.

FIKTIVNI ELEMENT U FORMI PROIZVODA

Na osnovu teoreme (11), proizvod jediničnih masa dva ili više hemijskih elemenata u probi predstavlja jediničnu veličinu (masu ?) fiktivnog elementa:

$$P = X * Y * .... * Z \qquad (123)$$

Polazeći od opšte konstatacije da je množenje višestruko sabiranje jednakih brojeva, a iz razloga velike složenosti ovih postupaka, autor ove monografije nije se bavio fiktivnim elementom proizvoda. Zato treba posmatrati ovaj deo teksta monografije kao inicijalni i nezavršeni, jer su moguće suštinske promene u toku dalje razrade ovih postupaka, od strane nepoznatih autora.

Za proizvod dva i više brojeva takođe važi zakon komutacije, jer su množitelji (faktori) ravnopravni:

$$(a * b) = (b * a)$$

Međutim, ovo ne treba bukvalno shvatiti, jer množenjem dva nejednaka broja koja imaju određen zbir dobijamo različite proizvode za različite faktore, uvek manje od proizvoda para jednakih brojeva.

$5 + 5 = 10$

$5 * 5 = 5^2 = 25$

$4 * 6 = 24$

$3 * 7 = 21$

$2 * 8 = 16$

$1 * 9 = 9$

$0 * 10 = 0$

Zbir ovih brojeva uvek je deset, ali se proizvod menja, a maksimalna vrednost proizvoda je kada su faktori jednakih brojnih vrednosti (potencija n-tog stepena). Za svaki sledeći kada su faktori različiti, numerička vrednost proizvoda opada, a razlika proizvoda je utoliko veća ukoliko su numeričke vrednosti faktora različitije. Vrednost proizvoda i dalje opada povećanjem razlike u faktorima, sve do vrednosti nula.

Teorema 12: Potencija n-tog reda je maksimalna vrednost proizvoda od n jednakih brojeva, čije sabiranje daje određenu sumu; a vrednost proizvoda od n nejednakih faktora, čije sabiranje daje istu sumu, opada proporcionalno kontrasnosti njihovih apsolutnih vrednosti.

Videli smo da tvrđenje ove teoreme je istinito na potenciji kao proizvodu od dva broja (n = 2), a to ilustrujemo još primerima gde je (n = 3) i (n = 4):

$4 + 4 + 4 = 12$

$4 * 4 * 4 = 4^3 = 64$

$3 * 4 * 5 = 60$

$2 * 4 * 6 = 48$

$1 * 4 * 7 = 28$

$1 * 3 * 8 = 24$

$1 * 2 * 9 = 18$

$1 * 1 * 10 = 10$

$0 * 1 * 11 = 0$

$3 + 3 + 3 + 3 = 12$

$3 * 3 * 3 * 3 = 3^4 = 81$

$2 * 3 * 3 * 4 = 72$

$1 * 3 * 3 * 5 = 45$

$1 * 2 * 3 * 6 = 36$

$1 * 1 * 3 * 7 = 21$

$1 * 1 * 2 * 8 = 16$

$1 * 1 * 1 * 9 = 9$

$0 * 1 * 1 * 10 = 0$

Zbir ovih brojeva uvek je 12, ali njihov proizvod postaje sve manji što se povećava njihova kontrasnost (razlika između najmanjeg i najvećeg broja), do vrednosti nula.

Kao posledica teoreme (12), moraju postojati dve srednje vrednosti u statističkom uzorku:

$$\bar{p} = \Sigma p/N \qquad (124)$$

$$\hat{p} = \bar{x} * \bar{y} \qquad (125)$$

Teorema 13: Raspodela populacije fiktivnog elementa proizvoda (P = X * Y) u statističkom uzorku ima dve srednje vrednosti: 1) aritmetičku sredinu ($\bar{p} = \Sigma p/N$) kao parametar funkcija gustine f(p) i $f_P(p)$, i 2) parametar proizvoda populacija hemijskih (realnih) elemenata (njihovih aritmetičkih sredina: $\hat{p} = \bar{x} * \bar{y}$).

Pošto se ovde radi o proizvodu teško je govoriti o jediničnoj koncentraciji, ali svakako se radi o veličini koja igra ulogu analoga jedinične koncentracije (p) fiktivnog elementa proizvoda u probi statističkog uzorka. Preliminarno, ovu veličinu smatramo za jediničnu koncentraciju fiktivnog elementa u probi (p), koja je proizvod jediničnih koncentracija realnih elemenata u probama (x, y) statističkog uzorka:

$$p = x * y \ (\%^2, ppm^2) \qquad (126)$$

Kvadrat dimenzija znači da imamo samo dva faktora (dva realna elementa), a za svaki realni elemenat više raste potencija dimenzije parametra koji igra ulogu jedinične koncentracije ($p\ ppm^2$).

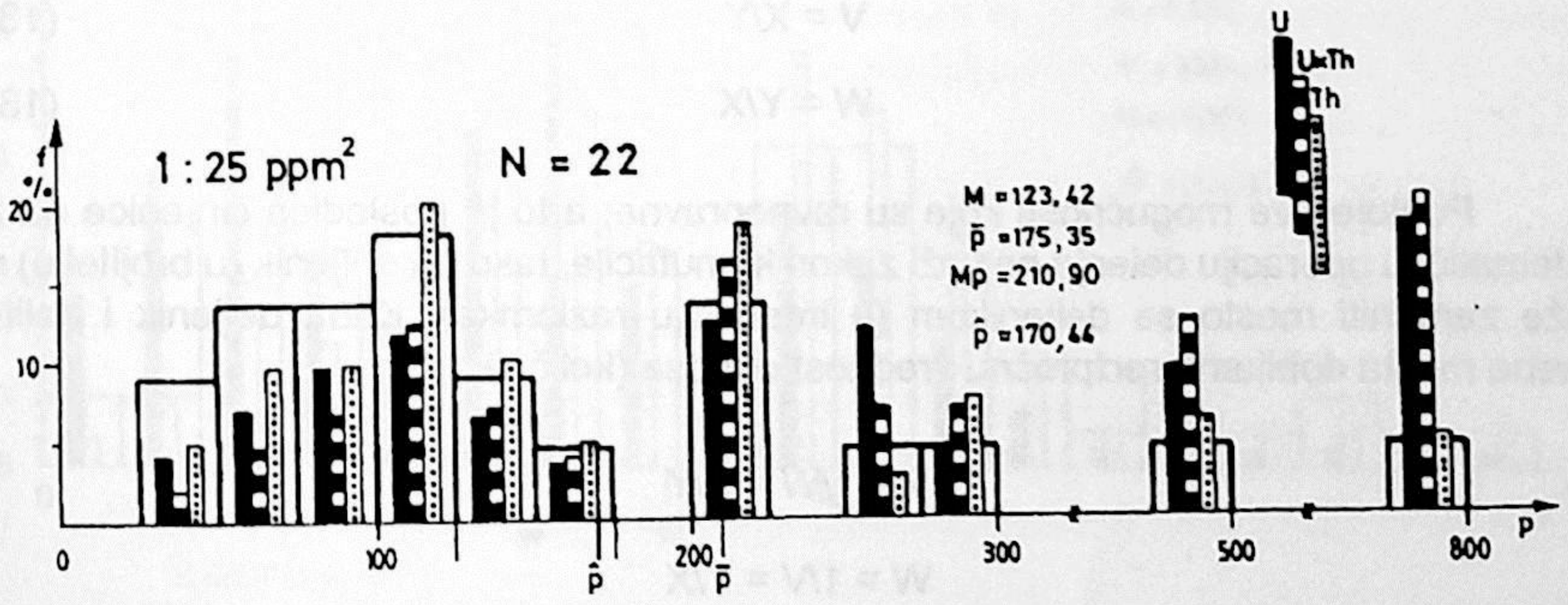
Definicija 42: Srednja vrednost raspodele populacije fiktivnog elementa proizvoda, po teoremama (4) i (5), je aritmetička sredina ($\bar{p} = \Sigma p/N$).

Definicija 43: Srednja vrednost proizvoda dve realne populacije hemijskih elemenata je proizvod njihovih aritmetičkih sredina ($\hat{p} = \bar{x} * \bar{y}$).

Kao primer dajemo statističku raspodelu fiktivnog elementa proizvoda (sl. 41) istog statističkog uzorka (N = 22) koji predstavlja populacije urana i torijuma u alterisanom granitu Bukulje sa sl. 40). Raspodela relativnih frekvencija funkcije gustine za ovaj fiktivni element proizvoda je:

$$f(p) = q/\Sigma q \qquad (127)$$

i ona je grafički data na uobičajeni način (sl. 41) stubovima na dvojnim histogramu.



Sl. 41 - Trokomponentni dvojni histogram raspodele fiktivnog elementa proizvoda (P = U*Th), U i Th, po proizvodu koncentracija (p = x*y) u statističkom uzorku " alterisani granit Bukulje".

Fig. 41 - The three-component dual histogram distribution of the fictitious element-product (P = U*Th), U and Th, versus product of concentrations (p = x*y) in the statistical sample "altered granite of Bukulja".

Zavisne funkcije fiktivnog i realnih elemenata date su stubićima unutar stubova funkcije f(p), po formulama:

$$f_P(p) = P/\Sigma P \quad (128)$$

$$f_X(p) = X/\Sigma X \quad (129)$$

$$f_Y(p) = Y/\Sigma Y \quad (130)$$

Intenziteti funkcija gustina realnih elemenata $f_X(p)$ i $f_Y(p)$ variraju proizvoljno iz klase u klasu, bez neke pravilnosti, što je (verovatno) posledica činjenice da je množenje višekratno sabiranje, samo u specijalnom slučaju a u svim drugim slučajevima množenje nije višekratno sabiranje (teorema 12). Pošto se radi o množenju parova različitih brojeva, kao posledicu imamo postojanje dve srednje vrednosti. Kao posledica teoreme (12), aritmetička sredina jedinične veličine (p) je uvek veća od srednje vrednosti proizvoda srednjih sadržaja realnih populacija:

$$\bar{p} > \hat{p} \quad (131)$$

Razlika u ovim srednjim vrednostima je utoliko veća ukoliko je veća heterogenost parova jediničnih koncentracija hemijskih (realnih) elemenata u probama (x i y) statističkog uzorka, čijim množenjem dobijamo nezavisnu slučajnu promenljivu (p = x * y).

Kao što je napomenuto, autor ove monografije nije radio sa fiktivnim elementom proizvoda, niti je našao u literaturi nešto slično tome. Zato je potrebno učiniti napore da se teorijski osmisli upotreba ovog fiktivnog elementa.

FIKTIVNI ELEMENT U FORMI KOLIČNIKA

Na osnovu teoreme (11), količnik (odnos) jediničnih masa dva hemijska (realna) elementa u probi predstavlja jediničnu veličinu (masu?) fiktivnog elementa:

$$V = X/Y \quad (132)$$

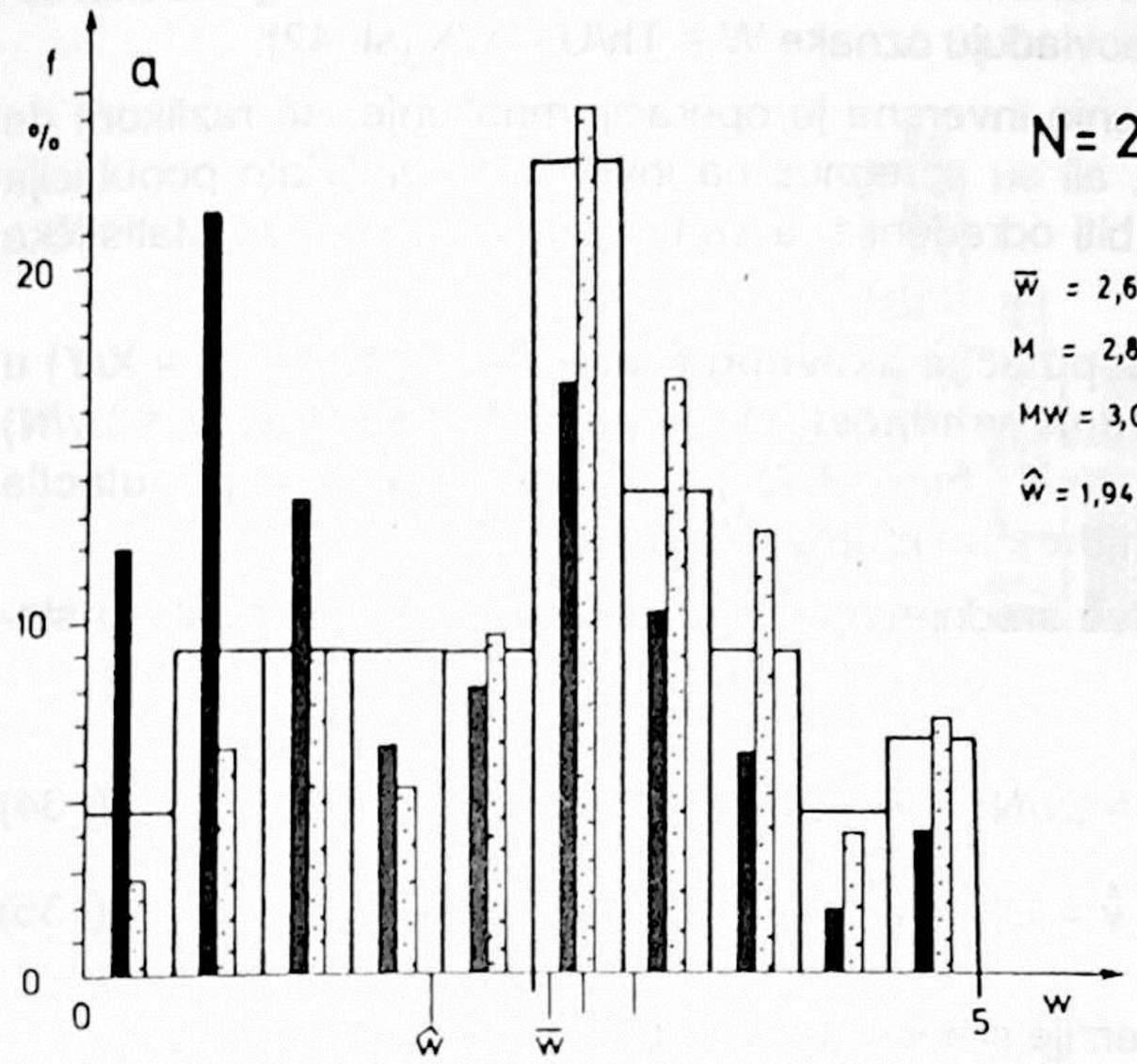
$$W = Y/X \quad (133)$$

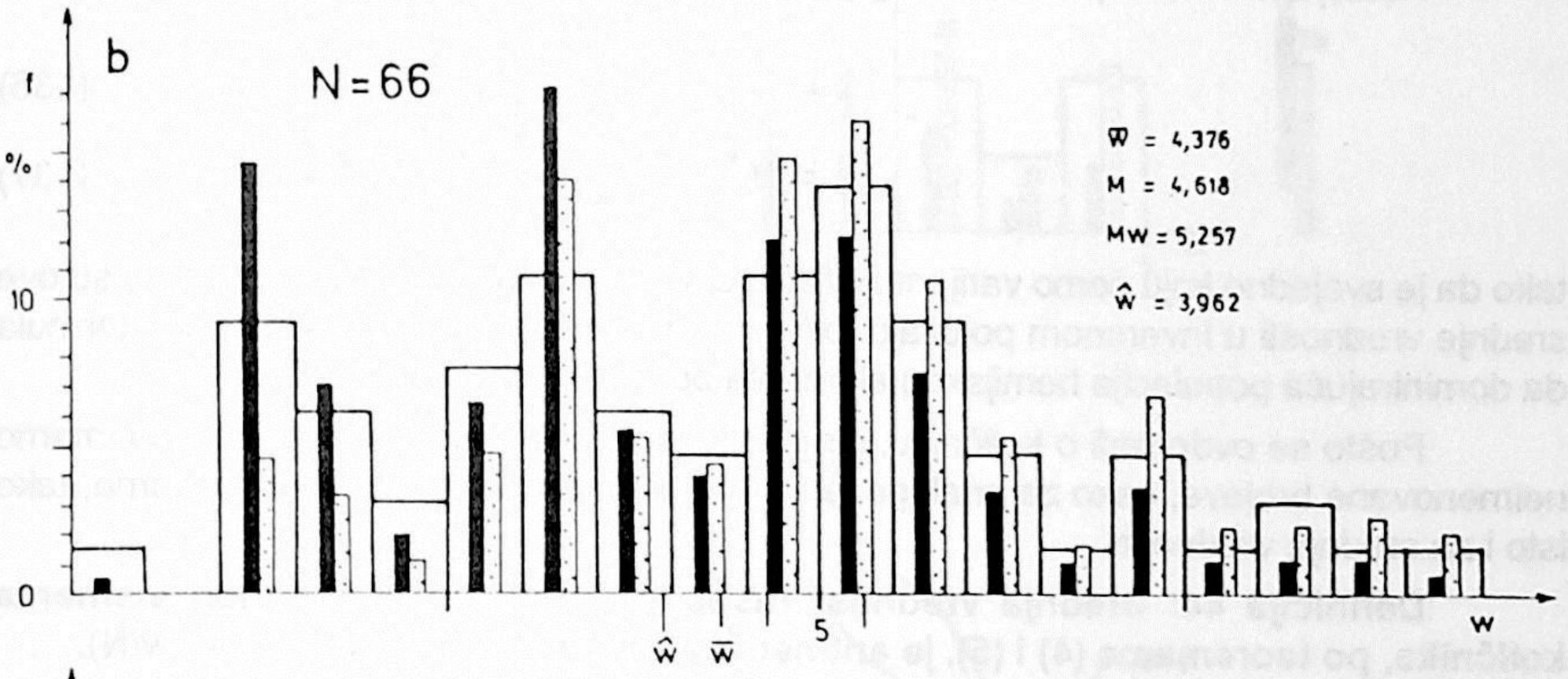
Postoje dve mogućnosti koje su ravnopravne, a to je posledica činjenice da za matematičku operaciju delenja ne važi zakon komutacije, tako da deljenik (u brojitelju) ne može zameniti mesto sa deljenikom (u imenitelju razlomka). Kada deljenik i delitelj izmene mesta dobijamo recipročnu vrednost odnosa (količnika):

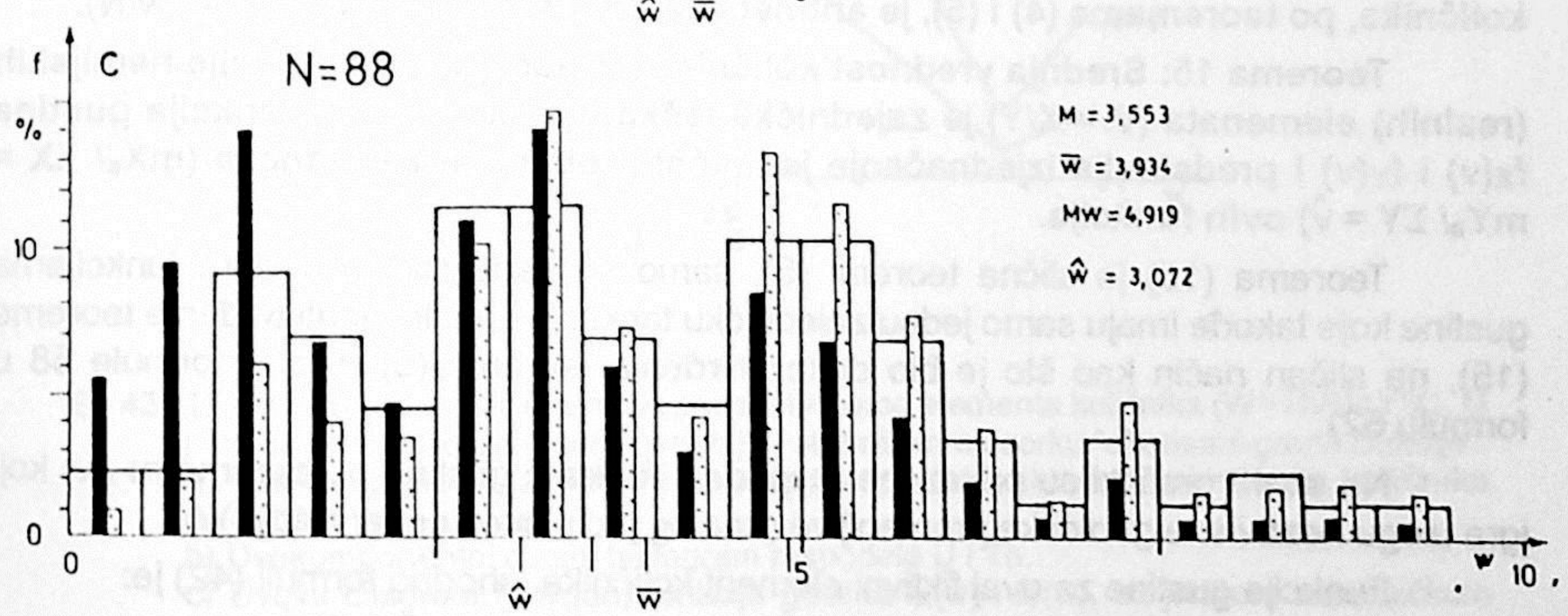
$$V = 1/W = X/Y$$

$$W = 1/V = Y/X$$

Praksa je pokazala da je povoljniji slučaj da u brojitelju budu jedinične veličine (mase i koncentracije) dominirajućeg hemijskog elementa. U praksi autora ove monografije to je čest slučaj da je dominirajući hemijski element torijum (Th = Y) u brojitelju, a podređeni hemijski element uran (U = X) je u imenitetlju, a oznaka elementa







Sl. 42 - Dvokomponenti dvojni histogrami raspodele U i Th po odnosu koncentracija (w=Th/U=y/x), u granitu Bukulje.
a) "Alterisani granit", b) "Nealterisani granit", c) "Granit Bukulje".

Fig. 42 - The two-component dual histograms of the U and Th distribution, versus ratio of concentration (w=Th/U=y/x), in the granite of Bukulja.
a) "Altered granite", b) "Non-altered granite", c) "granite of Bukulja".

je po ekonomskom značaju, jer je uran kao nukleamo gorivo predmet geoloških istraživanja. Zato u publikacijama preovlađuju oznake W = Th/U = Y/X (sl. 42).

Matematička operacija delenje inversna je operaciji množenje, sa razlikom da deljenik i delitelj nisu ravnopravni, ali su spregnuti na inversni način. Zato populacija fiktivnog elementa količnika mora biti određenija, a sa tim i upotrebljivija za statistička ispitivanja.

Teorema 14: Raspodela populacija fiktivnog elementa količnika (V = X/Y) u statističkom uzorku ima dve srednje vrednosti: 1) aritmetičku sredinu ($\overline{v} = \Sigma v/N$) kao parametar funkcija gustine f(v) i $f_V(v)$, i 2) parametar količnika populacija hemijskih (realnih) elemenanta (njihovih sredina: $\hat{v} = \overline{x}/\overline{y}$).

Po teoremi (14), postoje dve srednje vrednosti ovog fiktivnog elementa u statističkom uzorku:

$$\overline{v} = \Sigma v/N \text{ , i } \overline{w} = \Sigma w/N \tag{134}$$

$$\hat{v} = \overline{x}/\overline{y}, \text{ i } \hat{w} = \overline{y}/\overline{x} \tag{135}$$

Postoje dve ravnopravne verzije sredina, koje su u inversnom položaju:

$$\overline{v} = 1/\overline{w} \tag{136}$$

$$\hat{v} = 1/\hat{w} \tag{137}$$

tako da je svejedno koju ćemo varijantu uzeti u obradu, naravno vodeći računa da su ove srednje vrednosti u inversnom položaju jedna prema drugoj. Bira se, po pravilu, formula da dominirajuća populacija hemijskog elementa bude u brojitelju razlomka.

Pošto se ovde radi o količniku, dimenzije jediničnih veličina se potiru, pa imamo neimenovane brojeve, kako za analoge jediničnih masa i koncentracija u probama, tako isto i za srednje vrednosti.

Definicija 44: Srednja vrednost raspodele populacije fiktivnog elementa količnika, po teoremama (4) i (5), je aritmetička sredina ($\overline{v} = \Sigma v/N$, ili $\overline{w} = \Sigma w/N$).

Teorema 15: Srednja vrednost količnika (odnosa) dve populacije hemijskih (realnih) elemenata (V = X/Y) je zajednička tačka (tačka preseka) funkcija gustina $f_X(v)$ i $f_Y(v)$ i predstavlja izjednačenje jediničnih relativnih frekvencija ($mX_s/\ \Sigma X = mY_s/\ \Sigma Y = \hat{v}$) ovih funkcija.

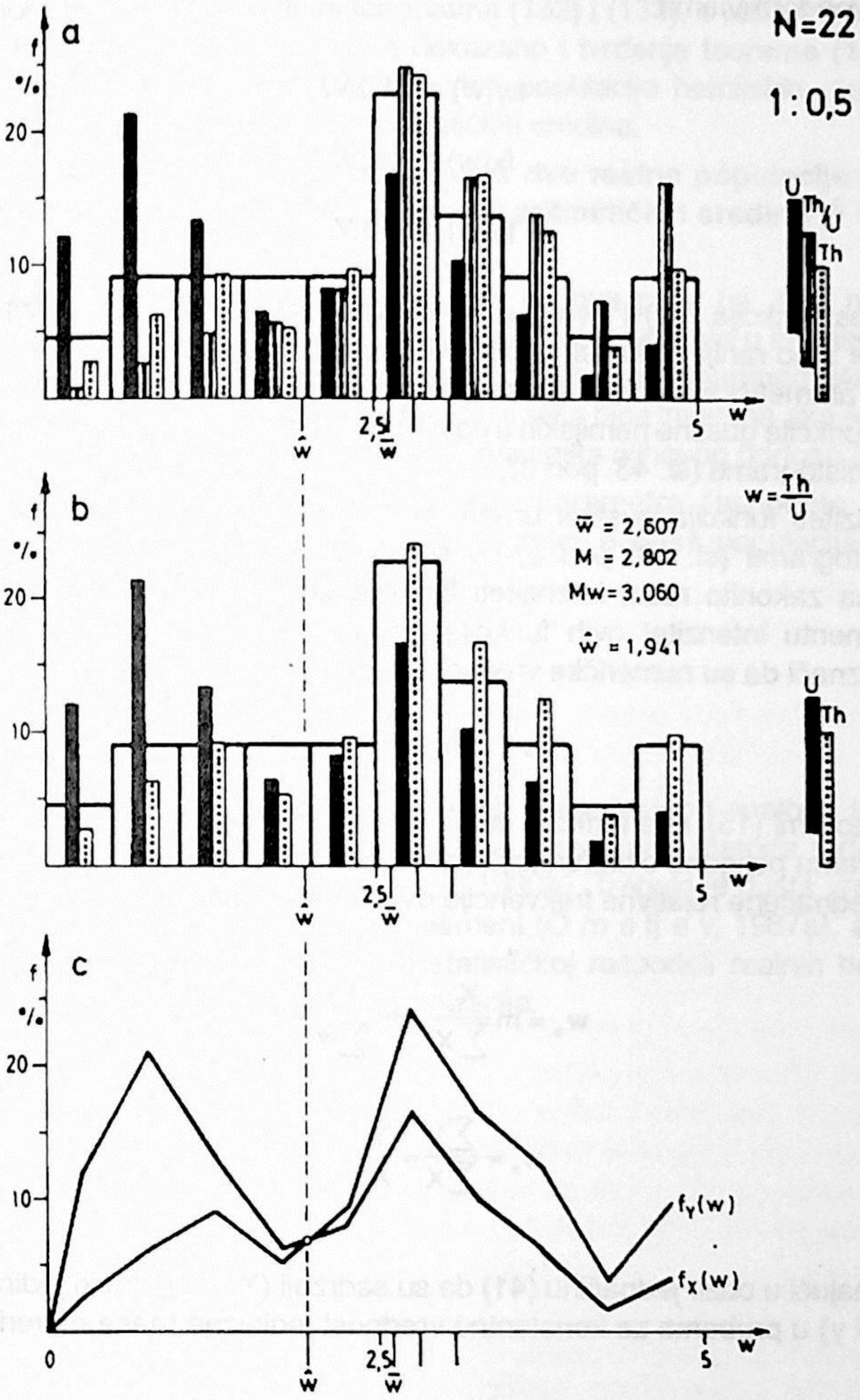
Teorema (15) je slična teoremi (5), samo se sada radi o drugim funkcijama gustine koje takođe imaju samo jednu zajedničku tačku. Treba dokazati tvrđenje teoreme (15), na sličan način kao što je bio dokaz tvrđenja teoreme (5) (razvoj formule 58 u formulu 62).

Na sl. 43 grafički su prikazane raspodele funkcija gustine po parametru (w) koji igra ulogu nezavisne geološke promenljive (analog jedinične koncentracije).

Funkcija gustine za ovaj fiktivni element količnika, shodno formuli (42) je:

$$f(v) = f(w) = q/\ \Sigma q \tag{138}$$

i ona je grafički data na uobičajeni način (sl. 43, pod a i b) stubovima na dvojnim histogramima.



Sl. 43 - Dvojni hisogrami i dijagram raspodele fiktivnog elementa količnika (W=Th/U=Y/X), U i Th, po odnosu kocentracija (w=y/x), u statističkom uzorku "alterisani granit Bukulje".
a) Trokomponenti dvojni histogram raspodele fiktivnog elementa količnika (W=Th/U=Y/X), U i Th.
b) Dvokomponentni dvojni histogram raspodele U i Th.
c) Dvojni dijagram (poligon) funkcija gustina $f_X(w)$ i $f_Y(w)$, sa jednom zajedničkom tačkom ($\hat{w}=\bar{y}/\bar{x}$).

Fig. 43 - Dual histograms and diagram of the fictitious element of ratio (W=Th/U=Y/X), U and Th disribution, versus ratio of concentration (w=y/x), in the statistical sample "altered granite of Bukulja".
a) The three component dual histogram of fictitious element of ratio (W=Th/U=Y/X), U and Th distribution.
b) The two-component dual histogram of U and Th distribution.
c) Dual diagram (polygon) of density function $f_X(w)$ and $f_Y(w)$, with one common point ($\hat{w}=\bar{y}/\bar{x}$).

Zavisne funkcije fiktivnog i realnih elemenata date su stubićima unutar stubova funkcije f(w), po formulama:

$$f_W(w) = W/\Sigma W \tag{139}$$

$$f_X(w) = X/\Sigma X \tag{140}$$

$$f_Y(w) = Y/\Sigma Y \tag{141}$$

Odnos funkcija f(w) i $f_W(w)$ ovog fiktivnog elementa (W = Y/X) sada nas ne interesuje, jer smo ranije dokazali tvrđenje teoreme (5) razvojem formule (58) u formulu (62) da je to aritmetička sredina, što smo konstatovali definicijom (44). Sada nas interesuju odnosi funkcija gustine hemijskih (realnih) elemenata: $f_X(w)$ i $f_Y(w)$, koje su prikazane na dvojnom histogramu (sl. 43, pod b).

Intenziteti funkcija gustina urana (crni stubići) i torijuma (istačkani stubići) na dvojnom histogramu (sl. 43, pod b) su spregnuti, jer opadanjem intenziteta funkcije gustine urana zakonito rastu intenziteti funkcije gustine torijuma iz klase u klasu. U jednom momentu intenzitet ovih funkcija gustine postaju izjednačeni u tački (s) na apscisi, a to znači da su numeričke vrednosti ovih funkcija jednake:

$$w_s = f_X(w)_s = f_Y(w)_s \tag{142}$$

Po teoremi (15), ove funkcije gustine imaju samo jednu zajedničku tačku, što se vidi na dijagramu poligona ovih funkcija (sl. 43, pod c). Dalje, teorema (15) tvrdi da su u ovoj tački izjednačene relativne frekvencije ovih funkcija gustine (formule 140 i 141):

$$w_s = m\frac{X_s}{\sum X} = m\frac{Y_s}{\sum Y} \tag{143}$$

$$w_s = \frac{\sum Y}{\sum X} = \frac{Y_s}{X_s} \tag{144}$$

Uzimajući u obzir jednačinu (41) da su sadržaji (X i Y) jednaki jediničnim koncentracijama (x i y) u probama za konstantnu vrednost jedinične mase materijala probe (q), dobijamo:

$$w_s = \frac{\sum y}{\sum x} = \hat{w} \tag{145}$$

Vrednost razlomka se ne menja ako imenitelj i brojitelj pomnožimo istim brojem, a mi ga množimo brojem:

$$N/N = 1$$

$$w_s = \frac{\sum y/N}{\sum x/N} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \hat{w} \tag{146}$$

a to je količnik aritmetičkih sredina, po formuli (135), hemijskih elemenata u statističkom uzorku, koja mora biti u saglasnosti sa formulama (132) i (133), s obzirom da za količnik ne važi zakon komutacije. Istovremeno je dokazano i tvrđenje teoreme (14) i teoreme (15), da je srednja vrednost odnosa dve realne populacije hemijskih elemenata kao fiktivni element količnika odnos njihovih aritmetičkih sredina.

Definicija 45: Srednja vrednost odnosa dve realne populacije u fiktivnom elementu količnika je odnos (količnik) njihovih aritmetičkih sredina ($\hat{v} = \overline{x}/\overline{y}$, ili $\hat{w} = \overline{y}/\overline{x}$.

Parametar ($\hat{v}$ ili $\hat{w}$) deli dvojni histogram na dva polja (sl. 43): na polje preovladavanja relativnih frekvencija podređenog elementa (elementa u imenitelju) na levoj strani histograma (dijagrama) i na polje preovladavanja dominantnog elementa (elementa u brojitelju) na desnoj strani histograma. Ova slika biće inversna ako se podređena populacija hemijskog elementa nađe u brojitelju razlomka njihovog odnosa (količnika).

U svakom slučaju, numerička vrednost parametra raspodele (aritmetičke sredine) biće veća od numeričke vrednosti parametra odnosa populacija realnih elemenata (količnika njihovih aritmetičkih sredina):

$$\overline{v} > \hat{v} \tag{147}$$

$$\overline{w} > \hat{w} \tag{148}$$

Izučavanje statističke raspodele hemijskih elemenata po analogu koncentracije fiktivnog elementa njihovog odnosa (količnika) je standardna metoda rada autora, od vremena definisanja ovih funkcija (O m a lj e v, 1980b). Trebalo je dosta vremena da se ovaj odnos (količnik) definiše kao "fiktivni" element (O m a lj e v, 1987a), a tek sada je konačno uobličena hipoteza (ili teorija?) o statističkoj raspodeli realnih hemijskih elemenata po odnosu (količniku) njihovih koncentracija.

PRIMER RASPODELE GEOLOŠKE POPULACIJE

Posle celovitog izlaganja teorijske osnove nove metode geohemijskih izučavanja raspodele geoloških populacija, ostaje problem praktične primene. Čitajući opšte i primenjene statistike raznih autora, meni je uvek nedostajao jedan celovit primer primene, jer parcijalni primeri nisu mi bili dovoljni za kompletan uvod u primenu statističke metode u geologiji (geohemiji).

Kao primer primene principa "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive" na raspodelu geološke populacije formiran je statistički uzorak od 92 geohemijske probe, odabranih iz statističkog uzorka koji reprezentuje hidrotermalno promenjene granite na južnom delu plutona na planini Bukulji. Ovaj statistički uzorak nije reprezentativan za pomenutu geohemijsku sredinu, već su odabrane probe na taj način da se dobije takva geološka populacija koja je dovoljno velika po broju, a kontrastna po jediničnim koncentracijama urana. Reprezentativni statistički uzorci obrađeni su ranije (O m a lj e v, 1983f, 1984d). Litogeohemijsko uzorkovanje (V. F i l i p o v i ć, i dr., 1977, 1978) nije bilo po striktnoj mreži, već po provizornim profilima. Kvartilna raspodela kolektivnog statističkog uzorka koji reprezentuje južni deo bukuljskog plutona (N = 660 proba) data je na sl. 19.

Primer obuhvata kompletnu statističku (matematičku) raspodelu ove geološke populacije urana (sa lako i teško rastvornom komponentom), a izostaje prostorna raspodela iz razloga što je ovaj metod objavljen nedavno u jednoj monografiji (O m a lj - e v, 1987a). Sada su dati samo podaci o parametrima geohemijskog polja, gde se kao primer određuje lokalni geohemijski fon kao i koeficijenti koncentracije.

U ovom primeru ograničavamo se samo na statističku obradu geohemijskih podataka, bez dubljeg geohemijskog izučavanja same populacije, odnosno geološkog tela (hidrotermalno promenjeni granit) koga ona reprezentuje. Podaci o ovom izučavanju su objavljeni (O m a lj e v, 1983f, 1984d).

Jedinične koncentracije urana i njegove lakorastvorne komponente određene su fluorometrijskom metodom u Hemijskoj laboratoriji Geoinstituta u Beogradu (V. O c o k o lj i ć). Lakorastvorna komponenta urana (U_r) je dobijena luženjem jedinične mase materijala probe (q) hladnim 2,5 molarnim rastvorom azotne kiseline u trajanju od 24 sata na sobnoj temperaturi. Teškorastvorna komponenta urana (U_n) dobijena je oduzimanjem jedinične mase lakorastvorne komponente urana od jedinične mase urana po formuli (44):

$$U_n = U - U_r$$

Na taj način dobijen je trokomponentni sistem gde svaka proba ima 4 obeležja, i to:

1) Jediničnu masu probe (q)

2) Jediničnu masu urana (U = X)

3) Jediničnu masu teškorastvornog urana ($U_n = X_1$)

4) Jediničnu masu lakorastvornog urana ($U_r = X_2$)

Sadržaji odnosno jedinične koncentracije urana (X = x), teškorastvornog urana ($X_1 = x_1$) i lakorastvornog urana ($X_2 = x_2$) kao rezultati laboratorijske obrade probe (hemijske analize) dati su u tabeli 9:

Tabela 9: Jedinične koncentracije urana (U), teško rastvornog urana (U_n) i lako rastvornog urana (U_r) u hidrotermalno alterisanom granitu Bukulje (u ppm)

Redni broj	U	Un	Ur	Redni broj	U	Un	Ur
1	1,2	0,6	0,6	47	5,0	2,7	2,3
2	1,3	0,7	0,6	48	5,1	3,4	1,7
3	1,5	0,7	0,8	49	5,1	3,6	1,5
4	1,7	1,2	0,5	50	5,3	3,6	1,7
5	1,7	1,0	0,7	51	5,3	4,8	0,5
6	1,8	1,1	0,7	52	5,6	2,2	3,4
7	1,9	1,4	0,5	53	5,7	3,2	2,5
8	2,0	1,5	0,5	54	5,8	4,0	1,8
9	2,1	1,0	1,1	55	6,0	3,3	2,7
10	2,2	1,4	0,8	56	6,0	4,9	1,1
11	2,4	1,7	0,7	57	6,1	3,8	2,3
12	2,5	1,1	1,4	58	6,2	4,0	2,2
13	2,5	1,7	0,8	59	6,3	4,0	2,3
14	2,5	1,8	0,7	60	6,5	5,2	1,3
15	2,6	1,5	1,1	61	6,6	3,8	2,8
16	2,6	2,0	0,6	62	6,7	3,8	2,9
17	2,7	0,7	2,0	63	6,9	0,5	6,4
I8	2,8	2,1	0,7	64	7,0	5,2	1,8
19	2,9	2,3	0,6	65	7,1	3,5	3,6
20	3,0	2,4	0,6	66	7,1	6,7	0,4
21	3,1	1,5	1,6	67	7,2	2,6	4,6
22	3,1	2,1	1,0	68	7,4	6,1	1,3
23	3,2	2,1	1,1	69	7,5	1,3	6,2
24	3,2	2,2	1,0	70	7,8	5,4	2,4
25	3,3	2,5	0,8	71	8,2	2,5	5,7
26	3,4	1,8	1,6	72	8,5	2,5	6,0
27	3,4	2,8	0,6	73	8,5	5,7	2,8
28	3,5	1,3	2,2	74	8,7	4,7	4,0
29	3,5	1,9	1,6	75	9,2	6,9	2,3
30	3,5	1,3	2,2	76	10,0	7,6	2,4
31	3,6	2,1	1,5	77	10,8	7,3	3,5
32	3,7	2,4	1,3	78	11,0	5,4	5,6

Redni broj	U	Un	Ur	Redni broj	U	Un	Ur
33	3,8	2,7	1,1	79	12,0	7,0	5,0
34	3,9	1,9	2,0	80	13,0	5,1	7,9
35	4,0	2,2	1,8	81	14,0	9,2	4,8
36	4,0	2,5	1,5	82	14,3	9,5	4,8
37	4,1	2,1	2,0	83	16,0	9,2	6,8
38	4,2	2,6	1,6	84	16,7	11,2	5,5
39	4,2	2,6	1,6	85	18,0	12,7	5,3
40	4,3	3,3	1,0	86	19,0	13,0	6,0
41	4,5	3,2	1,3	87	27,0	21,0	6,0
42	4,6	2,1	2,5	88	31,4	23,2	8,2
43	4,6	3,6	1,0	89	39,0	12,0	27,0
44	4,7	3,5	1,2	90	52,0	32,0	20,0
45	4,8	1,8	3,0	91	90,0	34,0	56,0
46	4,8	2,8	2,0	92	178,0	48,0	130,0
			Z b i r :		911,5	470,1	441,4

Bilo bi dovoljno dati samo jedinične koncentracije urana i lakorastvornog urana, ali smatramo da je ilustrativnije da damo i jedinične koncentracije teškorastvornog urana (dobijene po formuli 44). Ostali podaci fiktivnih elemenata ($V = U_n/U$, $V_1 = U_r/U$, $W = U_r/U_n$) mogu se izračunati te nisu dati u tabeli 9.

KLASIČNA STATISTIKA

Primenom klasičnih formula statistike, preko kompjuterskog programa "STAT-GRAFICS", dobijaju se sledeći statistički podaci:

Tabela 10: Osnovni statistički podaci (parametri) za statistički uzorak "alterisani granit Bukulje" (u ppm), dobijeni programom "STATGRAFICS".

Variable:	U	U_n	U_r
Sample size	92	92	92
Average	9.90761	5.10978	4.79783
Median	4.9	2.7	1.8
Mode	3.5	2.1	0.6
Geometric mean	5.55522	3.16863	2.02375
Variance	448.44	53.2136	218.213
Stanard deviation	21.1764	7.29477	14.772
Standard error	2.20779	0.760532	1.54009
Minimum	1.2	0.5	0.4
Maximum	178	48	130
Range	176.8	47.5	129.6
Lower quartile	3.2	1.85	1

Variable:	U	U_n	U_r
Upper quartile	7.65	5.15	3.45
Interquartile range	4.45	3.3	2.45
Skewness	6.34382	3.82378	7.34783
Standardized skewness	24.841	14.9731	28.7725
Kurtosis	46.1499	16.7683	59.242
Standardized kurtosis	90.3564	32.8305	115.989

Istraživači najčešće ne znaju šta da rade sa ovim podacima, mnoge zbunjuje kada vide da se glavni parametri kao mere centralne tendencije (aritmetička sredina, medijana i modus) međusobno ne slažu, a takođe je i geometrijska sredina različita od ovih vrednosti. Standardna devijacija više od dva puta premaša aritmetičku sredinu, a da ne govorimo za medijanu, modus pa i geometrijsku sredinu. To znači da ove raspodele slučajno promenljivih (U, U_n i U_r) nisu ni normalne ni lognormalne, a samo ove dve raspodele obrađuje klasična statistika u geologiji (geohemiji). Zato se tabela stavi u izveštaj sa veoma malo (ili ni malo) komentara, a istraživaču ništa nije jasnije kakva je statistička raspodela geološke populacije.

U tabeli nema veoma popularnog koeficijenta varijacije (formula 76), a njegova vrednost za uran iznosi 213,72%, za teškorastvorni uran 142,66% i za lakorastvorni uran 307,71%. Smatramo da je uloga koeficijenta varijacija veoma ograničena i izvesna je njegova primena kod normalne raspodele; dok je kod asimetričnih raspodela neizvesno da li je primena koeficijenta varijacije korisna, ili je nekorisna (sa aspekta da to nešto znači u geologiji, odnosno u geohemiji).

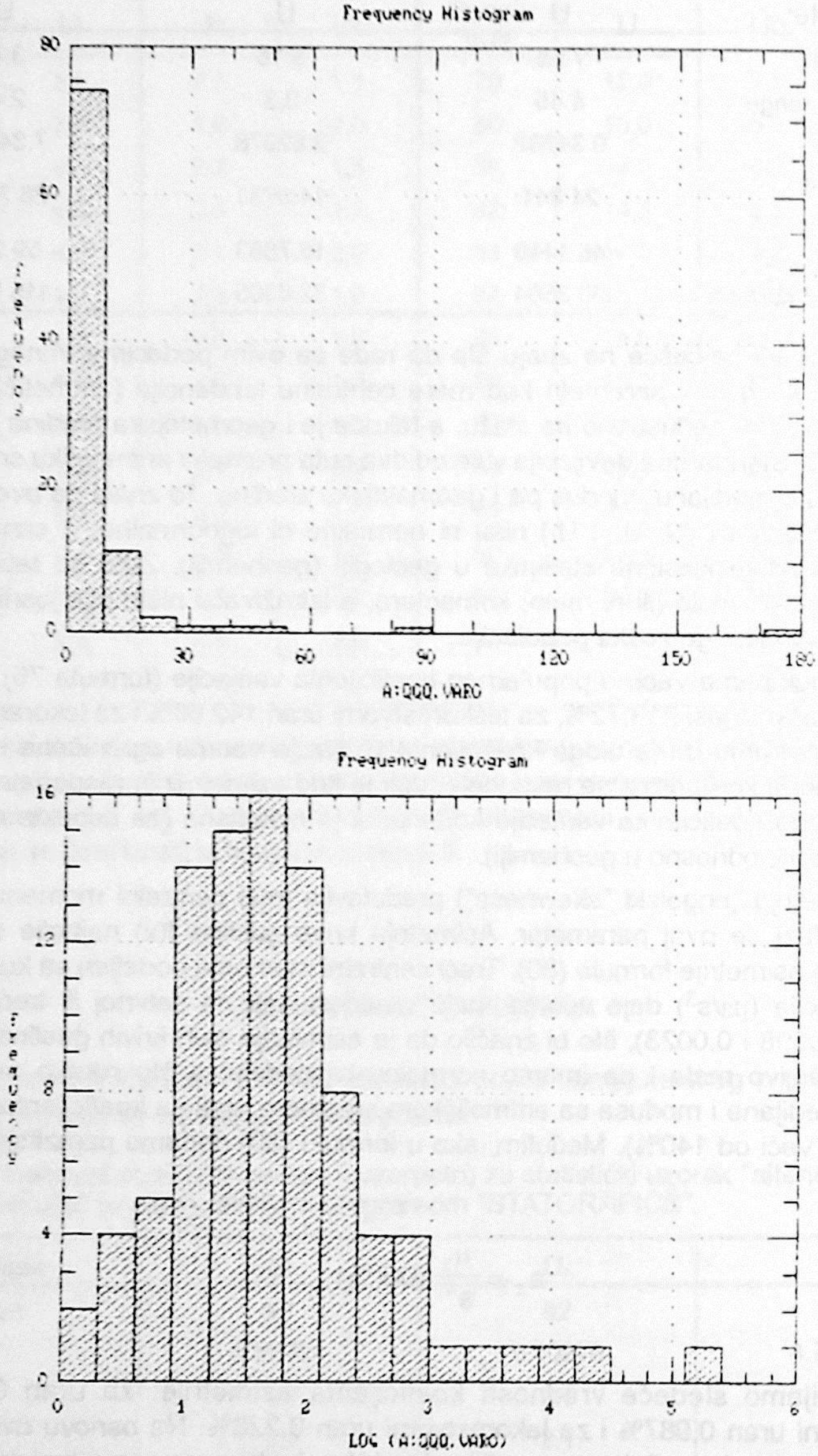
Asimetrija (engelski "skewness") predstavlja treći centralni momenat (μ_3), a u tabeli 10 nalazi se ovaj parametar. Asimetrija krive gustine f(x) najbolje se iskazuje koeficijentom asimetrije formula (80). Treći centralni momenat podeljen sa kubom standardne devijacije (μ_3/s^3) daje veoma malu vrednost, tek na četvrtoj ili trećoj decimali (0,00067, 0,0098 i 0,0023), što bi značilo da je asimetrija ovih krivih gustina f(x), $f(x_1)$ i $f(x_2)$ zanemarljivo mala i da imamo normalnu raspodelu; a što nikako ne odgovara odnosima medijane i modusa sa aritmetičkom sredinom, a ni sa koeficijentom varijacije (koji je uvek veći od 140%). Međutim, ako u formulu (80) dodamo parazitski koeficijent 100:

$$a_3 = \frac{\mu_3}{s^3} 100(\%) \qquad (149)$$

a tada dobijamo sledeće vrednosti koeficijenta asimetrije: za uran 0,067%, za teškorastvorni uran 0,987% i za lakorastvorni uran 0,228%. Na osnovu ovih podataka raspodela urana i njegovih komponenti je simetrična i odgovara normalnoj raspodeli. Ovi podaci su u oštoj koliziji sa formom ovih krivih gustina. (sl. 45 i 46).

V r a n i ć (1971, s.167) navodi da engleski termin "skewness" imenuje meru asimetrije a_3, iz koga se izračunava koeficijent asimetrije.

Na sl. 44. prikazani su histogrami (dobijeni istim kompjuterskim programom) funkcije gustine f(x) u linearnim i logaritamskim odnosima na apscisi. U oba slučaja zadato je 20 klasa, jer se ovakav metod crtanja histograma najčešće koristi u praksi (mi smatramo da je bolje imati određeni "korak" na apscisi za određivanje broja klasa, što kompjuter može da uradi). Funkcija gustine f(x) je levoasimetrična hiperbolična, gde je najveći deo populacije proba u 1. klasi. Funkcija gustine f(log x) je logaritamski



Sl. 44 - Histogrami frekvencija raspodele geološke populacije urana statističkog uzorka "alterisani granit Bukulje", dobijen programom "STATGRAFICS"
Gore: linearni odnosi na apscisi.
Dole: Logaritamski odnosi na apscisi.

Fig. 44 - The frequency histograms of the geological population of uranium distribution i in the statistical sample "altered granite of Bukulje".
Upper figure: Linear relations at the abscissa.
Lower figure: Logarithmical relations at the abscissa.

levoasimetrična, znači nije lognormalna. Najveći deo populacije proba akumuliran je u 4 klase, a u desnu stranu ovog histograma postoji logaritamski rep, što je značajna karakteristika ove raspodele. Na ovim klasičnim histogramima postoje samo funkcije f(x) i f(log x), a nema funkcija gustine samog elementa urana, što je osnovna mana ovog klasičnog metoda primene statistike u geologiji (geohemiji).

Za standardizovanu asimetriju i standardizovanu spljoštenost predpostavljamo da se odnosi na standardizaciju, tj. premeštanje centra grupisanja na koordinatni početak, a momenti se sada računaju kao obični momenti.

Spljoštenost (kurtozis) krive gustine ima značajno visoke vrednosti, a ako je spljoštenost veća od 3 (što je ovde slučaj - tabela 10) kriva gustine je izdužena po ordinati (teorija govori samo o simetričnoj krivoj gustine, što ovde nije slučaj).

Koeficijenti korelacije, izračunati na kompjuteru, dati su u tabeli 11:

Tabela 11: Koeficijenti korelacije za statistički uzorak "alterisani granit Bukulje" dobijen programom "STATGRAFICS".

	U	U_n	U_r	U_r/U	U_n/U	U_r/U_n	U_n/U_r
U	1,000	0,9174	0,9805	-0,2478	0,2478	0,1381	-0,1126
U_n	0,9174	1,0000	0,8213	-0,0501	0,0501	0,0004	0,0060
U_r	0,9805	0,8213	1,0000	-0,3305	0,3305	0,1978	-0,1644
U_n/U	-0,2478	-0,0501	-0,3305	1,0000	-1,0000	-0,7132	0,6949
U_r/U	0,2478	0,0501	0,3305	-1,0000	1,0000	0,7132	-0,6949
U_r/U_n	0,1381	0,0004	0,1978	-0,7132	0,7132	1,0000	-0,3305
U_n/U_r	-0,1126	0,0060	0,1644	-0,6949	-0,6949	-0,3305	1,0000

Koeficijenti korelacije, kao i svi drugi koeficijenti, odnose se na simetrične krive gustine, bliske normalnoj krivoj. Ovi koeficijenti korelacije izračunati su po nama nedostupnoj formuli, a predpostavljamo da se radi o klasičnoj formuli za korelaciju između dve približno normalno raspoređene promenljive. Maksimalna numerička vrednost koeficijenta korelacije iznosi jedinicu, a ona je u tabeli 11 zastupljena u korelaciji elementa (realnog i fiktivnog) samog sa sobom. Visoku korelativnu zavisnost pokazuje uran u odnosu na svoje komponente: teškorastvorni (U_n) i lakorastvorni (U_r) uran. Korelativna međuzavisnost urana i fiktivnih elemenata količnika je znatno manja, a nekad je i negativna. Interesantno je da je koeficijent korelacije između urana i fiktivnih elemenata sa svojim komponentama ($V = U_n/U$ i $V_1 = U_r/U$) iste numeričke vrednosti, ali suprotnog znaka, što je svakako posledica da se radi o komponentama samog urana. Praktično nema korelacije između teškorastvornog urana i fiktivnih elemenata u kojem je ovaj uran u imenitelju ($W = U_r/U_n$ i $W_1 = U_n/U_r$) ili brojitelju razlomka. Ostale korelativne međuzavisnosti su različite, nekad male, nekad srednje, a ponekad relativno visoke ($\pm 0,7132$).

Postoji pitanje šta ovi brojevi koeficijenata korelacije stvarno znače, jer bi se po logici očekivalo da, ako su visoko korelativno međuzavisni realni hemijski elementi (uran, teškorastvorni i lakorastvorni uran), da će biti isto tako visoko korelativno međuzavisni i fiktivni elementi njihovih odnosa (količnika). Evidentno je da to nije tako, ili je to samo privid. Bilo bi poželjno da se to konačno ispita i reši, a svakako ova materija premaša obim ispitivanja koja su izložena u ovoj monografiji. To zadire u višu problematiku korelativnih međuzavisnosti slučajnih promenljivih (dvodimenzionalno slučajnih promenljivih) kada njihove raspodele nisu normalne.

STATISTIKA "DVOJNE PRIRODE GEOLOŠKE SLUČAJNE PROMENLJIVE"

Vratimo se na temu ove monografije, a to je primer statističke raspodele geološke populacije urana i njegove teško i lako rastvorne komponente, na osnovu principa "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive", definisane sa 15 teorema i 3 zakona raspodele.

Metod statističke obrade geohemijskih podataka (proba), a u našoj verziji, sadrži: formiranje i rangiranje statističkog uzorka, izradu tabela funkcija gustine, grafičku predstavu funkcija gustine (dvojni histogram) i geohemijskog polja, određivanje parametara geohemijskog polja, definisanje geohemijskih anomalija.

FORMIRANJE I RANGIRANJE STATISTIčKOG UZORKA

Prva i u mnogome presudna operacija je formiranje statističkog uzorka jer svi dalji rezultati ovih geohemijskih izučavanja su zavisni od kvaliteta i reprezentativnosti statističkog uzorka. Treba strogo voditi računa o svakoj probi, jer svaka proba utiče na rezultat, bez obzira koliko je obogaćena u konkretnom hemijskom elementu. To znači da, po pravilu, ne treba ni jednu probu odbaciti; sem u slučaju da ona grubo narušava reprezentativnost statističkog uzorka u odnosu na geohemijsku sredinu, odnosno geološko telo koje se ispituje.

Oprobavanje (uzorkovanje) ima svoja pravila, a bitno je da se jednoliko pokriva dostupna površina geološkog tela. U slučaju obimne relativno detaljne geohemijske prospekcije uzorkovanje proba vrši se po pravougloj mreži kao najreprezentativnijem metodu. Pri tome je najreprezentativnija kvadratna mreža, a pravougaona mreža je češće u upotrebi jer je relativno čest slučaj da je površina geološkog tela takođe izdužena u jednom pravcu, najčešće po pružanju struktura. Pošto je varijabilnost obeležja merenja veća u pravcu pada, a manja u pravcu pružanja, praktikuje se oprobavanje po profilima, gde je korak oprobavanja mnogo manji od rastojanja profila; kao primer je mreža 100 x 10 metara gde se na profilima između kojih je rastojanje 100 m uzimaju probe na rastojanju 10 m.

Kod regionalnih metoda uzorkovanja primenjuje se metod slučajnog uzimanja probe, bez nekog striktnog plana ili mreže uzorkovanja. Tom prilikom treba voditi računa da se veće površine jednorodne geohemijske sredine oprobavaju ređe, a manje površine gušće; ali u tome svakako treba imati meru i nastojati da razlike na budu drastične.

Geohemijsku sredinu treba kvalifikovati prema petrološkim kriterijumima kao najpouzdanijim, a to je po principu vrsta stene. Tako dobijamo geološka tela, odnosno geohemijske sredine koje se po pravilu ne sabiraju (ne mešaju se), kao npr. kisele, intermedijarne, bazične ili ultrabazične magmatske stene; razne vrste sedimentnih stena; razne vrste metamorfnih stena, itd. Na taj način dobijamo kvalifikaciju I ranga geohemijske sredine i sve probe formiraju kolektivne statističke uzorke kao reprezente osnovnih geoloških populacija.

Dalje detaljisanje geohemijske sredine ide u pravcu bližeg određenja stena kao geohemijske sredine i sve probe formiraju kolektivne statističke uzorke II ranga, kao npr. granit, granodiorit (biotitski, muskovitski, dvoliskunski) itd.

Ukoliko je to moguće (izraženije) treba nastojati da se geohemijska sredina definiše u pogledu epigenetskih promena (postmagmatske promene, epigeneza, metamorfizam, itd.) koje imaju uticaja na migraciju i eventualnu akumulaciju izučavanog

hemijskog (ili rudnog) elementa, a po mogućnosti i u smislu intenziteta tih epigenetskih promena. Ova kvalifikacija je naročito važna kod prospekcija obojenih ili retkih metala, čiji se minerali po pravilu ne primećuju u stenama, naročito na terenu. Sve probe koje reprezentuju geohemijske sredine istog ranga predstavljaju parcijalne statističke uzorke.

Potrebno je napomenuti da su svi kolektivni statistički uzorci nižih rangova takođe parcijalni u odnosu na kolektivni statistički uzorak I ranga.

U našem slučaju, kolektivni statistički uzorak od 660 geohemijskih proba (O m a-lj e v, 1983f) reprezentuje pluton na planini Bukulji, koji je izgrađen od kisele magmatske stene - granita. Ove probe su imale određene jedinične koncentracije urana, a samo 481 proba je imala i jedinične koncentracije lakorastvornog urana (O m a lj e v, 1984d). Zato je ovaj statistički uzorak od 481 probe bio kolektivni statistički uzorak I reda koji je reprezentovao južni deo plutona Bukulje, gde postoje mineralizacije urana.

Postmagmatski procesi, naročito među njima hidrotermalni procesi, su bitno uticali na migraciju urana, koja je dovela do njegove preraspodele u mineralima, stvaranjem novih populacija; a među njima i onih populacija koje predstavljaju uranovu mineralizaciju i orudnjenje. Zato su bile odvojene geohemijske sredine hidrotermalno promenjenih granita, a ove probe čine kolektivni statistički uzorak II reda, u kojem je bilo 412 geohemijskih proba.

Kao najviši stepen hidrotermalne promene izdvojeni su tzv. "izbeljeni" graniti (210 proba), koji su podeljeni na dve zone: severnu (146 proba) i južnu (64 probe) zonu sa odgovarajućim parcijalnim statističkim uzorcima.

Za ovu demonstraciju odabran je skraćeni statistički uzorak iz severne zone izbeljenih granita Bukulje (89 proba), a uzete su dve probe iz južne zone (39 i 178 ppm U) uz još jednu probu koja je bila naknadno uzeta (52 ppm U), što ukupno čini ovaj statistički uzorak od 92 probe hidrotermalno promenjenih (izbeljenih) granita Bukulje. Ovaj statistički uzorak je bio dovoljno velik i dovoljno kontrastan, te nije uzeta uranom najbogatija proba (370 ppm U) koja bi remetila pogodnost statističkog uzorka za ovu demonstraciju. Rezultati ranijih izučavanja su prezentirani u publikacijama (O m a lj e v, 1983f, 1984d).

Svaka proba ima laboratorijski određene sadržaje urana (U) i njegove lakorastvorne komponente (U_r), a teškorastvorna komponenta (U_n) i ostali fiktivni elementi ($V = U_n/U$, $V_1 = U_r/U$, $W = U_r/U_n$ i $W_1 = U_n/U_r$) dobijeni su računski (njihovi sadržaji). Jedinične koncentracije (sadržaji) realnih elemenata dati su u tabeli 9.

Rangiranje probe po intenzitetu jediničnih koncentracija (sadržaja) izvodi se za svaki realni i fiktivni element posebno, a u tabeli 9 urađeno je rangiranje proba po intenzitetu sadržaja urana. Tom prilikom sadržaji ostalih elemenata idu sa svakom probom kompletno, a to znači da se menja redosled onako kako to zahteva rangiranje po konkretnom realnom ili fiktivnom elementu.

Već u ovoj fazi rada mogu se odrediti glavni parametri geološke slučajne promenljive koji su definisani teoremom (4) (aritmetička sredina i obe medijane), ali je preporučljivije da se to uradi prilikom izrade tabela funkcija gustine.

Rangiranje proba po sadržaju (X), odnosno po jediničnoj koncentraciji (x) je isto, s obzirom na formulu (41) ($X = x$), a izvodi se za svaku koncentraciju elementa koji igra ulogu geološke nezavisne promenljive. U ovom primeru mi radimo samo one operacije koje su vezane za demonstraciju, a druge operacije (rangovanje proba i drugo) čitalac može izvesti sam kao vežbu, koja će mu poslužiti kao obuka za praktičan rad.

Jedinična koncentracija probe rednog broja 46 u tabeli 9 (4,8 ppm) je medijana (M), a ova vrednost je različita u odnosu na vrednost medijane određena kompjuterom (4,9 ppm - tabela 10). Proba sa rednim brojem 47 ima jediničnu koncentraciju 5,0 ppm, a kompjuter je odredio medijanu koja je teorijski između ovih proba što znači da je to

teorijska vrednost. Međutim, smatramo da je medijana empirijska vrednost sadržaja konkretne probe (4,8 ppm), s obzirom na to da je proba jedinična (nedeljiva) veličina (po teoremi 1) u geološkom telu.

Jedinična koncentracija probe sa rednim brojem 84 (16,7 ppm) je medijana urana (Mx) s obzirom da ova proba zaključuje osiromašenu polovinu statističkog uzorka po masi urana, a na osnovu postavki teoreme (4).

IZRADA TABELA FUNKCIJA GUSTINE

Nakon izrade tabele rangiranih proba po intenzitetu koncentracije elementa koji igra ulogu nezavisne geološke promenljive, pristupa se izboru statističke razmere u kojoj će biti izvedena statistička ispitivanja (tabele, histogrami i dijagrami).

Izbor statističke razmere zavisi od intervala varijacija jediničnih koncentracija (po teoremi 6), vodeći računa da se ostvari pregledna grafička predstava funkcija gustina. Kao primer, izradićemo tabele u linearnoj i u logaritamskoj statističkoj razmeri po koncentraciji urana kao nezavisnoj geološkoj promenljivoj.

Raspon (range) varijacije jediničnih koncentracija urana je 176,8 ppm (tabela 10) u intervalu 1,2 do 178 ppm, a ovaj raspon je isuviše velik da bi se dala pregledna slika funkcija f(x). Zato je u ovakvom slučaju jedina alternativa izbor logaritamske statističke razmere. Ali, iz razloga demonstracije, prikazaćemo tebelu proračuna relativnih frekvencija funkcija gustine u linearnoj razmeri 1:2 ppm, na osnovu teoreme (3), a geohemijska ekvidistancija kao granica klasa (po teoremi 9) iznosi 2 ppm. U ovoj statističkoj razmeri imamo 89 klasa, ali najveći broj klasa je bez podataka, a to omogućava redukciju apscisne ose da bi se eliminisali prazni delovi apscise.

Tabela 12: Trokomponentni sistem funkcija gustine raspodele geološke populacije po koncentraciji urana (x) u linearnoj statističkoj razmeri 1:2 ppm.

Granice klase x ppm	f(x)		$f_X(x)$		$f_{X1}(x)$		$f_{X2}(x)$	
	N_k	%	X_k	%	$(X_1)_k$	%	$(X_2)_k$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0 do 2	8	8,70	13,1	1,44	8,2	1,74	4,9	1,11
4	28	30,43	87,0	9,54	53,0	11,27	34,0	7,70
6	20	21,74	99,7	10,94	63,3	13,47	36,4	8,25
8	14	15,22	96,4	10,58	55,9	11,89	40,5	9,18
10	6	6,52	53,1	5,83	29,9	6,36	23,2	5,26
12	3	3,26	33,8	3,71	19,7	4,19	14,1	3,19
14	2	2,17	27,0	2,96	14,3	3,04	12,7	2,88
16	2	2,17	30,3	3,32	18,7	3,98	11,6	2,63
18	2	2,17	34,7	3,81	23,9	5,08	10,8	2,45
20	1	1,09	19,0	2,08	13,0	2,77	6,0	1,36
20-26	///							
28	1	1,09	27,0	2,96	21,0	4,47	6,0	1,36
30	-							
32	1	1,09	31,4	3,44	23,2	4,94	8,2	1,86
32-38	///							

Granice klase x ppm	f(x)		$f_X(x)$		$f_{X1}(x)$		$f_{X2}(x)$	
	N_k	%	X_k	%	$(X_1)_k$	%	$(X_2)_k$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	1	1,09	39,0	4,28	12,0	2,55	27,0	6,12
40-50	/////							
52	1	1,09	52,0	5,70	32,0	6,81	20,0	4,53
52-88								
90	1	1,09	90	9,87	34	7,23	56	12,69
90-176								
178	1	1,09	178	19,53	48	10,21	130	29,45
Zbir	92	100,01	911,5	99,99	470,1	100,00	441,4	100,02

Uzimajući u obzir da u svakoj probi postoje sadržaji tri realna i 4 fiktivna elementa bila bi potrebna izrada tabele funkcija gustina za svaki elemenat čija koncentracija igra ulogu nezavisne geološke promenljive. Smatramo da je za primer dovoljno izrada po jedne tabele funkcija gustine, jedne u linearnoj (tabela 12) i jedne u logaritamskoj (tabela 13) statističkoj razmeri. Ostale mogućnosti mogu čitaoci sami da urade kao trenaž.

Autor smatra da, bez obzira na nužnosti primene logaritamske statističke razmere, treba izraditi i tabelu funkcija gustine u nekoj pogodnoj linearnoj statističkoj razmeri. Za ilustraciju promena koje trpe funkcije gustine, autor je uradio tabele raspodele urana kao jednokomponentnog sistema u sledećim linearnim statističkim razmerama: 1:0,5 ppm, 1:1 ppm, 1:2 ppm (tabela 12), 1:4 ppm i 1:5 ppm.

U tabeli 12 i 13 je prikazan proračun relativnih frekvencija trokomponentnog sistema U = X, Un = X1 i Ur = X2 kao funkcija koncentracije urana (x), primenom formula (42) i (43).

U prvoj koloni tabela 12 date su granice klasa u linearnoj statističkoj razmeri 1:2 ppm, a to su parni prirodni brojevi koji predstavljaju geohemijsku ekvidistanciju u ovoj statističkoj razmeri. Kod logaritamske statističke razmere "log 1:10" ppm granice klasa su logaritmi koncentracije (log x) ali su date vrednosti (x), uzete iz tabele 8. Ukoliko više klasa nemaju ni jednu probu, izvedena je redukcija apscise na taj način što su prazni intervali sakupljeni, a kosim crtama je označeno koliko je bilo praznih klasa (npr. u intervalu 20 do 26 ppm ima 3 prazne klase). Kada je broj praznih klasa velik ostavlja se jednostavno praznina (npr. od 90 do 176 ppm ima 43 praznih klasa).

U drugoj koloni nalaze se apsolutne frekvencije funkcije f(x) u vidu broja proba u toj klasi (Nk), a zbir na kraju ove kolone daje ukupan broj podataka (proba) u statističkom uzorku (N = 92). U 3. kolini nalaze se relativne frekvencije funkcije f(x) u procentima (%), dobijene primenom formule (42). Ukupan zbir iznosi 100,01% što je idealno blizu teorijskog zbira (100%).

U 4. koloni nalaze se apsolutne frekvencije funkcije fX(x) kao mase urana, a to je zbir jediničnih masa (sadržaja) onih proba koje su u toj klasi, po formuli (43)

$$X_k = \sum_{i=1}^{k} X_i, i = 1,2,\ldots,k \qquad (150)$$

Ukupna ekvivalentna masa urana u statističkom uzorku odgovara zbiru jediničnih masa urana (tabela 9) koje odgovaraju sadržaju, odnosno sumi sadržaja svih proba u statističkom uzorku (911,5 ppm).

U 5. kolini su relativne frekvencije funkcije fX(x) izračunate po formuli (43) u procentima (%). Zbir ovih relativnih frekvencija iznosi 99,99%, odnosno 100,02%, što je idealno blizu teorijskog zbira (100%).

U 6. kolini su apsolutne frekvencije funkcije gustine fX1(x) kao zbir ekvivalentnih masa (jediničnih masa) teškorastvornog urana onih proba koje su u konkretnoj klasi. Zbir ovih ekvivalentnih masa odgovara zbiru jediničnih masa teškorastvornog urana (470,1 ppm).

U 7. koloni su relativne frekvencije funkcije gustine fX1(x), koje su izračunate po primeni formule (43), a to je raspodela jediničnih masa drugog elementa po koncentraciji prvog elementa, u procentima. Ukupno je 100,00% relativnih frekvencija, odnosno 100,01%, što je idealan zbir ove kolone.

Tabela 13: Trokomponentni sistem funkcija gustina raspodele geološke populacije po koncentraciji urana (x) u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:10" ppm (log x).

Granice klasa x ppm	f(log x)		f_X(log x)		f_{X1}(log x)		f_{X2}(log x)	
	N_k	%	X_k	%	$(x_1)_k$	%	$(X_2)_k$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1-1,2	1	1,09	1,2	0,13	0,6	0,13	0,6	0,14
1,5	2	2,17	2,8	0,31	1,4	0,30	1,4	0,32
1,9	4	4,35	7,1	0,78	4,7	1,00	2,4	0,54
2,5	7	7,61	16,2	1,78	10,2	2,17	6,0	1,36
3,1	8	8,70	22,8	2,50	14,6	3,11	8,2	1,86
3,9	12	13,04	42,0	4,61	25,0	5,32	17,0	3,85
5,0	13	14,13	57,8	6,34	35,0	7,45	22,8	5,17
6,3	12	13,04	68,5	7,52	44,8	9,53	23,7	5,37
7,9	11	11,96	77,8	8,54	44,1	9,38	33,7	7,63
10,0	6	6,52	53,1	5,83	29,9	6,36	23,2	5,26
12,5	3	3,26	33,8	3,71	19,7	4,19	14,1	3,19
15,8	3	3,26	41,3	4,53	23,8	5,06	17,5	3,96
19,9	4	4,35	69,7	7,65	46,1	9,81	23,6	5,35
25,1	-							
31,6	2	2,17	58,4	6,41	44,2	9,40	14,2	3,22
39,8	1	1,09	39,0	4,28	12	2,55	27	6,12
50,1	-							
63,0	1	1,09	52	5,70	32	6,81	20	4,53
79,4	-							
100	1	1,09	90	9,87	34	7,23	56	12,69
100-158	//							
199	1	1,09	178	19,53	48	10,21	130	29,45
Zbir	92	100,01	911,5	100,02	470,1	100,01	441,4	100,01

U 8. koloni se nalaze apsolutne frekvencije funkcije gustine fX2(x) kao zbir jediničnih masa lakorastvornog urana u probama koje su u konkretnoj klasi, a ukupan zbir ovih ekvivalentnih masa je 441,4 ppm.

U 9. koloni su relativne frekvencije funkcije fX2(x) koje su izračunate kao funkcije jediničnih masa 3. elementa po koncentraciji prvog elementa.

Velika je razlika u raspodeli geološke populacije ovog statističkog uzorka između linearne i logaritamske statističke razmere. U prvih 5 klasa linearne statističke razmere (tabela 12) nalazi se 76 proba (82,61% relativnih frekvencija), a u ostalih 84 klase nalazi se samo 16 proba, a posle 9. klase nalazi se samo po jedna proba u po nekoj klasi. Raspodela ove populacije u logaritamskoj statističkoj razmeri je bliža simetričnoj, leva logaritamska asimetrija je relativno mala u odnosu na prethodnu gde je leva asimetrija ekstremno zastupljena. Uranom najbogatija proba je usamljena na desnoj strani apscise, jer postoje 43 klase bez ijedne probe. Sledeća uranom najbogatija proba je takođe usamljena, jer postoji praznina od 18 klasa. Izveden je eksperiment odbacivanja (odsecanja) ovih proba iz statističkog uzorka, što će biti prikazano kasnije. Svega toga nema u tabeli 13, uranom najbogatije proba razdvojena je od ostalih samo sa dve prazne klase, a postoje još samo tri praznine od po jedne klase. Primenom logaritamske transformacije na apscisnoj osi dobija se sažeta raspodela ove geološke populacije, što omogućuje preglednost u formu funkcije gustine raspodele frekvencija f(log. x).

Ovaj primer predstavlja slučaj kada su uran, teškorastvorni uran i lakorastvorni uran nezavisni kao i svaki drugi hemijski elementi.

U slučaju kada se teškorastvorni i lakorastvorni uran posmatraju kao komponente urana, oni postaju funkcije gustine po formulama (45 i 46), a ovakva raspodela prikazana je u tabeli 14 (koja je modifikovana tabela 12).

Razlika između tabele 14 i tabele 12 je u relativnim frekvencijama funkcija gustine teško (7 kolona) i lako (9 kolona) rastvornog urana, koji su sada komponente urana (po formuli 45 i 46) i zato zbir relativnih frekvencija iznosi njihovo učešće (u procentima) u ukupnoj masi urana koja se nalazi u ovom statističkom uzorku (ekvivalentna masa od 911,5 ppm). To je posledica pomenutih formula, koje omogućavaju da se sagleda učešće svake komponente urana u masi i to u svakoj klasi. Zbir relativnih frekvencija komponenti urana za svaku klasu iznosi onoliko kolika je relativna frekvencija urana (1,44 = 0,90 + 0,54, za 1. klasu, itd). To je posledica formule (44) da su jedinične mase teško i lako rastvornog urana u zbiru jednake jediničnoj masi urana za svaku probu.

Izveden je eksperiment odsecanja tri uranom najbogatije probe, što će biti komentarisano na grafičkoj predstavi dvojnim histogramima.

Mala je razlika u učešću teško i lako rastvorne komponente urana u masi urana ovog statističkog uzorka (idealno 51,57:48,43%) što realno iznosi oko polovine. Odbacivanjem uranom najbogatije probe (178 ppm), koja je naročito bogata lakorastvornom komponentom urana (130 ppm), ovi odnosi se menjaju (57,55:42,45%) u korist teškorastvorne komponente urana. Odbacivanjem još jedne sada uranom najbogatije probe (90 ppm) situacija se još više menja (60,31:39,69%) u korist teškorastvorne komponente urana. Lakorastvorna komponenta preovlađuje u uranom najbogatijim probama, a odbacivanjem ovih proba stabilizuje se učešće teškorastvorne komponente urana na oko 60%.

Tabela 14: Trokomponentni sistem funkcija gustina, kada su teško i lako rastvorni uran komponente urana, u lineamoj statističkoj razmeri 1:2 ppm.

Granice klasa x ppm	f(log x)		f_X(log x)		f_{X1}(log x)c		f_{X2}(log x)c	
	N_k	%	X_k	%	$(X_1)_k$	%	$(X_2)_k$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0-2	8	8,70	13,1	1,44	8,2	0,90	4,9	0,54
4	28	30,43	87,0	9,54	53,0	5,81	34,0	3,73
6	20	21,74	99,7	10,94	63,3	6,94	36,4	3,99
8	14	15,22	96,4	10,58	55,9	6,13	40,5	4,44
10	6	6,52	53,1	5,83	29,9	3,28	23,2	2,55
12	3	3,26	33,8	3,71	19,7	2,16	14,1	1,55
14	2	2,17	27,0	2,96	14,3	1,57	12,7	1,39
16	2	2,17	30,3	3,32	18,7	2,05	11,6	1,27
18	2	2,17	34,7	3,81	23,9	2,62	10,8	1,18
20	1	1,09	19	2,08	13	1,43	6	0,66
20-26	///							
28	1	1,09	27	2,96	21	2,30	6	0,66
30	-							
32	1	1,09	31,4	3,44	23,2	2,55	8,2	0,90
32-38	///							
40	1	1,09	39	4,28	12	1,32	27	2,96
40-50	/////							
52	1	1,09	52	5,70	32	3,51	20	2,19
52-88,								
90	1	1,09	90	9,87	34	3,73	56	6,14
90-176								
178	1	1,09	178	19,53	48	5,27	130	14,26
Zbir	92	100,01	911,5	99,99	470,1	51,57	441,4	48,41

Raspodela realnih geoloških populacija po koncentraciji fiktivnog elementa data je na primeru odnosa $U_n/U = V$, gde je V sadržaj fiktivnog elementa u svakoj probi. Istovremeno ista brojna vrednost je i jedinična koncentracija fiktivnog elementa, po formuli (41), gde je V = v. Statistika ne razlikuje fiktivne od realnih elemenata, bitno je da postoji brojna vrednost sadržaja, odnosno jedinične koncentracije u svakoj probi, bez obzira na način realizacije ovog obeležja; da li je to eksperiment hemijske analize ili računski eksperiment. Realizacije je uvek pouzdan događaj, a to je sadržaj fiktivnog elementa. Primer je prikazan na tabeli 15:

Tabela 15: Trokomponentni sistem funkcija gustine dva realna (U i U_n) i jednog fiktivnog ($V = U_n/U$) elementa, po odnosu koncentracija ($v = x_1/x$), u linearnoj statističkoj razmeri 1:0,05.

Granice klasa v	F(v)		$f_V(v)$		$f_X(v)$		$f_{X1}(v)$	
	Nk	%	V_k	%	X_k	%	$(X_1)_k$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0-0,05	-							
0,10	1	1,09	0,0725	0,13	6,9	0,76	0,5	0,11
0,15	-							
0,20	1	1,09	0,1733	0,31	7,5	0,82	1,3	0,28
0,25	-							
0,30	3	3,26	0,8231	1,49	189,2	20,76	51,2	10,89
0,35	2	2,17	0,6126	1,11	47,2	5,18	14,5	3,08
0,40	7	7,61	2,6419	4,77	127,6	14,00	48,3	10,27
0,45	1	1,09	0,4400	0,79	2,5	0,27	1,1	0,23
0,50	8	8,70	3,8544	6,96	34,5	3,78	16,7	3,55
0,55	8	8,70	4,3032	7,77	36,0	3,95	19,4	4,13
0,60	9	9,78	5,1944	9,39	59,7	6,55	34,4	7,32
0,65	10	10,87	6,2776	11,34	90,7	9,95	56,4	12,00
0,70	14	15,22	9,4519	17,08	119,3	13,09	80,4	17,10
0,75	14	15,22	10,1806	18,39	97,0	10,64	70,7	15,04
0,80	9	9,78	7,0077	12,66	64,2	7,04	49,9	10,61
0,85	3	3,26	2,4645	4,45	16,8	1,84	13,8	2,94
0,90	-							
0,95	2	2,17	1,8494	3,34	12,4	1,36	11,5	2,45
Zbir	92	100,01	55,3471	99,98	911,5	99,99	470,1	100,00

Numerička vrednost ove koncentracije (v) ne može biti veća od jedinice, jer je u brojitelju podređen element, a ista se može predstaviti u vidu procenata (granice klasa). Međutim, smatramo da bi to izazivalo zabunu jer bi se stalno mislilo da su ovi procenti na apscisnoj osi sadržaji realnog elementa, pa iz tih razloga smatramo da je celishodnije za granice klasa uzimati delove jedinice, što je i učinjeno u ovom primeru.

Eliminacija uranom najbogatije probe izaziva promene u onoj klasi gde se takva proba nađe, a u ovom slučaju to je 6. klasa. Promena u relativnim frekvencijama realnih elemenata je drastična, dok promena relativnih frekvencija fiktivnog elementa je jedva primetna (sl. 48 i 49).

Parametri raspodele ovog fiktivnog elementa, po teoremi 4, su: aritmetička sredina (0,6016), medijana (0,6250) i medijana fiktivnog elementa (0,6706). Evidentno je da postoji relativno mala desna asimetrija u funkciji gustine f(v), jer je numerička vrednost aritmetičke sredine najniža (3. zakon raspodele). Eliminacija uranom najbogatije probe nema značajnog uticaja na vrednosti parametara raspodele, medijane ostaju iste a neznatno raste aritmetička sredina na 0,6021 (sl. 48).

Primenjena je logaritamska statistička razmera na raspodelu ovih populacija iz razloga demonstracije kako ne treba raditi, jer se pojavila veća desna asimetrija u funkciji gustine f(log v), o čemu će biti reči kasnije. Proračun ove tabele priložen je na tabeli 16, a histogram je priložen na sl. 49.

Tabela 14: Trokomponentni sistem funkcija gustina, kada su teško i lako rastvorni uran komponente urana, u lineamoj statističkoj razmeri 1:2 ppm.

Granice klasa x ppm	f(log x)		f_X(log x)		f_{X1}(log x)c		f_{X2}(log x)c	
	N_k	%	X_k	%	$(X_1)_k$	%	$(X_2)_k$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0-2	8	8,70	13,1	1,44	8,2	0,90	4,9	0,54
4	28	30,43	87,0	9,54	53,0	5,81	34,0	3,73
6	20	21,74	99,7	10,94	63,3	6,94	36,4	3,99
8	14	15,22	96,4	10,58	55,9	6,13	40,5	4,44
10	6	6,52	53,1	5,83	29,9	3,28	23,2	2,55
12	3	3,26	33,8	3,71	19,7	2,16	14,1	1,55
14	2	2,17	27,0	2,96	14,3	1,57	12,7	1,39
16	2	2,17	30,3	3,32	18,7	2,05	11,6	1,27
18	2	2,17	34,7	3,81	23,9	2,62	10,8	1,18
20	1	1,09	19	2,08	13	1,43	6	0,66
20-26	///							
28	1	1,09	27	2,96	21	2,30	6	0,66
30	-							
32	1	1,09	31,4	3,44	23,2	2,55	8,2	0,90
32-38	///							
40	1	1,09	39	4,28	12	1,32	27	2,96
40-50	/////							
52	1	1,09	52	5,70	32	3,51	20	2,19
52-88,								
90	1	1,09	90	9,87	34	3,73	56	6,14
90-176								
178	1	1,09	178	19,53	48	5,27	130	14,26
Zbir	92	100,01	911,5	99,99	470,1	51,57	441,4	48,41

Raspodela realnih geoloških populacija po koncentraciji fiktivnog elementa data je na primeru odnosa $U_n/U = V$, gde je V sadržaj fiktivnog elementa u svakoj probi. Istovremeno ista brojna vrednost je i jedinična koncentracija fiktivnog elementa, po formuli (41), gde je V = v. Statistika ne razlikuje fiktivne od realnih elemenata, bitno je da postoji brojna vrednost sadržaja, odnosno jedinične koncentracije u svakoj probi, bez obzira na način realizacije ovog obeležja; da li je to eksperiment hemijske analize ili računski eksperiment. Realizacije je uvek pouzdan događaj, a to je sadržaj fiktivnog elementa. Primer je prikazan na tabeli 15:

Tabela 15: Trokomponentni sistem funkcija gustine dva realna (U i U_n) i jednog fiktivnog ($V = U_n/U$) elementa, po odnosu koncentracija ($v = x_1/x$), u linearnoj statističkoj razmeri 1:0,05.

Granice klasa v	F(v)		$f_V(v)$		$f_X(v)$		$f_{X1}(v)$	
	Nk	%	V_k	%	X_k	%	$(X_1)_k$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0-0,05	-							
0,10	1	1,09	0,0725	0,13	6,9	0,76	0,5	0,11
0,15	-							
0,20	1	1,09	0,1733	0,31	7,5	0,82	1,3	0,28
0,25	-							
0,30	3	3,26	0,8231	1,49	189,2	20,76	51,2	10,89
0,35	2	2,17	0,6126	1,11	47,2	5,18	14,5	3,08
0,40	7	7,61	2,6419	4,77	127,6	14,00	48,3	10,27
0,45	1	1,09	0,4400	0,79	2,5	0,27	1,1	0,23
0,50	8	8,70	3,8544	6,96	34,5	3,78	16,7	3,55
0,55	8	8,70	4,3032	7,77	36,0	3,95	19,4	4,13
0,60	9	9,78	5,1944	9,39	59,7	6,55	34,4	7,32
0,65	10	10,87	6,2776	11,34	90,7	9,95	56,4	12,00
0,70	14	15,22	9,4519	17,08	119,3	13,09	80,4	17,10
0,75	14	15,22	10,1806	18,39	97,0	10,64	70,7	15,04
0,80	9	9,78	7,0077	12,66	64,2	7,04	49,9	10,61
0,85	3	3,26	2,4645	4,45	16,8	1,84	13,8	2,94
0,90	-							
0,95	2	2,17	1,8494	3,34	12,4	1,36	11,5	2,45
Zbir	92	100,01	55,3471	99,98	911,5	99,99	470,1	100,00

Numerička vrednost ove koncentracije (v) ne može biti veća od jedinice, jer je u brojitelju podređen element, a ista se može predstaviti u vidu procenata (granice klasa). Međutim, smatramo da bi to izazivalo zabunu jer bi se stalno mislilo da su ovi procenti na apscisnoj osi sadržaji realnog elementa, pa iz tih razloga smatramo da je celishodnije za granice klasa uzimati delove jedinice, što je i učinjeno u ovom primeru.

Eliminacija uranom najbogatije probe izaziva promene u onoj klasi gde se takva proba nađe, a u ovom slučaju to je 6. klasa. Promena u relativnim frekvencijama realnih elemenata je drastična, dok promena relativnih frekvencija fiktivnog elementa je jedva primetna (sl. 48 i 49).

Parametri raspodele ovog fiktivnog elementa, po teoremi 4, su: aritmetička sredina (0,6016), medijana (0,6250) i medijana fiktivnog elementa (0,6706). Evidentno je da postoji relativno mala desna asimetrija u funkciji gustine f(v), jer je numerička vrednost aritmetičke sredine najniža (3. zakon raspodele). Eliminacija uranom najbogatije probe nema značajnog uticaja na vrednosti parametara raspodele, medijane ostaju iste a neznatno raste aritmetička sredina na 0,6021 (sl. 48).

Primenjena je logaritamska statistička razmera na raspodelu ovih populacija iz razloga demonstracije kako ne treba raditi, jer se pojavila veća desna asimetrija u funkciji gustine f(log v), o čemu će biti reči kasnije. Proračun ove tabele priložen je na tabeli 16, a histogram je priložen na sl. 49.

Tabela 16: Trokomponentni sistem funkcija gustina dva realna (U i U_n) i jednog fiktivnog ($V = U_n/U$) elementa, po odnosu koncentracija ($v = x_1/x$), u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:20" (log v).

Granice klasa v	F(v)		$f_V(v)$		$f_X(v)$		$f_{X1}(v)$	
	Nk	%	V_k	%	X_k	%	$(X_1)_k$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0707								
0,0794	1	1,09	0,0725	0,13	6,9	0,76	0,5	0,11
0,1000	//							
0,1584	////							
0,1778	1	1,09	0,1733	0,31	7,5	0,82	1,3	0,28
0,2511	///							
0,2818	2	2,17	0,5290	0,96	180,7	19,82	48,7	10,36
0,3162	3	3,26	0,9067	1,64	55,7	6,11	17,0	3,62
0,3548	-							
0,3981	7	7,61	2,6419	4,77	127,6	14,00	48,3	10,27
0,4466	1	1,09	0,4400	0,79	2,5	0,27	1,1	0,23
0,5011	8	8,70	3,8544	6,96	34,5	3,78	16,7	3,55
0,5623	9	9,78	4,8646	8,79	41,7	4,57	22,6	4,81
0,6309	14	15,22	8,3455	15,08	126,3	13,86	75,8	16,12
0,7079	21	22,83	14,1344	25,54	162,5	17,83	109,7	23,34
0,7943	18	19,57	13,4709	24,34	126,9	13,92	95,5	20,31
0,8912	5	5,43	4,0645	7,34	26,3	2,89	21,4	4,55
1,0000	2	2,17	1,8494	3,34	12,4	1,36	11,5	2,45
Zbir	92	100,01	55,3471	99,99	911,5	99,99	470,1	100,00

Relativne frekvencije realnih elemenata su spregnute, jer su funkcionalno povezane u fiktivnom elementu ($V = U_n/U$). Kao posledica, intenziteti relativnih frekvencija se zakonito menjaju iz klase u klasu na taj način što porastom koncentracije fiktivnog elementa intenzitet realnog elementa u imenitelju se smanjuje, a raste intenzitet elementa u imenitelju razlomka. Postoji jedna tačka na apscisnoj osi gde su intenziteti ovih funkcija izjednačene:

$$fX_1(v)s = fX(v)s$$

a ova jednačina (142) je slična jednačini (58) gde su izjednačene relativne frekvencije funkcija gustine za tačku preseka njihovih poligona. Ova tačka (vs) je apscisa tačke preseka pomenutih krivih gustina i zato je njena uloga kao parametra raspodele fiktivnog elementa specifična. Interesantno je da se ova tačka uopšte ne odnosi na funkciju (krivu) gustine fiktivnog elementa, jer tačka preseka funkcija gustine fiktivnog elementa f(v) i fv(v) je aritmetička sredina (po teoremi 5), što je dokazano razvojem jednačine (58) u jednačinu (62), samo su simboli izmenjeni.

Razvojem jednačine (142) u jednačinu (146) dokazano je da je ova srednja vrednost odnos (količnik) aritmetičkih sredina realnih hemijskih elemenata ($\hat{v} = \bar{x}_1/\bar{x}$).

Ovaj parametar ($\hat{v} = \bar{x}_1/\bar{x} = U_n/U$) izražava suštinu odnosa dve populacije realnih elemenata u statističkom uzorku, po teoremi (15) i definiciji (45), koji se izražavaju kao

odnos njihovih srednjih sadržaja, odnosno njihovih aritmetičkih sredina (jer se radi o populaciji statističkih uzoraka). Na taj način, ovaj parametar na specifičan način izražava odnos dve populacije realnih elemenata, pa nije ni potrebna funkcija gustine fiktivnog elemenata za razumevanje ovog odnosa. Iz tih razloga može se funkcija gustine $f_V(v)$ zanemariti, a ostaje kao važna samo funkcija f(v) koja objedinjuje raspodele relativnih frekvencija realnih elemenata. Zato se kod grafičke predstave ovih funkcija može izostaviti funkcija $f_V(v)$, a crtaju se samo funkcije f(v) i funkcije $f_X(v)$ i $f_{X1}(v)$. Parametri raspodele fiktivnog elementa odnose se na njegovu funkciju gustine f(v), oni se prikazuju na apscisnoj osi, a dopunjuje se još parametrom (v), čija je brojna vrednost po pravilu manja (formula 47) od vrednosti aritmetičke sredine:

$$\bar{v} > \hat{v}$$

Interesantno je da nakon odbacivanja uranom najbogtije probe (178 ppm) raste numerička vrednost parametra odnosa ($\hat{v}$ = 0,5757, sl. 48, pod b), što je posledica toga da je ta proba relativno siromašnija u teškorastvornoj komponenti urana.

Tabela 17: Trokomponentni sistem funkcija gustine dva realna elementa (U_n i U_r) i jednog fiktivnog elementa (W) njihovog odnosa, po odnosu koncentracija ($w = U_r/U_n = x_2/x_1$), u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:10".

Granice klasa w	f (log w)		f_{W1} (log w)		f_{X1} (log w)		f_{X2}(log w)	
	N_k	%	W_k	%	$(X_1)_k$	%	$(X_2)_k$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,063	1	1,09	0,060	0,07	6,7	1,43	0,4	0,09
0,06-0,1	//							
0,125	1	1,09	0,104	0,12	4,8	1,02	0,5	0,11
0,125-0,199	//							
0,251	5	5,43	1,151	1,33	21,4	4,55	4,9	1,11
0,316	6	6,52	1,744	2,02	39,8	8,47	11,6	2,63
0,398	9	9,78	3,107	3,60	48,1	10,23	16,7	3,78
0,501	17	18,48	7,667	8,88	84,7	18,02	38,6	8,74
0,630	12	13,04	6,849	7,94	76,1	16,19	44,3	10,04
0,794	10	10,87	7,231	8,38	35,5	7,55	26,0	5,89
1	9	9,78	7,879	9,13	20	4,25	17,2	3,90
1,258	7	7,61	7,619	8,83	16,1	3,42	17,2	3,90
1,584	3	3,26	4,367	5,06	8,4	1,79	12,7	2,88
1,995	5	5,43	8,467	9,81	41	8,72	68	15,41
2,511	3	3,26	6,930	8,03	17	3,62	38,7	8,77
3,162	2	2,17	5,565	6,45	48,7	10,36	132	29,90
3,981	-							
5,011	1	1,09	4,769	5,53	1,3	0,28	6,2	1,40
0,5-12,589	////							
15,849	1	1,09	12,800	14,83	0,5	0,11	6,4	1,45
Zbir	92	99,99	86,309	100,01	470,1	100,01	441,4	100,01

Numerička vrednost odnosa dva realna hemijska elementa po pravilu mogu dati proizvoljnu numeričku vrednost sadržaja fiktivnog elementa količnika koja može biti manja i veća od jedinice. Takav je odnos ($W = U_r/U_n = X_2/X_1$), jer su komponente urana potpuno međusobno nezavisne, oni su zavisni samo kao komponente ukupnog urana. Smatramo da je korisno dati ovaj primer raspodele fiktivne populacije, koja je slična mnogim slučajevima odnosa dva realna hemijska elementa (npr. Na/K, K/Rb, Th/U, Zn/Pb, itd.) koje je autor ove monografije ispitivao.

Raspodela funkcija gustine fiktivnog elementa $W = U_r/U_n$ sa raspodelom ovih realnih elemenata, prikazana je u tabeli 17. i to u logaritamskoj statističkoj razmeri. Granice klasa su logaritmi koncentracije fiktivnog elementa, ali je preglednije dati ih u realnim vrednostima kao w, ali po logaritamskom zakonu kako sledi iz tabele 8. Treba voditi računa da je logaritam od jedinice jednak nuli (log 1 = 0) i da se ove vrednosti levo i desno po apscisnoj osi broje logaritam dekade (levo negativne, a desno pozitivne) i klase sl. 50).

Aritmetička sredina ($\overline{w}$ = 0,938) je viša od medijane (M = 0,575), a niža od medijane fiktivnog elementa (Mw = 1,190), što ukazuje na levoasimetričnu (logaritamsku) raspodelu ove fiktivne populacije. Interesantan je slučaj da se vrednost parametra $\hat{w}$ = 0,939 praktično poklapa na apscisi sa aritmetičkom sredinom, što je veoma redak slučaj u praksi. Eliminacijom uranom najbogatije probe (178 ppm) odnosi parametara raspodele funkcije f(w) se ne menjaju, vrednosti im malo opadaju, a znatno se menja odnos parametra $\hat{w}$ = 0,737 koja je sada znatno niža od aritmetičke sredine ($\overline{w}$ = 0,919), što odgovara najvećem broju slučajeva kod raspodela sličnih fiktivnih populacija.

Fiktivni elemenat zbira realnih elemenata predstavlja uran, jer je sadržaj urana u probi zbir sadržaja teško i lakorastvornog urana u istoj probi formula 44), te je raspodela urana sa njegovim komponentama identična raspodeli fiktivnog elementa kao zbira realnih elemenata, te smatramo da nije potreban primer za takvu raspodelu.

Fiktivni elemenat kao proizvod dva ili više realnih elemenata autor do sada nije razmatrao, a sada se prvi put daje primer o tome.

Tabela 18: Trokomponentni sistem funkcija gustine dva realna hemijska elementa (U_n i U_r) i jednog fiktivnog elementa (P) njihovog proizvoda, po proizvodu koncentracija ($p = x_1 * x_2$) u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:5" ppm^2.

Granice klase p $(ppm)^2$	f(log p)		f_P(log p)		f_{X1}(log p)		f_{X2}(log p)	
	N_k	%	P_k	%	$(X_1)_k$	%	$(X_2)_k$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,1-0,25	//							
0,39	1	1,09	0,36	0,00	0,6	0,13	0,6	0,14
0,63	3	3,26	1,58	0,02	2,6	0,55	1,9	0,43
1,00	4	4,35	2,92	0,03	5,0	1,06	2,4	0,54
1,58	11	11,96	14,46	0,14	18,2	3,87	10,0	2,27
2,51	8	8,70	16,74	0,16	19,5	4,15	7,7	1,74
3,94	13	14,13	41,21	0,40	32,0	6,81	23,8	5,39
6,30	14	15,22	69,99	0,68	41,1	8,74	25,3	5,73
10,00	11	11,96	90,44	0,88	42,3	9,00	27,8	6,30
15,84	7	7,61	88,43	0,86	24,1	5,71	28,0	6,34
25,11	4	4,35	68,87	0,67	24,9	5,30	11,5	2,61

Granice klase p $(ppm)^2$	f(log p)		f_P(log p)		f_{X1}(log p)		f_{X2}(log p)	
	N_k	%	P_k	%	$(X_1)_k$	%	$(X_2)_k$	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
39,81	3	3,26	90,79	0,88	19,7	4,19	14,1	3,19
63,09	5	5,43	254,21	2,47	44,2	9,40	29,8	6,75
100,00	2	2,17	145,31	1,41	25,7	5,47	11,3	2,56
158,49	1	1,09	126,00	1,22	21,0	4,47	6,0	1,36
251,19	1	1,09	190,24	1,85	23,2	4,94	8,2	1,86
398,11	1	1,09	324,00	3,14	12,0	2,55	27,00	6,12
630,96	-							
1.000,00	1	1,09	640,00	6,21	32,00	6,81	20,0	4,53
1.584,9	-							
2.511,9	1	1,09	1904,00	18,47	34,0	7,23	56,0	17,98
3.981,1	-							
6,309,6	1	1,09	6240,00	60,53	48,0	10,21	130,0	29,45
Zbir	92	100,03	10309,55	100,02	470,1	100,01	441,4	100,00

Evidentno je da ovo nije pravi način prikazivanja statističke raspodele fiktivnog elementa proizvoda, jer analog jedinične koncentracija (p) ima dimenziju na kvadrat. Međutim, takođe je evidentno da su raspodele zavisnih (realnih) hemijskih elemenata upotrebljive. Naravno da je potrebno još napora da se pronađe pravi način za izraz nezavisne geološke promenljive (p).

Fiktivni elemenat kao razlika ne treba razmatrati, jer za to nema potrebe, a tada bi se obavezno došlo do apsurda u vidu "negativnih" sadržaja, odnosno koncentracija.

GRAFIČKA PREDSTAVA FUNKCIJA GUSTINA, SA INTERPRETACIJOM - DVOJNI HISTOGRAMI

Dvojni histogram je najpregledniji i najpotpuniji grafički prikaz statističke raspodele geološke populacije, odnosno funkcija gustine geološke slučajne promenljive. Dvojni poligon je lakše konstruisati, ali kod višekomponentnih sistema nije dovoljno pregledan, jer se teško prate varijacije intenziteta funkcija gustine, naročito zavisnih elemenata čije relativne frekvencije su funkcije koncentracije nekog drugog hemijskog elementa. Krive gustine se teže crtaju, takođe nisu dovoljno pregledne kod višekomponentnih sistema, a posebno nisu pogodne za grafičku predstavu raspodele populacija statističkog uzorka, koja je zbog malog broja podataka diskretne prirode.

Posle izrade tabela, gde su izračunate relativne frekvencije funkcija gustine po klasama odgovarajuće statističke razmere, pristupa se konstrukciji (izradi) dvojnog histograma.

Dvojni histogram se konstruiše na sličan način kao i običan histogram, na apscisu se nanose granice klase po intenzitetu koncentracije hemijskog elementa koji igra ulogu nezavisne geološke promenljive, a po ordinati se izvlače intenziteti funkcija gustina koje predstavljaju relativne frekvencije (iz tabela). Smatramo da je značajna prednost nanositi intenzitete funkcija gustina na osnovu relativnih frekvencija, jer su apsolutne frekvencije

nepogodne za upoređivanje funkcija gustina različitih elemenata. Tako se na apscisnu osu nanosi koncentracija elementa kao nezavisna geološka promenljiva (u dimenzijama ili bez dimenzija), a na ordinatu su inteziteti ovih funkcija gustina kao relativne frekvencije, izražene u procentima. Ukupna suma relativnih frekvencija funkcija gustina posebnih elemenata (realnih i fiktivnih) iznosi 100%, a razlika je samo kod komponenata elemenata gde je suma relativnih frekvencija svih komponenata ravna 100% (formule 47 i 122).

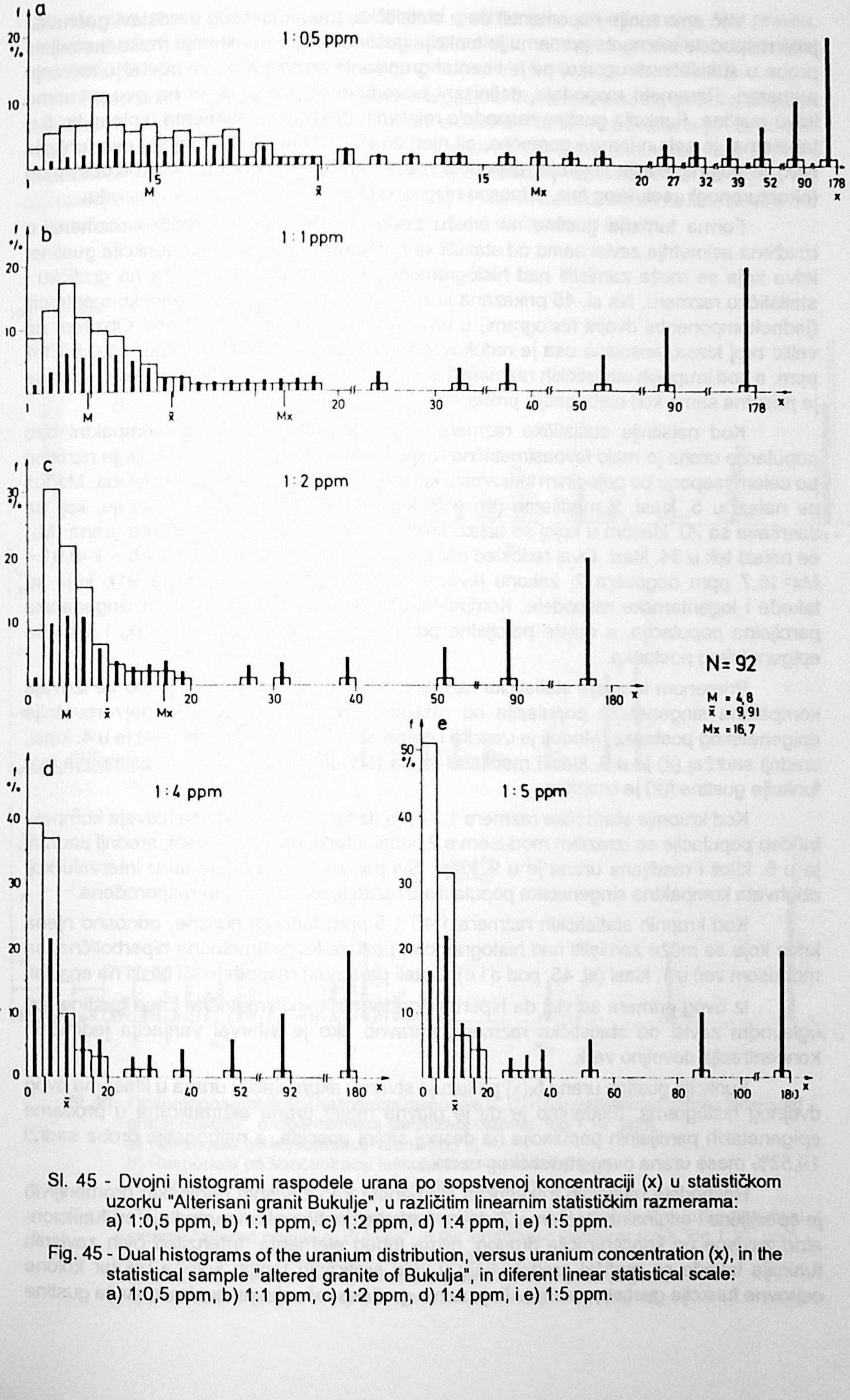
Koncentracija elementa na apscisnoj osi je nezavisna promenljiva koja je unapred data, a mi samo uzimamo ili određujemo intervale u vidu klasa ili segmenata za koje je geološka slučajna promenljiva definisana (teorema 6). Podela apscisne ose na segmente ili klase može biti standardizovana (teorema 3) i nestandardizovana (teorema 7), naravno u granicama raspona jediničnih koncentracija elementa u probama statističkog uzorka.

Statistička razmera (teorema 3) je standardizovana podela raspona varijacije koncentracije elementa na klase, što je opisano u odgovarajućem odeljku. Smatramo da je standardizacija nužna jer omogućava realnu predstavu raspodele relativnih frekvencija na interval (raspon) za koji je geološka slučajna promenljiva definisana. Na taj način postoji mogućnost upoređenja različitih populacija istog elementa, a takođe i upoređenje populacija različitih elemenata istog statističkog uzorka. Veoma su jasno označeni rasponi definisanosti geološke slučajne promenljive, a to je mesto i položaj koji određena populacija elementa zauzima na apscisnoj osi.

Potrebno je napomenuti da se logaritamska (ili neka druga) transformacija odnosi samo na koncentraciju kao nezavisnu geološku promenljivu koja se nanosi na apscisu, dok se relativne frekvencije kao intenziteti funkcija gustina raspodela geoloških populacija ne logaritmuju, jer se odnose na jedinične mase, bilo materijala probe, bilo parcijalne mase hemijskih elemenata koje postoje u probama, pa i u statističkom uzorku kao skupu proba.

U mnogim statistikama koje obrađuju raspodelu hemijskih elemenata govori se o "distribuciji sadržaja". Ako se misli na sadržaje kao jedinične mase proba ili hemijskih elemenata tada nema dilema, relativne frekvencije odražavaju odnose među ekvivalentnim masama za svaku klasu funkcije gustine. Međutim, ako se misli na sadržaje kao jedinične koncentracije, tada se mora reći da to predstavlja nesporazum, govori se jedno, a misli se i radi drugo. Raspodela koncentracija predstavlja geološku besmislicu; ne može se nešto raspodeljivati što nema realnu fizičku masu, što ne postoji realno kao masa (jedinična), već postoji kao matematički izraz odnosa mase elemenata sa masom probe ili geološkog tela (formula 35).

Rasponi klasa obuhvataju intervale koncentracija geohemijske ekvidistancije i tako se nanose na apscisnu osu. Intenzitet funkcije gustine f(x) izvlači se po ordinati u vidu kolona do vrednosti relativne frekvencije (kolona br. 3 u tabelama) i tako se dobija histogram ove funkcije. Funkcija gustine raspodele elementa $f_X(x)$ izvlači se u vidu tanke šrafirane kolone u sredini svake klase (sl. 45) i tako se dobija dvojni histogram jednokomponentnog sistema. U ovom histogramu prikazane su raspodele relativnih frekvencija jediničnih masa, po klasama, materijala probe i jediničnih masa hemijskog elementa u probama odgovarajuće klase; pa je logična grafička predstava da se funkcija $f_X(x)$ kao tanka kolona nalazi unutar funkcije f(x) kao kolone širine klase. To je samo grafičko rešenje, jer se funkcija $f_X(x)$ takođe odnosi na celu širinu kolone svake klase, ali se to grafički preglednije iskazuje na ovaj način. Potrebno je stalno imati na umu da su ove funkcije gustine ravnopravne što se tiče geohemijske ekvidistancije (teorema 9), tj. intervala ili raspona koje zauzima svaka klasa na apscisnoj osi.



Sl. 45 - Dvojni histogrami raspodele urana po sopstvenoj koncentraciji (x) u statističkom uzorku "Alterisani granit Bukulje", u različitim linearnim statističkim razmerama: a) 1:0,5 ppm, b) 1:1 ppm, c) 1:2 ppm, d) 1:4 ppm, i e) 1:5 ppm.

Fig. 45 - Dual histograms of the uranium distribution, versus uranium concentration (x), in the statistical sample "altered granite of Bukulja", in diferent linear statistical scale: a) 1:0,5 ppm, b) 1:1 ppm, c) 1:2 ppm, d) 1:4 ppm, i e) 1:5 ppm.

Već smo ranije napomenuli da u statističkoj (matematičkoj) predstavi geohemijske raspodele elementa primarna je funkcija gustine f(x) jer dominiraju mase materijala probe u statističkom uzorku, pa je i centar grupisanja proba po ovom obeležju merenja primaran. Parametri raspodele, definisani teoremom (4), odnose se na ovu primarnu krivu gustine. Funkcija gustine raspodele relativnih frekvencija elementa (kolona br. 5 u tabelama) je sekundarna i pomoćna, ali njen značaj se time ne umanjuje, ova funkcija $f_x(x)$ je najpreglednije ilustruje raspodelu masa samog elementa u okviru izučavanog (okonturenog) geološkog tela, odnosno njegovog predstavnika statističkog uzorka.

Forma funkcije gustine na crtežu zavisi od statističke i grafičke razmere, a izražena asimetrija zavisi samo od statističke razmere. Kod simetričnih funkcija gustine, kriva koja se može zamisliti nad histogramom, je simetrična bez obzira na grafičku i statističku razmeru. Na sl. 45 prikazana je raspodela urana po sopstvenoj koncentraciji (jednokomponentni dvojni histogrami) u više linearnih statističkih razmera. Obzirom na veliki broj klasa, apscisna osa je redukovana kod sitnih statističkih razmera 1:0,5 i 1:1 ppm, a kod krupnijih statističkih razmera 1:2 (iz tabele 5), 1:4 i 1:5 ppm redukcija apscise je prisutna samo kod najbogatijih proba.

Kod najsitnije statističke razmere 1:0,5 ppm (sl. 45, pod a) kompaktni deo populacije urana je malo levoasimetrično raspoređen, a ostali deo populacije je razbijen po celom rasponu po pojedinim klasama u kojima se nalazi samo po jedna proba. Modus se nalazi u 5. klasi, a medijama (M) u 8. klasi kompaktnog dela populacije, koji se završava sa 20. klasom u kojoj se nalazi srednji sadržaj ($\bar{x}$) urana. Medijana urana (M_x) se nalazi tek u 34. klasi. Ovaj redosled parametara raspodele urana: $M = 4,8 < \bar{x} = 9,91 < Mx = 16,7$ ppm odgovara 2. zakonu levoasimetričnih raspodela (formula 91), koje su takođe i logaritamske raspodele. Kompaktni deo populacije je nesumljivo singenetska parcijalna populacija, a ostale parcijalne populacije su delom singenetskog i još više epigenetskog postanka.

Primenom krupnije statističke razmere 1:1 ppm (sl. 45, pod b) jasno se izdvaja kompaktna singenetska populacija od rasejane parcijalne populacije najverovatnije epigenetskog postanka. Modus je izrazitiji i nalazi se u 3. klasi, medijana (M) je u 4. klasi, srednji sadržaj ($\bar{x}$) je u 9. klasi i medijana urana (Mx) je u 16. klasi. Leva asimetrija ove funkcije gustine f(x) je izrazitija.

Kod krupnije statističke razmere 1:2 ppm (iz tabele 12) jasno se izdvaja kompaktni deo populacije sa izrazitim modusom u 2. klasi. Medijana je u 3. klasi, srednji sadržaj je u 5. klasi i medijana urana je u 9. klasi. Svi parametri raspodele su u intervalu koji obuhvata kompaktna singenetska populacija izrazito levoasimetrično raspoređena.

Kod krupnih statističkih razmera 1:4 i 1:5 ppm funkcija gustine, odnosno njena kriva koja se može zamisliti nad histogramom, postaje levoasimetrična hiperbolična, sa modusom već u 1. klasi (sl. 45, pod d i e). Ostali parametri raspodele su bliski na apscisi.

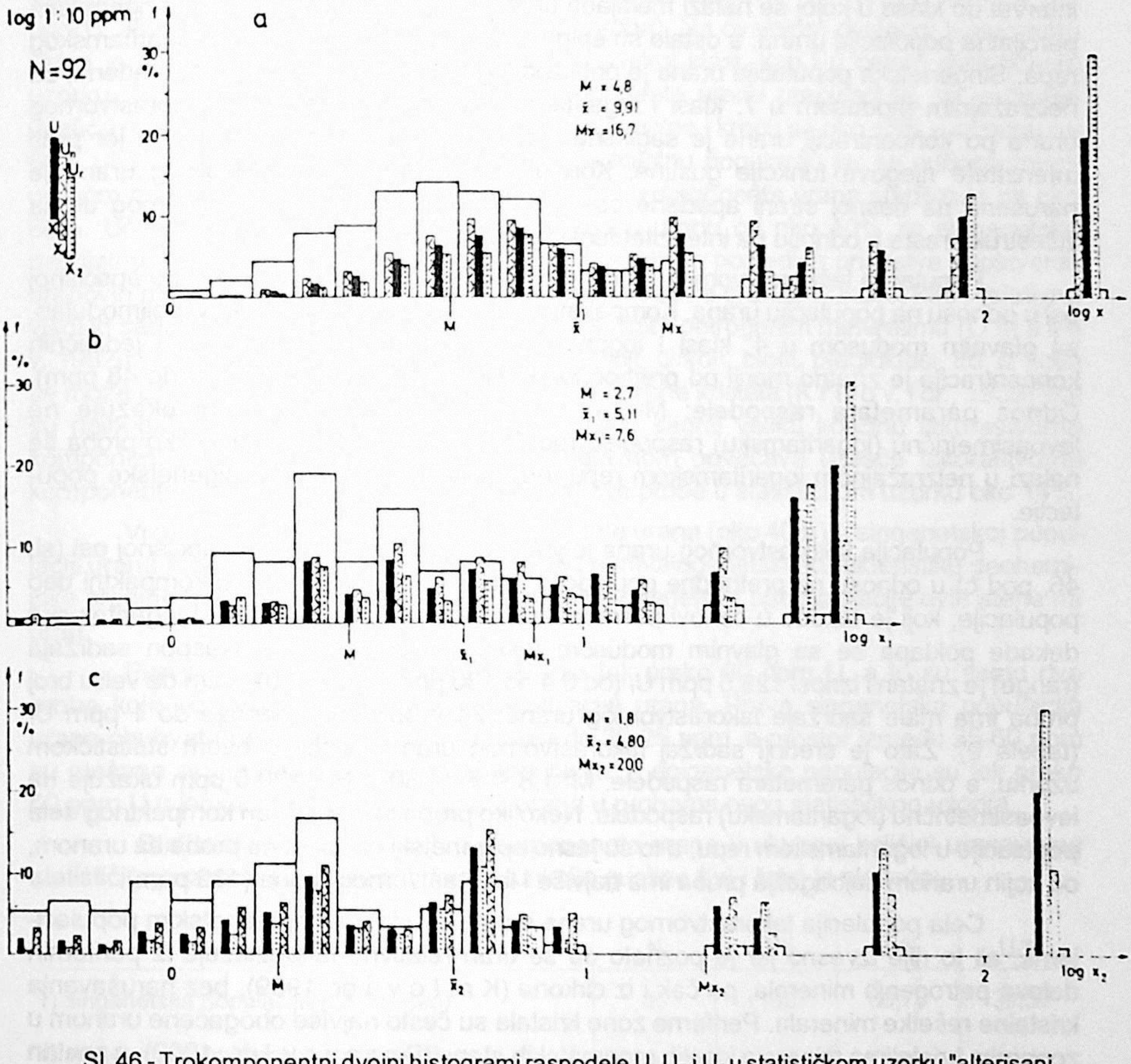
Iz ovog primera se vidi da hiperbolična forma levoasimetrične krive gustine f(x) uglavnom zavisi od statističke razmere, naravno ako je interval varijacija jediničnih koncentracija dovoljno velik.

Funkcija gustine urana $f_x(x)$ pokazuje stvarnu akumulaciju urana u klasama ovog dvojnog histograma. Evidentno je da je glavna masa urana akumulirana u probama epigenetskih parcijalnih populacija na desnoj strani apscise, a najbogatija proba sadrži 19,53% mase urana ovog statističkog uzorka.

Raspodela relativnih frekvencija elemenata kao zavisnih geoloških promenljivih je specifična i originalna (teorema 2), to su funkcije gustine elemenata koje su funkcionalno zavisne od koncentracije drugog, njima tuđeg elementa. Intenziteti ovih zavisnih funkcija takođe se grafički predstavljaju u vidu šrafiranih tankih kolona unutar kolone osnovne funkcije gustine, npr. f(x). To je samo grafičko rešenje, jer svaka funkcija gustine

zahvata ceo raspon klase, odnosno interval geohemijske ekvidistancije. Po pravilu, funkcija gustine elementa čija koncentracija igra ulogu nezavisne geološke promenljive se nalazi u sredini, a bočno se iscrtavaju ostale zavisne funkcije gustine (sl. 46).

Kao primer dajemo raspodelu funkcija gustine trokomponentnog sistema kada se elementi U, U_n i U_r posmatraju kao nezavisni elementi. Na sl. 46 prikazana je raspodela ovog trokomponentnog sistema, po koncentracijama (x) teškorastvornog urana (x_1) i lakorastvornog urana (x_2), sve u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:10" ppm. Na apscisnoj osi su dati logaritmi koncentracije (log x) koji su uzeti iz tabele 8. Prvi histogram je konstruisan iz tabele 13, a za ostale može čitalac da izračuna tabele.



Sl. 46 - Trokomponentni dvojni histogrami raspodele U, U_n i U_r u statističkom uzorku "alterisani granit Bukulje", u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:10" ppm.
a) Raspodela po koncentraciji urana (log x).
b) Raspodela po koncentraciji teškorastvornog urana (log x_1).
b) Raspodela po koncentraciji lakorastvornog urana (log x_2).

Fig. 46 - The three-component dual histograms of the U, U_n and U_r distribution, in the statistical sample "altered granite of Bukulja", in the logarithmic statistical scale "log 1:10" ppm.
a) Distribution versus uranium concentration (log x).
b) Distribution versus poorly soluble uranium concentration (log x_1).
c) Distribution versus easily soluble uranium concentration (log x_2).

Autor je eksperimentisao kako je najbolje prikazati raspodele tri elementa u vidu trokomponentnih dvojnih histograma. Kada postoji samo jedan statistički uzorak nema dileme. Tada se prikazuju sva tri dvojna histograma jedan ispod drugog, kao na sl. 46. Međutim, kada ima više parcijalnih statističkih uzoraka, može se usvojiti da se prikazuju dvojni histogrami svakog od elemenata jedan ispod drugog raznih statističkih uzoraka, ili da se prikažu tri dvojna histograma raspodele istog statističkog uzorka po svakoj koncentraciji kao nezavisnoj promenljivoj, kako je to na sl. 46. Autor radije usvaja ovaj način, jer misli da je praktičnije opisivati statističke raspodele u svakom statističkom uzorku ponaosob.

Statistička raspodela po koncentraciji urana, na osnovu tabele 13, prikazana je na prvom dvojnom histogramu (sl. 46, pod a). Kompaktni deo populacije obuhvata interval do klase u kojoj se nalazi medijana urana (Mx), to je najverovatnije singenetska parcijalna populacija urana, a ostalo su epigenetske parcijalne populacije logaritamskog repa. Singenetska populacija urana je približno logaritamski simetrično raspoređena, sa neizražajnim modusom u 7. klasi I logaritamske dekade. Raspodela teškorastvornog urana po koncentraciji urana je saglasna i u dobroj je korelaciji sa uranom jer prati intenzitete njegove funkcije gustine. Korelativna zavisnost lakorastvornog urana je narušena na desnoj strani apscisne ose, jer intenzitet funkcije lakorastvornog urana višestruko raste u odnosu na intenzitet funkcije gustine urana.

Populacija teškorastvornog urana je pomerena ulevo (sl. 46, pod b) po apscisnoj osi u odnosu na populaciju urana. Kompaktni deo ove populacije je u osnovi polimodalan, sa glavnim modusom u 4. klasi I logaritamske dekade. Interval varijacija jediničnih koncentracija je znatno manji od prethodnog i iznosi 47,5 ppm U_n (od 0,5 do 48 ppm). Odnos parametara raspodele: $M=2,71 < \bar{x}_1=5,11 < Mx_1=7,6$ ppm ukazuje na levoasimetričnu (logaritamsku) raspodelu (po 2. zakonu raspodele). Nekoliko proba se nalazi u neizražajnom logaritamskom repu, neizvesno je da li su to epigenetske populacije.

Populacija lakorastvornog urana je još više pomerena ulevo po apcisnoj osi (sl. 46, pod c) u odnosu na prethodne populacije, što je naročito vidljivo za kompaktni deo populacije, koji je takođe u osnovi polimodalan. Glavni modus u 4. klasi I logaritamske dekade poklapa se sa glavnim modusom teškorastvornog urana. Raspon sadržaja (range) je znatan i iznosi 129,6 ppm U_r (od 0,4 do 130 ppm, tabela 10), s tim da veliki broj proba ima male sadržaje lakorastvornog urana; 24 proba ima sadržaje do 1 ppm U_r (tabela 9). Zato je srednji sadržaj lakorastvornog urana najniži u ovom statističkom uzorku, a odnos parametara raspodele: $M=1,8 < \bar{x}_2=4,80 < Mx_2=20,0$ ppm ukazuje na levoasimetričnu (logaritamsku) raspodelu. Nekoliko proba se nalazi van kompaktnog dela populacije u logaritamskom repu, a to su jasno epigenetski obogaćene probe sa uranom, od kojih uranom najbogatija proba ima najviše i lakorastvornog urana (130 ppm).

Cela populacija lakorastvornog urana mogla bi pripadati epigenetskim populacijama, ali to nije izvesno jer je poznato da se uran relativno lako izlužuje iz periferni h delova petrogenih minerala, pa čak i iz cirkona (K r i l o v, i dr. 1959), bez narušavanja kristalne rešetke minerala. Periferne zone kristala su često najviše obogaćene uranom u zonarnim kristalima minerala kiselih magmatskih stena (B a r a n o v, i dr., 1962), a znatan deo urana nalazi se i u prostoru između zrna pojedinih kristala; a ovaj uran se relativno lako mobiliše bez obzira što je singenetskog postanka. Zato smatramo da se može prihvatiti mišljenje da je samo uran u parcijalnim populacijama jasno epigenetskog postanka, bez obzira što neka mala masa urana može biti epigenetska u svakoj probi, ali se to može zanemariti. Zato kompaktni deo populacije lakorastvornog urana pretežno pripada singenetskom delu populacije, bez obzira što je neki deo ove populacije i epigenetskog postanka.

Na sl. 47 konstruisani su trokomponentni dvojni histogrami raspodele urana i njegove teško i lako rastvorne komponente. Prvi histogram (sa tabele 14) obuhvata celu populaciju urana (N=92 probe), a ostali histogrami imaju po jednu probu manje. Svi histogrami su dati u statističkoj razmeri 1:2 ppm, a veličina raspona sadržaja urana je zahtevala redukciju apscisne ose da bi se eliminisao prostor sa klasama bez podataka. Na desnoj strani histograma dat je histogramski pregled, gde je u jednoj klasi prikazana raspodela cele populacije, sa 100% relativnih frekvencija za funkcije gustine f(x) i $f_X(x)$, dok su relativne frekvencije teško i lako rastvornog urana odgovarajućeg intenziteta kao komponente urana koje odgovara njihovom učešću po formulama (44 i 47). Relativne frekvencije teškorastvornog urana kao funkcije gustine $f_{X1}(x)$ su: 51,57% (za N=92), 57,55% (za N=91), 60,31% (za N=90) i 60,20% (za N=89 proba). Relativne frekvencije lakorastvornog urana kao funkcije gustine f_{X2} (x) su: 48,43% (za N=92), 42,45% (za N=91), 39,69% (za N=90) i 39,80% (za N=89 proba). Na ovakvom dvojnom histogramu vidno je učešće komponenti urana u uranu u svakoj klasi, kao i u celom statističkom uzorku. Sem u tri klase, teškorastvorne komponente urana preovlađuje, ali varijacije učešća teškorastvorne komponente urana su minimalne i kreću se oko ±5% u odnosu na 60% učešća, koje odgovara za singenetsku parcijalnu populaciju jer se odbacivanjem uranom najbogatijih proba učešće teškorastvorne komponente urana stabilizuje na oko 60%. Učešće lakorastvorne komponente urana u uranu od oko 40% za singenetsku parcijalnu populaciju je relativno visoko, a to je svakako posledica prisustva sopstvenih uranovih minerala (uranita) među akcesornim mineralima granita Bukulje, kao i relativno visokih sadržaja urana u drugim akcesornim i glavnim petrogenim mineralima (O m a lj e v, 1982d, 1992c, 1993a) kao što su monacit, alanit, cirkon, biotit, plagioklasi, itd. iz kojih se može izlužiti značajna masa urana iz perifernih zona kristala (K r i l o v, i dr., 1959) koji su najbogatije uranom. Uranom najbogtija proba sadrži veliku količinu lakorastvorne komponente urana (sl. 47, pod a) i ona uglavnom povećava učešće lakorastvorne komponente urana za 6%, jer je učešće samo ove probe u statističkom uzorku oko 14%.

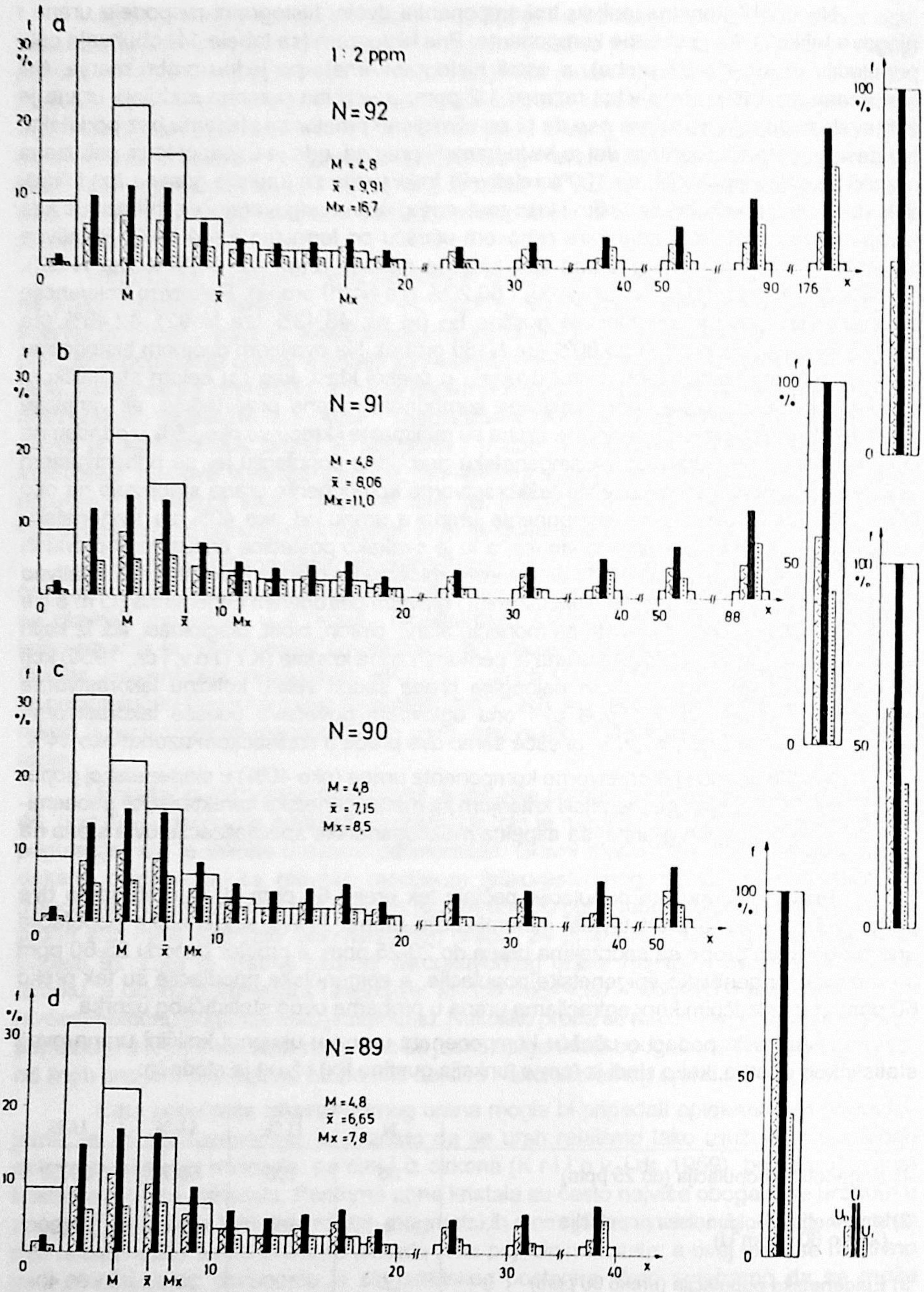
Visoko učešće lakorastvorne komponente urana (oko 40%) u singenetskoj populaciji urana je značajan geohemijski kriterijum za metalogenetske karakteristike geohemijske sredine bukuljskih granita, sa aspekta metalogenetske specijalizacije ovih stena na uran.

Prave epigenetske populacije počinju tek preko 60 ppm U, a to su samo dve probe koje su jasno predstavnici mineralizacije urana. Prava singenetska populacija urana obuhvata probe sa sadržajima urana do 20-25 ppm, a prostor između 25-60 ppm su mešane singenetsko-epigenetske populacije, a epigenetske populacije su tek preko 60 ppm U u jediničnim koncentracijama urana u probama ovog statističkog uzorka.

Statistički podaci o učešću komponenata urana u ukupnoj količini urana ovog statističkog uzorka, kako sledi iz forme funkcija gustine f(x) i $f_X(x)$ je sledeća:

	N	U %	U_n%	U_r%
1) singenetska populacija (do 25 ppm)	86	100	60,70	39,30
2) singenetsko-epigenetska populacija (25 do 60 ppm U)	4	100	59,04	40,96
3) Epigenetska populacija (preko 60 ppm)	2	100	30,60	69,40

Kao što se vidi ne postoji neka razlika između singenetske i singenetsko-epigenetske populacije urana u pogledu sadržaja lakorastvorne komponente urana, te se može smatrati da se varijacije singenetske populacije urana kreću do 50-60 ppm, što bi svakako bilo nedvosmisleno potvrđeno velikim statističkim uzorkom. Prava epigenetska populacija urana (preko 60 ppm U) sadrži samo dve probe, gde je učešće lakorastvorne



Sl. 47 - Trokomponentni dvojni histogrami raspodele U i zavisnih komponenti U_n i U_r, po koncentraciji urana (x), u linearnoj statističkoj razmeri 1:2 ppm, za različitu veličinu statističkog uzorka "alterisani granit Bukulje".

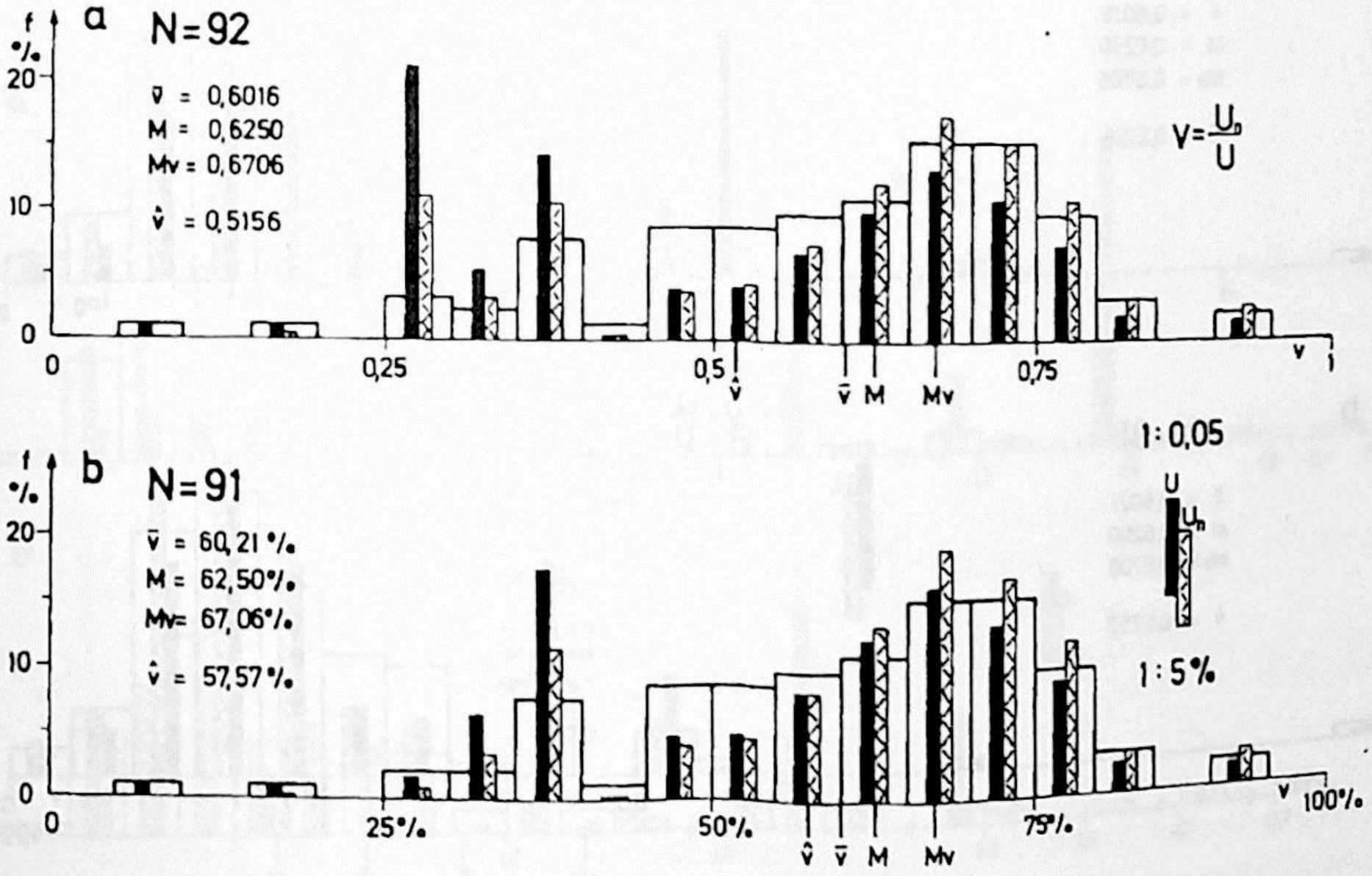
Fig. 47 - The three-component dual histograms of the both U and dependent components U_n and U_r distribution, versus uranium concentration (x), in the linear statistical scale 1:2 ppm, for the different value of the statistical sample "altered granite of Bukulja".

komponente urana preko 2/3, s tim da učešće raste proporcionalno sadržaju urana, jer je rast sadržaja urana isključivo vezan za rast lakorastvorne komponente urana, gde u najbogatijoj probi ima 73% lakorastvornog urana. Sadržaj teškorastvornog urana (48 ppm) je maksimalan, jer varijacije sadržaja ove komponente urana u probama idu do ovog maksimuma.

Na osnovu ove analize, ima razloga za odbacivanje samo dve probe iz statističkog uzorka koje predstavljaju epigenetske populacije urana, jer se tada stabilizuju učešća teško : lakorastvornoj komponenti urana na 60 : 40% i svako dalje odbacivanje proba ne menja ovu situaciju (sem slučajnih varijacija).

Međutim, ne treba podceniti deo logaritamskog repa statističke raspodele urana (sl. 40, pod a), jer deo ovih parcijalnih populacija ima bitno druge karakteristike, a to je njihov sadržaj lakorastvornog urana koji u dve probe značajno premaša vrednost srednjeg sadržaja urana ovog statističkog uzorka. Ovaj deo populacije ipak treba posebno tretirati kao singenetsko-epigenetske populacije logaritamskog repa, jer tu ima značajnih količina lakorastvornog urana koji se može mobilisati, te potencijalno predstavlja realan "rezervoar" za formiranje epigenetskih populacija visokih sadržaja urana.

Na sl. 48 prikazani su dvojni histogrami raspodele teškorastvornog urana i urana po analogu koncentracije fiktivnog elementa njihovih odnosa ($v = U_n/U = x_1/x$) sa tabele 15. Izostavljena je funkcija gustine $f_V(v)$ a prikazane su raspodele samo funkcija gustine $f(v)$, $f_X(v)$ i $f_{X_1}(x)$. Numeričke vrednosti analoga koncentracije fiktivnog elementa (v) prikazane su kao delovi jedinice, odnosno kao 100%, jer vrednost ovog odnosa ne može biti veća od jedinice (100%). Treba voditi računa da se radi o fiktivnom elementu gde su date vrednosti učešća teškorastvornog urana u uranu, u vidu delova jedinice, odnosno u procentima.



Sl. 48 - Dvokomponentni dvojni histogrami raspodele U i U_n, po odnosu koncentracija ($v = U_n/U = x_1/x$) za dve veličine statističkog uzorka (N=92 i N=91) "alterisani granit Bukulje", u linearnoj statističkoj razmeri.

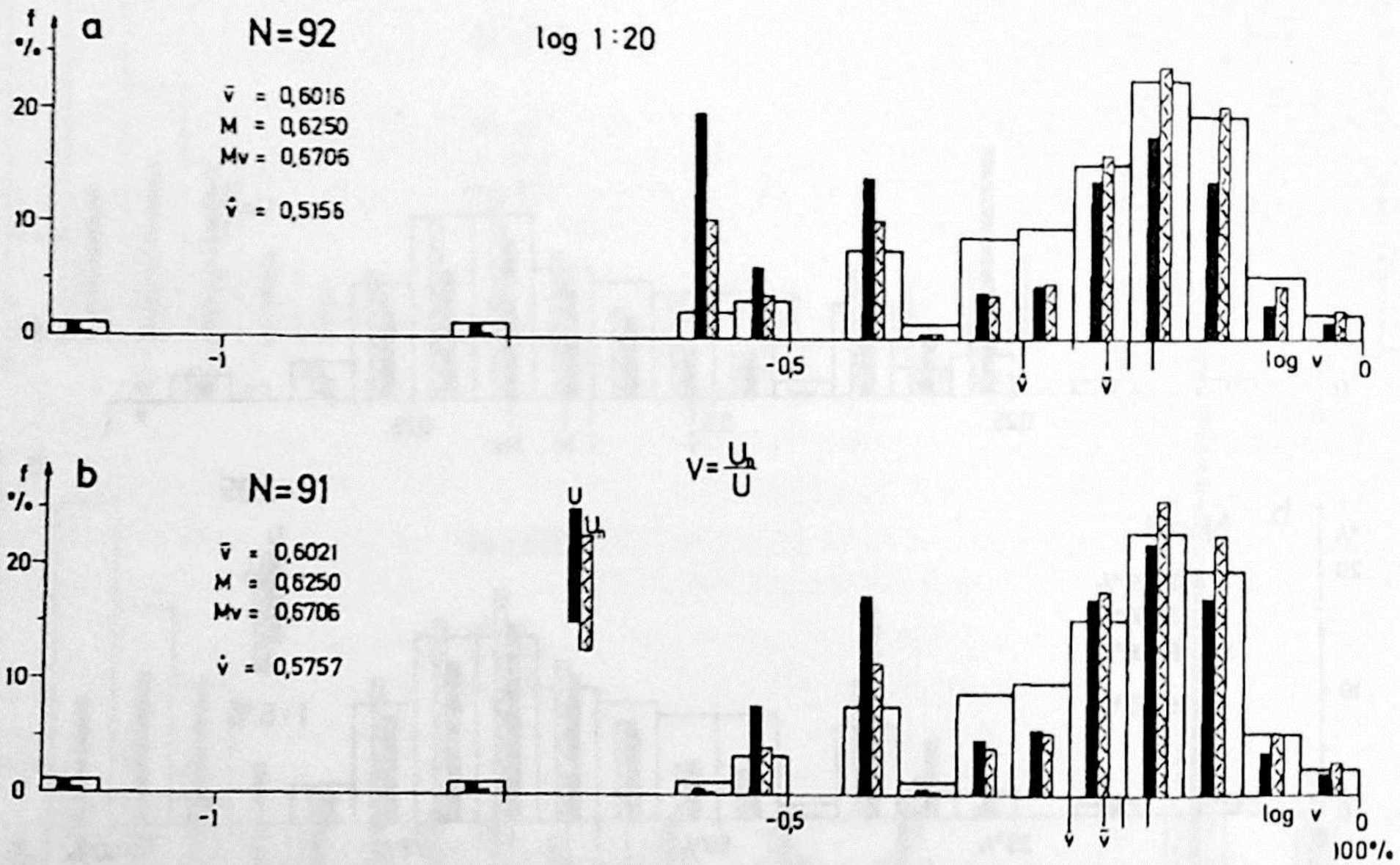
Fig. 48 - The two-component dual histograms of the U and U_n distribution, versus ratio of the concentrations ($v = U_n/U = x_1/x$), in the statistical sample "altered granite of Bukulja", in the linear statistical scale.

Odnos parametara raspodele cele populacije fiktivnog elementa su: $\bar{v}$=0,6016 < M=0,6250 < Mv=0,6706, na intervalu varijacija jediničnih koncentracija ovog fiktivnog elementa od 0,0725 do 0,9437. Vrednost aritmetičke sredine je niža od vrednosti medijana, a to je karakteristika desnoasimetrične raspodele (po 3. zakonu raspodele). Odbacivanjem uranom najbogatije probe karakter raspodele se ne menja, jer su sada parametri raspodele: $\bar{v}$=60,21 < 62,50 < Mv=67,06% (sl. 48, pod b).

Numerička vrednost parametra odnosa ovih populacija $v = U_n/U = \bar{x}_1/\bar{x} = 0,5156$, a nakon odsecanja uranom najbogatije probe $\hat{v} = 57,57\%$ (svejedno je da li se parametri izražavaju kao delovi jedinice ili u procentima). Ovaj parametar uvek je bio niži od aritmetičke sredine.

Forma funkcije gustine f(v) je malo desnoasimetrična, u osnovi je polimodalna, sa neizražajnim glavnim modusom u dve klase (14 i 15. klasa). Položaji parametara raspodele, uključujući i parametar $\hat{v}$, su u 11., 13. i 14. klasi. Odsecanjem uranom najbogatije probe parametri raspodele se neznatno pomeraju ulevo, a parametar v se pomera udesno u 12. klasu.

Raspodela funkcija gustine urana i njegove teškorastvorne komponente su spregnute, opadanjem intenziteta jedne funkcije raste intenzitet druge funkcije. Parametar $\hat{v}$ deli polje preovladavanja urana (levo) od polja preovladavanja teškorastvornog urana (desno). Karakteristično je da intenziteti funkcija gustine urana i teškorastvornog urana su najviši u 6. klasi (u odnosu na funkciju f(v), a nakon odbacivanja uranom najbogatije probe intenziteti ovih funkcija u ovoj klasi su minorni. Ostale promene forme ovih funkcija gustine su neprimetne.



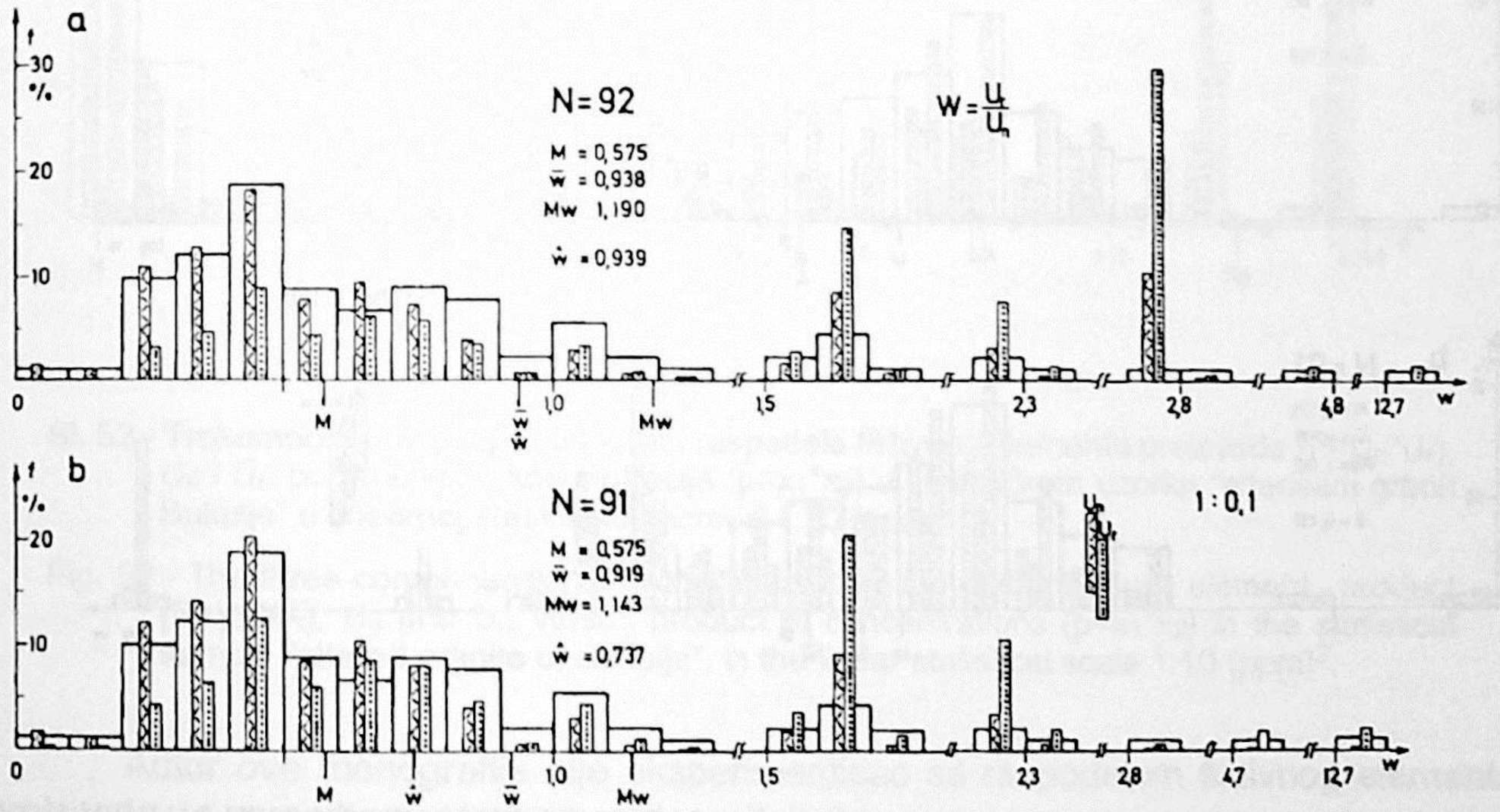
Sl. 49 - Dvokomponentni dvojni histogrami raspodele U i U_n, po odnosu koncentracija ($v = x_1/x$) za dve veličine statističkog uzorka (isto kao na sl. 48) u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:20".

Fig. 49 - The two-component dual histograms of the U and U_n distribution, versus ratio of concentrations ($v = x_1/x$) for two values of the statistical sample (the same as in the Fig. 48) in the logarithmic statistical scale "log 1:20".

Na sl. 49 prikazana je statistička raspodela ovih funkcija gustine u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:20" (tabela 16), iz razloga da se **primerom pokaže kako ne treba raditi.** Primenom logaritamske transformacije koncentracije fiktivnog elementa (log v) kod desnoasimetričnih raspodela samo se pojačava desna asimetrija funkcije gustine f(log v), a to samo izobličuje sliku ovih funkcija. Funkcija gustine f(log v) je polimodalna, na desnoj strani apscisne ose grupiše se kompaktni deo populacije sa relativno izražajnim glavnim modusom u 4. klasi I negativne logaritamske dekade. Pošto se radi o fiktivnim koncentracijama koje su uvek manje od jedinice, cela populacija se nalazi u prvoj negativnoj (sem jedne probe) logaritamskoj dekadi, kada se klase broje od vrednosti nula (koje odgovara vrednosti 1 koncentracije) ulevo. Ostale karakteristike ove raspodele slične su prethodno opisanoj raspodeli (sa sl. 48).

Ovaj tip dvojnog histograma pruža informaciju kako su raspoređene relativne frekvencije, odnosno mase realnih elemenata po odnosu njihovih sadržaja, odnosno po odnosu njihovih jediničnih koncentracija. Tu je najvažnija karakteristika parametar $\hat{v}$ koji deli polja preovladavanja relativnih frekvencija jednog elementa nad drugim. Značaj funkcije gustine $f_V(v)$ je neznatan, te se ona najčešće izostavlja iz ovakvog dvojnog histograma, jer ga čini samo manje preglednim.

Kada se radi o dva potpuno nezavisna hemijska elementa, koji nisu vezani kao prethodni (jedan je komponenta drugog), ovakav dvojni histogram je ilustrativniji. Za takav slučaj uzimamo odnos dve komponente urana koje su međusobno praktično nezavisne, jer su obe zavisne samo preko urana (formula 47). Na sl. 50 prikazana je raspodela (sa tabele 17) funkcija gustina lakorastvornog i teškorastvornog urana po analogu koncentracije fiktivnog elementa njihovih odnosa ($w = U_r/U_n = x_2/x_1$). Odnos parametara raspodele: $M=0,575 < \overline{w}=0,938 < Mw=1,190$ ukazuje na levoasimetričnu (logaritamsku) raspodelu, pa su zato ove funkcije prikazane i u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:10". Jedinične koncentracije fiktivnog elementa (w) prikazane su kao delovi



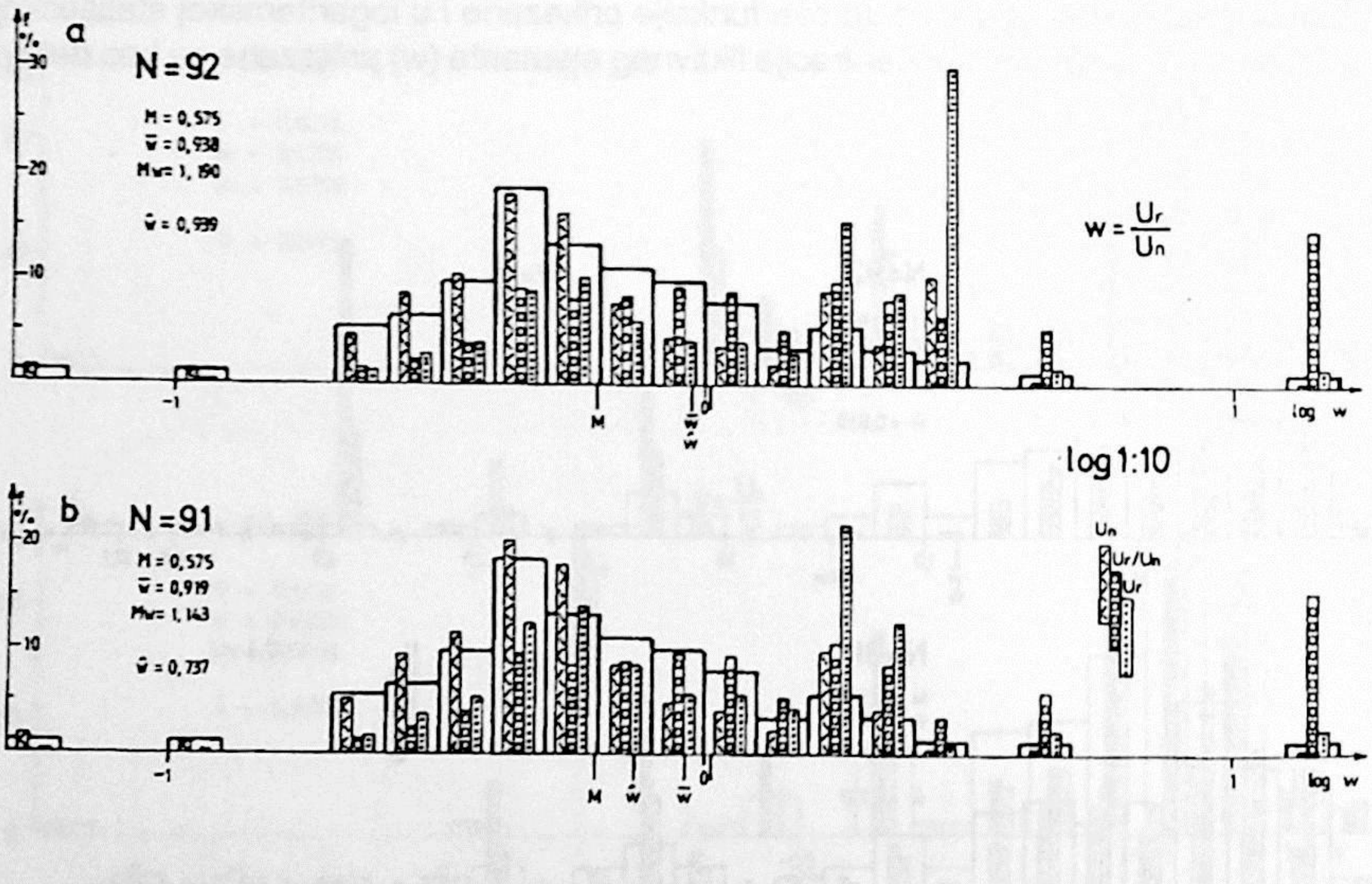
Sl. 50 - Dvokomponentni dvojni histogrami raspodele U_n i U_r, po odnosu koncentracija ($w = U_r/U_n$), za dve veličine statističkog uzorka (N = 92 i N = 91) "alterisani granit Bukulje", u linearnoj statističkoj razmeri 1:0,1.

Fig. 50 - The two-component dual histograms distribution of the U_n and U_r, versus ratio of concentrations ($w = U_r/U_n$), for the two values of the statistical sample (N = 92 and N = 91) "altered granite of Bukulja", in the linear statistical scale 1:0,1.

jedinice, koje imaju raspon od 0,0060 do 12,800. Interesantno je da 70 proba ima vrednost ovog odnosa do 1,000 (samo jedna proba je baš te vrednosti), a samo 7 proba ima vrednost veću od 2. To se lepo vidi na apscisnoj osi, gde je glavnina populacije u negativnim logaritamskim dekadama (manje od log w = 0), a samo manji deo populacije se nalazi u pozitivnim logaritamskim dekadama (sl. 51).

Forma funkcije gustine f(log w) je logaritamski levoasimetrična i uslovno polimodalna, sa glavnim relativno izražajnim modusom u 4. klasi I negativne logaritamske dekade. Forma funkcije gustine f_W(log w) u svemu podseća na funkciju gustine ma kog realnog elementa, ali ona kao funkcija gustine fiktivnog elementa nema neku realnu suštinu, pa se može i izbaciti iz dvojnog histograma (bez posledica, koliko smo to do sada shvatili, ali to ne znači da će se kasnije možda otkriti neki njen značaj). Eliminacijom uranom najbogatije probe ništa se primetno ne odražava na formu ovih funkcija gustine (sl. 51).

Intezitet funkcija gustina zavisnih realnih elemenata (U_n i U_r) je spregnut na sličan način kao i u prethodnom slučaju, opadanjem intenziteta relativnih frekvencija teškorastvornog urana izaziva porast intenziteta relativnih frekvencija lakorastvornog urana. Ravnotežno stanje ovih funkcija gustine f_{X1}(log w) i f_{X2}(log w) je tačka gde se nalazi parametar njihovih odnosa $\hat{w} = \bar{x}_2/\bar{x}_1$, koji izražava suštinu odnosa dve populacije $W = U_r/U_n = X_2/X_1$), ova tačka na apscisnoj osi (log w) deli histogram na polje preovladavanja lakorastvornog urana (levo) i polje preovladavanja teškorastvornog urana (desno). Eliminacijom uranom najbogatije probe dolazi do drastične promene u 5. klasi I logaritamske dekade iz koje je ta proba eliminisana (sl. 50 i 51), a ostale promene su



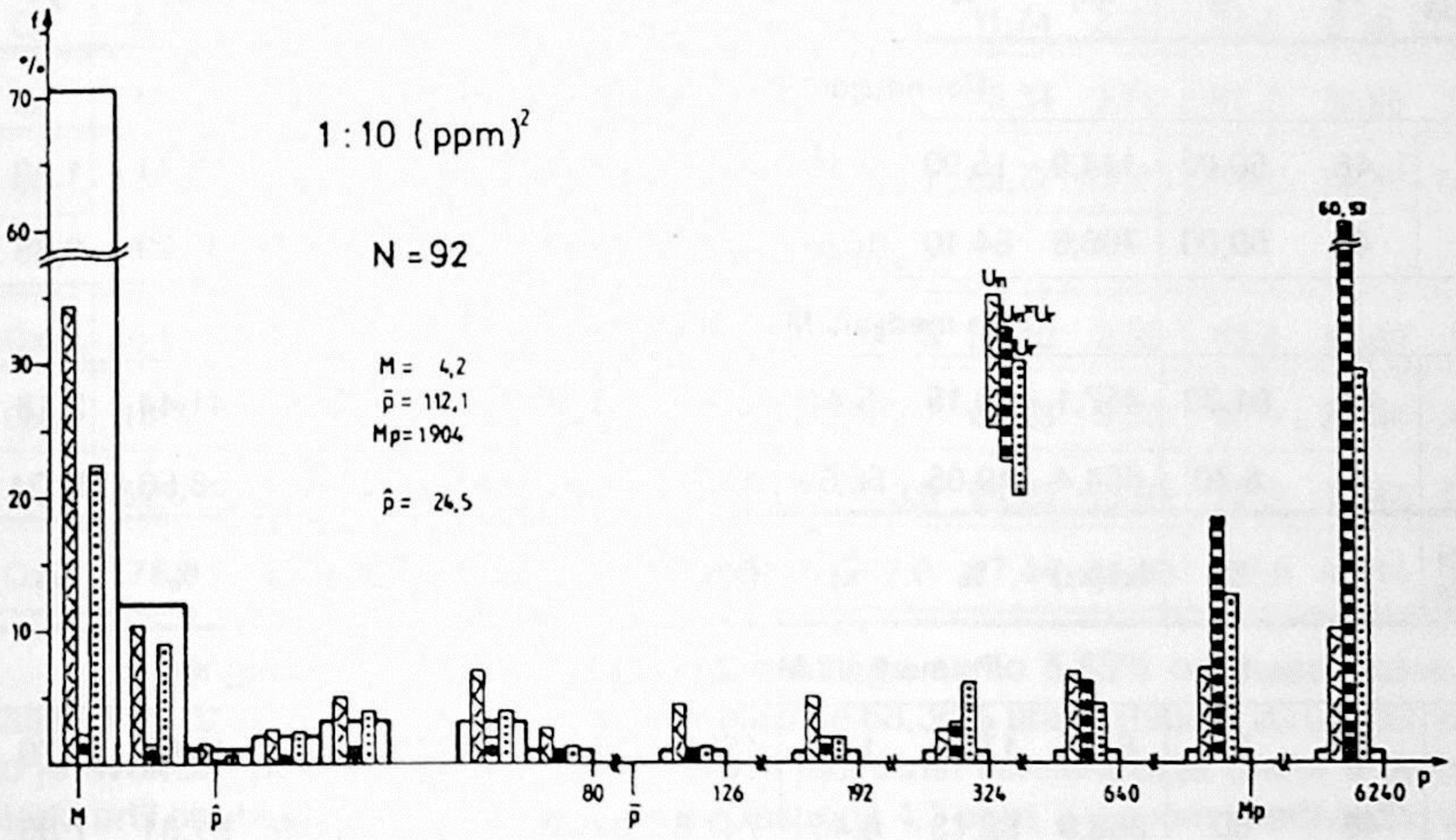
Sl.51 - Trokomponentni dvojni histogrami raspodele fiktivnog elementa ($W=U_r/U_n$), U_n i U_r, po odnosu koncentracija ($w=U_r/U_n=x_2/x_1$), za dve veličine statističkog uzorka (N=92 i N=91) "alterisani granit Bukulje", u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:10".

Fig. 51 - The three-component dual histograms distribution of the fictitious element ($W=U_r/U_n$), U_n and U_r, versus ratio of concentrations ($w=U_r/U_n=x_2/x_1$), for the two values of the statistical sample (N=92 i N=91) "altered granite of Bukulja", in the logarithmic statistical scale "log 1:10".

neprimetne, sem promene u parametrima raspodele (koje su takođe minimalne) i naročito u promeni mesta položaja parametra $\hat{w}$. Parametar $\hat{w}$ se poklapa sa aritmetičkom sredinom za celi statistički uzorak (što je do sada nepoznat slučaj u praksi), a nakon eliminisanja te probe ovaj parametar normalno postaje niži od aritmetičke sredine.

Ova vrsta dvojnog histograma veoma je ilustrativna za ispitivanje odnosa realnih elemenata, što je autor često koristio u svojim izučavanjima. Može se koristiti ova fiktivna koncentracija dva realna elementa da se po njoj raspoređuju relativne frekvencije drugih, najčešće rudnih elemenata (npr. raspodela urana po odnosu Na_2O/K_2O, itd.).

Na sl.52 pikazana je statistička raspodela fiktivnog elementa proizvoda ($P=U_n*U_r$) za isti statistički uzorak od 92 probe koji predstavlja alterisani granit Bukulje. Veoma velik raspon proizvoda jediničnih koncentracija ($p=x_1*x_2$), od 0,36 do 6240 $(ppm)^2$ doveo je do toga da su relativne frekvencije mase materijala probe akumulirane u 1. klasi (preko 70%), a "masa" fiktivnog elementa proizvoda akumulirana je u poslednjoj klasi (preko 60%) ovog dvojniog histograma.



Sl. 52 - Trokomponentni dvojni histogram raspodele fiktivnog elementa proizvoda ($P=U_n*U_r$), U_n i U_r, po proizvodu koncentracija ($p=x_1*x_2$) u statističkom uzorku "alterisani granit Bukulje" u linearnoj statističkoj razmeri 1:10 $(ppm)^2$.

Fig. 52 - The three-component dual histogram distribution of the fictitious element - product ($P=U_n*U_r$), U_n and U_r, versus product of concentrations ($p=x_1*x_2$) in the statistical sample "altered granite of Bukulja", in the linear statistical scale 1:10 $(ppm)^2$.

Autor ove monografije nije eksperimentisao sa raspodelom fiktivnog elementa proizvoda, te nema komentara za ovakvu situaciju.

KVANTILI

Kvantili su, kako je to ranije objašnjeno, nestandardna podela statističkog uzorka na k jednakih delova, bilo po masi materijala, odnosno po broju proba ili po masi ispitivanog hemijskog elementa u probama. Statistička raspodela geološke slučajne promenljive je takođe u formi funkcija gustina, a pomoću relativnih frekvencija. Ove funkcije gustine računaju se takođe tabelarno, a mogu se prikazati i grafički, najpreglednije pomoću dvojnih histograma. Dovoljan je jednokomponentni dvojni histogram (sl. 17), a mogu se prikazati i višekomponentni dvojni histogrami, kao što je u ovom slučaju trokomponentni (uran i njegove teško i lako rastvorne komponente).

Kvantil 2-gog reda je medijana, koja (po teoremi 4) deli masu statističkog uzorka na dve polovine: osiromašenu (donji kvantil 2. reda) i obogaćenu polovinu (gornji kvantil 2. reda) (tabela 10).

Tabela 19: Raspodela populacije urana i njegove teško i lako rastvorne komponente medijanom kao kvantilom 2. reda na osiromašenu (1) i obogaćenu (2) polovinu. (relativne frekvencije su u % a srednji sadržaji u ppm).

kvantil 2. reda	N	%	f(x)	%	$\bar{x}$	$f_{X_1}(x)$	%	$\bar{x}_1$	$f_{X_2}(x)$	%	$\bar{x}_2$
Po medijani M = 4,8 ppm U											
1	46	50,00	144,9	15,90	3,15	88,8	18,89	1,93	56,1	12,71	1,22
2	46	50,00	766,6	84,10	16,67	381,3	81,11	8,29	385,3	87,29	8,38
Po medijani Mx = 16,7 ppm U											
1	84	91,30	457,1	50,15	5,44	274,2	58,33	3,26	182,9	41,44	2,18
2	8	8,70	454,4	49,85	56,80	195,9	41,67	24,49	258,5	58,56	32,31
kvantil 2. reda	N	%	$f_{X_1}(x_1)$	%	$\bar{x}_1$	$fX(x_1)$	%	$\bar{x}$	$f_{X_2}(x_1)$	%	$\bar{x}_2$
Po medijani M = 2,7 ppm U_n											
1	46	50	81,2	17,27	1,77	163,7	17,96	3,56	82,5	18,69	1,79
2	46	50	388,9	82,73	8,45	747,8	82,04	16,26	358,9	81,31	7,80
Po medijani Mx_1 = 7,6 ppm U_n											
1	80	86,95	235,1	50,01	2,94	396,1	43,46	4,95	161,0	36,47	2,01
2	12	13,05	235,0	49,99	19,58	515,4	56,54	42,95	280,4	63,53	23,37
kvantil 2. reda	N	%	$f_{X_2}(x_2)$	%	$\bar{x}_2$	$fX(x_2)$	%	$\bar{x}$	$f_{X_1}(x_2)$	%	$\bar{x}_1$
Po medijani M = 1,8 ppm U_r											
1	46	50	47,7	10,81	1,04	160,8	17,64	3,50	113,1	24,06	2,46
2	46	50	393,7	89,19	8,56	750,7	82,36	16,32	357,0	75,94	7,76
Po medijani Mx_2 = 20,0 ppm U_r											
1	89	96,74	228,4	51,74	2,57	604,5	66,32	6,79	376,01	80,00	4,23
2	3	3,26	213,0	48,26	71,00	307,0	33,68	102,33	94,0	20,00	31,33

Kontrast između kvantila 2. reda mnogo je veći pri podeli medijanama ispitivanog elementa u odnosu na podelu medijanama (M), što je maksimalno izraženo kod lakorastvornog urana gde su samo 3 probe (tabela 19) u obogaćenoj polovini sa 1/2 (48,26%) relativnih frekvencija lakorastvornog urana. Najmanji je kontrast između ovih polovina kod teškorastvornog urana.

Kvartili su kvantili 4. reda, koji se takođe mogu računati na osnovu podele po obeležju mase materijala proba (q), odnosno broja proba u statističkom uzorku; a mogu se računati i po obeležju mase elementa (X). Dati su proračuni za oba slučaja, a takođe i za druge kvantile, a grafički su predstavljeni kvantili 4., 5. i 10. reda (sl. 53). Sem toga, dati su proračuni za uran sa svojim komponentama, što je grafički predstavljeno na sl. 54.

Tabela 20: Podela statističkog uzorka na kvartile.

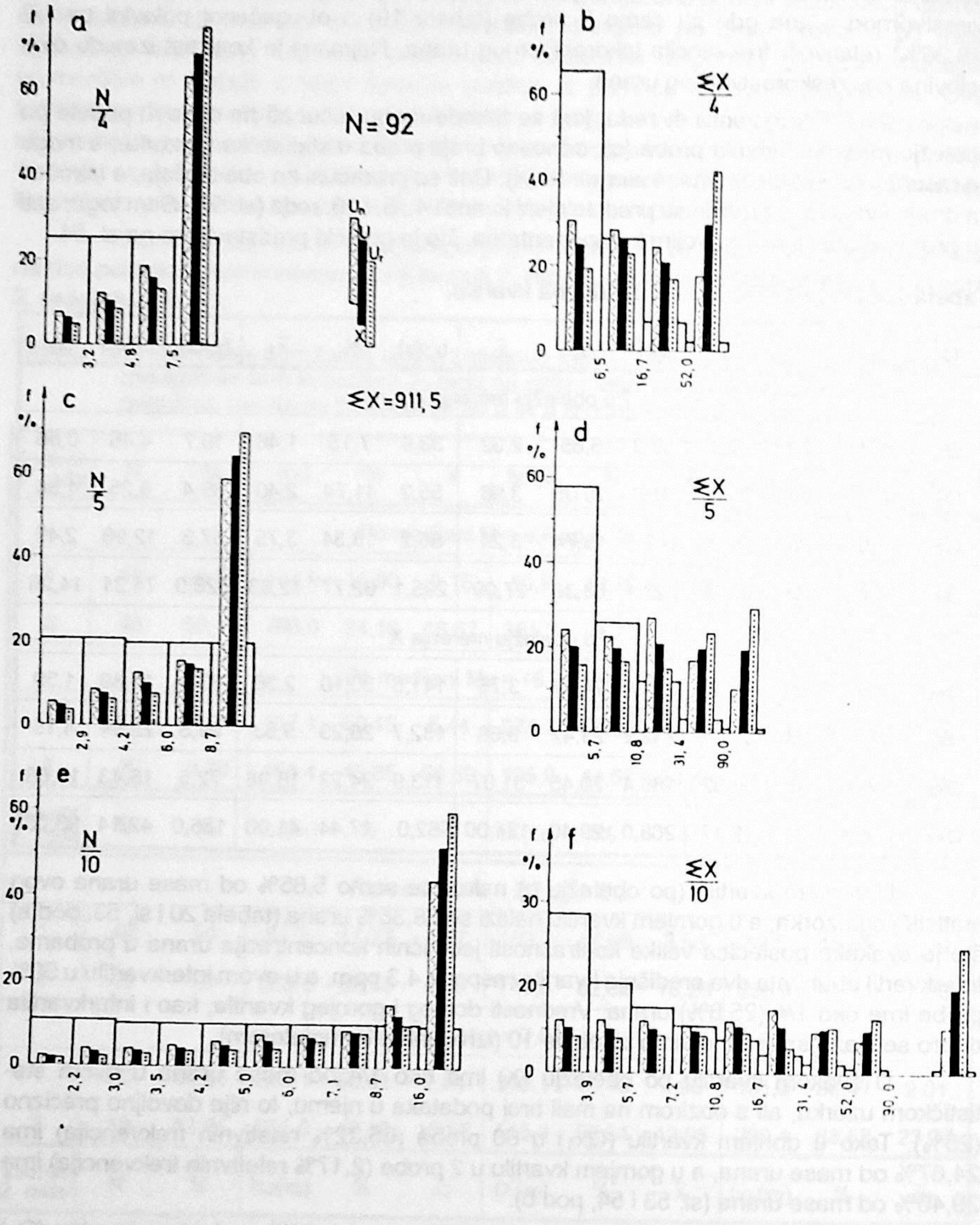
Q	x	N	%	f(x)	%	$\bar{x}$	$f_{x1}(x)$	%	$\bar{x}_1$	$f_{x2}(x)$	%	$\bar{x}_2$
Po obeležju merenja q = n												
Q_1	3,2	23	25,00	53,3	5,85	2,32	33,6	7,15	1,46	19,7	4,46	0,86
Q_2	4,8	23	25,00	91,6	10,05	3,98	55,2	11,74	2,40	36,4	8,25	1,58
Q_3	7,5	23	25,00	143,5	15,74	6,24	86,2	18,34	3,75	57,3	12,98	2,49
Q_4	178,0	23	25,00	623,1	68,36	27,09	295,1	62,77	12,83	328,0	74,31	14,26
Po obeležju merenja X												
Qx_1	6,5	60	65,22	224,9	24,67	3,75	141,5	30,10	2,36	83,4	18,89	1,39
Qx_2	16,7	24	26,09	232,2	25,47	9,68	132,7	28,23	5,53	99,5	22,54	4,15
Qx_3	52,0	6	6,52	186,4	20,45	31,07	113,9	24,23	18,98	72,5	16,43	12,08
Qx_4	178,0	2	2,17	268,0	29,40	134,00	82,0	17,44	41,00	186,0	42,14	93,00

U donjem kvartilu (po obeležju q) nalazi se samo 5,85% od mase urana ovog statističkog uzorka, a u gornjem kvartilu nalazi se 68,36% urana (tabela 20 i sl. 53, pod a) što je svakako posledica velike kontrasnosti jediničnih koncentracija urana u probama. Interkvartil obuhvata dva središnja kvartila raspona 4,3 ppm, a u ovom interkvartilu u 50% proba ima oko 1/4 (25,8%) urana. Vrednosti donjeg i gornjeg kvartila, kao i interkvartila dobro se slažu sa vrednostima iz tabele 10 (izračunate kompjuterom).

U svakom kvartilu po obeležju (X) ima oko 1/4 od mase urana u ovom statističkom uzorku, ali s obzirom na mali broj podataka u njemu, to nije dovoljno precizno (25%). Tako u donjem kvartilu (Qx_1) u 60 proba (65,22% relativnih frekvencija) ima 24,67% od mase urana, a u gornjem kvartilu u 2 probe (2,17% relativnih frekvencija) ima 29,40% od mase urana (sl. 53 i 54, pod b).

Srednji sadržaji urana u pojedinim kvartilima su različiti, u donjem kvartilu (Q_1) srednji sadržaj je 2,32 ppm U, a u gornjem kvartilu (Q_4) srednji sadržaj je 27,09 ppm U. U donjem kvartilu po obeležju (X) srednji sadržaj je 3,75 ppm U, a u gornjem kvartilu (Qx_4) srednji sadržaj je 134 ppm U. Srednji sadržaj interkvartila (I_Q) je 5,11 ppm U, a interkvartil (I_{Qx}) ima srednji sadržaj od 13,95 ppm U.

Zavisne geološke promenljive $U_n = X_1$ i $U_r = X_2$ kao nezavisni elementi prikazani su u ovoj kvartilnoj raspodeli i varijacija njihovih relativnih frekvencija je korelativna sa uranom, jedino gornji interkvartili imaju značajan "višak" lakorastvornog urana, uz istovremeni "nedostatak" teškorastvornog urana.



Sl. 53 - Trokomponentni dvojni histogrami raspodele U, U_n i U_r po kvantilima, u statističkom uzorku "alterisani granit Bukulje".
a) kvartili po obeležju (q) - $Qq_{1\text{-}4}$, b) kvartili po obeležju (X) - $Qxq_{1\text{-}4}$, c) pentili po obeležju (q) -$Qp_{1\text{-}5}$, d) pentili po obeležju (X) - $Qxp_{1\text{-}5}$, e) decili po obeležju (q) - $Qd_{1\text{-}10}$, f) decili po obeležju (X) - $Qxd_{1\text{-}10}$.

Fig. 53 - The three-component dual histograms of the U, Un and Ur distribution, versus quantiles, in the statistical sample "altered granite of Bukulja".
a) Quartiles versus characteristic (q) - $Qq_{1\text{-}4}$, b) Quartiles versus characteristic (X) - $Qxq_{1\text{-}4}$, c) Pentiles versus characteristic (q) - $Qp_{1\text{-}5}$, d) Pentiles versus characteristic (X) - $Qxp_{1\text{-}5}$, e) Deciles versus characteristic (q) - $Qd_{1\text{-}10}$, f) Deciles versus characteristic (X) - $Qxd_{1\text{-}10}$.

Kvartilna raspodela urana sa svojim komponentama daje najbolji uvid u stvarno stanje, pa je data i ova raspodela tabelarno (tabela 21) i grafički (sl. 53 i 54).

Tabela 21: Podela statističkog uzorka na kvartile (uran sa svojim komponentama).

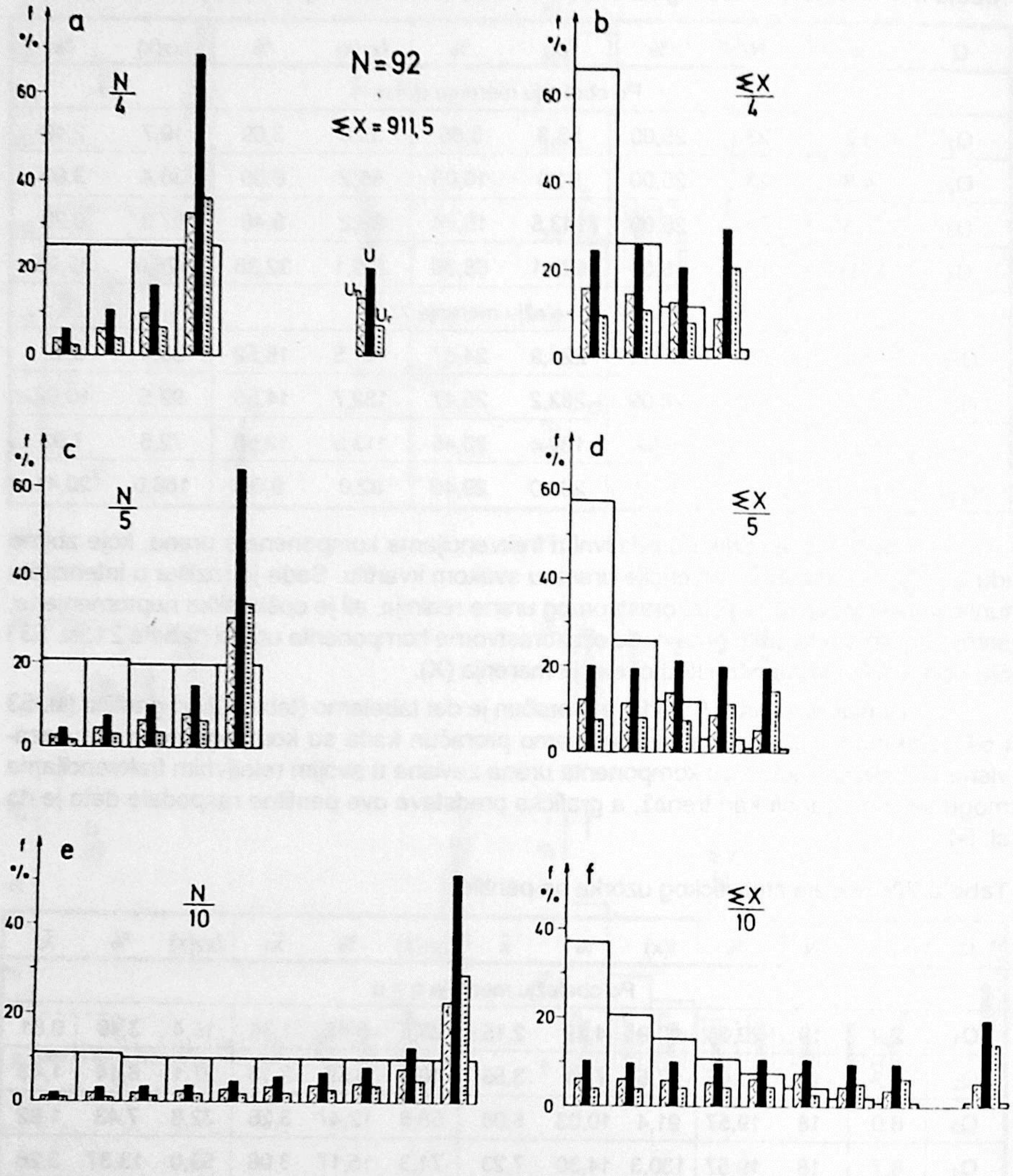
Q	x	N	%	f(x)	%	$f_{x1}(x)$	%	$f_{x2}(x)$	%
Po obeležju merenja q = n									
Q_1	3,2	23	25,00	53,3	5,85	33,6	3,69	19,7	2,16
Q_2	4,8	23	25,00	91,6	10,05	55,2	6,06	36,4	3,99
Q_3	7,5	23	25,00	143,5	15,74	86,2	9,46	57,3	6,29
Q_4	178,0	23	25,00	623,1	68,36	295,1	32,38	328,0	35,98
Po obeležju merenja X									
Qx_1	6,5	60	65,22	224,9	24,67	141,5	15,52	83,4	9,15
Qx_2	16,7	24	26,09	232,2	25,47	132,7	14,56	99,5	10,92
Qx_3	52,0	6	6,52	186,4	20,45	113,9	12,50	72,5	7,95
Qx_4	178,0	2	2,17	268,0	29,40	82,0	9,00	186,0	20,41

Evidentna je razlika u relativnim frekvencijama komponenata urana, koje zbimo idu do visine relativne frekvencije urana u svakom kvartilu. Sada je razlika u intenzitetu funkcija teškorastvornog i lakorastvornog urana realnija, ali je opšta slika nepromenjena, samo u gornjem kvartilu preovlađuje lakorastvorna komponenta urana (tabela 21, sl. 53 i 54, pod a i b), i to naročito kod obeležja merenja (X).

Pentili su kvantili 5. rada, a proračun je dat tabelarno (tabela 22) i grafički (sl. 53 i 54). Smatramo da je dovoljno dati samo proračun kada su komponente urana nezavisne, a proračun kada su komponente urana zavisne u svojim relativnim frekvencijama mogu se proračunati kao trenaž, a grafička predstava ove pentilne raspodele data je na sl. 54.

Tabela 22: Podela statističkog uzorka na pentile.

Q	x	N	%	f(x)	%	$\bar{x}$	$f_{x1}(x)$	%	$\bar{x}_1$	$f_{x2}(x)$	%	$\bar{x}_2$
Po obeležju merenja q = n												
Q_1	2,9	19	20,65	40,9	4,49	2,15	25,5	5,42	1,34	15,4	3,49	0,81
Q_2	4,2	19	20,65	67,5	7,41	3,55	40,4	8,59	2,13	27,1	6,14	1,43
Q_3	6,0	18	19,57	91,4	10,03	5,08	58,6	12,47	3,26	32,8	7,43	1,82
Q_4	8,7	18	19,57	130,3	14,30	7,23	71,3	15,17	3,96	59,0	13,37	3,28
Q_5	178,0	18	19,57	581,4	63,78	32,30	274,3	58,36	15,24	307,1	69,57	17,06
Po obeležju merenja X												
Qx_1	5,7	53	57,61	182,0	19,97	3,43	112,3	23,89	2,12	69,7	15,79	1,32
Qx_2	10,8	24	26,09	178,1	19,54	7,42	105,3	22,40	4,39	72,8	16,49	3,03
Qx_3	31,4	11	11,96	192,4	21,11	17,49	126,5	26,91	11,50	65,9	14,93	5,99
Qx_4	90,0	3	3,26	181,0	19,86	60,33	78,0	16,59	26,00	103,0	23,33	34,33
Qx_5	178,0	1	1,09	178,0	19,53		48,0	10,21		130,0	29,45	



Sl 54 - Trokomponentni dvojni histogrami raspodele U i zavisnih komponenti U_n i U_r po kvantalima, u statističkom uzorku "alterisani granit Bukulje".
a) kvartili po obeležju (q) - Qq_{1-4}, b) kvartili po obeležju (X) - Qxq_{1-4}, c) pentili po obeležju (q) - Qp_{1-5}, d) pentili po obeležju (X) - Qxp_{1-5}, e) decili po obeležju (q) - Qd_{1-10}, f) decili po obeležju (X) - Qxd_{1-10}.

Fig. 54 - The three-component dual histograms distribution of the U and dependent components U_n and U_r, versus quantiles, in the statistical sample "altered granite of Bukulja".
a) quartiles versus characteristic (q) - Qq_{1-4}, b) quartiles versus characteristic (X) - Qxq_{1-4}, c) pentiles versus characteristic (q) - Qp_{1-5}, d) pentiles versus characteristic (X) - Qxp_{1-5}, e) deciles versus characteristic (q) - Qd_{1-10}, f) deciles versus characteristic (X) - Qxd_{1-10}.

Donji pentil (Q_1) u 19 proba (20,65% relativnih frekvencija) sadrži samo 4,49% od mase urana ovog statističkog uzorka, a najviše urana akumulirano je u gornjem pentilu (Q_5) gde u 18 proba (19,57% relativnih frekvencija) ima 63,78 od mase urana. Interpentil sadrži tri pentila ($I_Q = Q_2 + Q_3 + Q_4$) gde u 55 proba (59,79% relativnih frekvencija) je akumulirano samo 31,74% od mase urana sa srednjim sadržajem 5,26 ppm U. Centralni interpentil je treći pentil ($cI_Q = Q_3$), a to je najuži interval oko medijane.

Donji pentil po obeležju merenja X (Qx_1) u 53 probe (57,61% mase materijala statističkog uzorka) ima oko 1/5 (19,97%) od mase urana, a gornji pentil (Qx_5) sadrži samo jednu uranom najbogatiju) probu. Interpentil ($I_{Qx} = Qx_2+Qx_3+Qx_4$) sadrži oko 3/5 (60,51%) od mase urana u 38 proba (41,31% relativnih frekvencija). Centralni interpentil ($cI_{Qx} = Qx_3$) ima (slučajno) najviše akumuliranog urana (21,11% relativnih frekvencija, odnosno mase urana).

Karakteristike pentilne raspodele ove populacije urana grafički je prikazana na sl. 53 (pod c i d), a kada su teško i lako rastvorni uran komponente urana prikazano je na sl. 54 (pod c i d). Samo gornji pentil (Q_5) i 4. i 5. pentil po obeležju X (Qx_4 i Qx_5) imaju više lakorastvornog urana.

Decili su kvantili 10. reda, a to je ravno nestandardizovanoj podeli statističke raspodele geološke populacije na 10 jednakih klasa, što je sračunato u tabeli 23:

Tabela 23: Podela statističkog uzorka na decile.

Q	x	N	%	f(x)	%	$\bar{x}$	$f_{X1}(x)$	%	$\bar{x}_1$	$f_{X2}(x)$	%	$\bar{x}_2$
Po obeležju merenja q = n												
Q_1	2,2	10	10,87	17,4	1,91	1,74	10,6	2,25	1,06	6,8	1,54	0,68
Q_2	3,0	10	10,87	26,5	2,91	2,65	17,3	3,68	1,73	9,2	2,08	0,92
Q_3	3,5	9	9,78	29,7	3,26	3,30	18,2	3,87	2,02	11,5	2,61	1,28
Q_4	4,2	9	9,78	34,8	3,82	3,87	19,8	4,21	2,20	15,0	3,40	1,67
Q_5	5,0	9	9,78	41,5	4,55	4,61	25,6	5,45	2,84	15,9	3,60	1,77
Q_6	6,0	9	9,78	49,9	5,47	5,54	33,0	7,02	3,67	16,9	3,83	1,88
Q_7	7,1	9	9,78	59,4	6,52	6,60	33,8	7,19	3,76	25,6	5,80	2,84
Q_8	8,7	9	9,78	70,9	7,78	7,88	37,5	7,98	4,17	33,4	7,57	3,71
Q_9	16,0	9	9,78	110,3	12,10	12,26	67,2	14,29	7,47	43,1	9,76	4,79
Q_{10}	178	9	9,78	471,1	51,68	52,34	207,1	44,05	23,01	264,0	59,81	29,33
Po obeležju merenja X												
Qx_1	3,9	34	36,96	92,1	10,10	2,71	56,5	12,02	1,66	35,6	8,07	1,05
Qx_2	5,7	19	20,65	89,9	9,86	4,73	55,8	11,87	2,94	34,1	7,73	1,79
Qx_3	7,2	14	15,22	91,5	10,04	6,54	55,3	11,76	3,95	36,2	8,20	2,59
Qx_4	10,8	10	10,87	86,6	9,50	8,66	50,0	10,64	5,00	36,6	8,29	3,66
Qx_5	16,7	7	7,61	97,0	10,64	13,86	56,6	12,04	8,09	40,4	9,15	5,77
Qx_6	31,4	4	4,35	95,4	10,47	23,85	69,9	14,87	17,48	25,5	5,78	6,38
Qx_7	52,0	2	2,17	91,0	9,98	45,50	44,0	9,36	22,00	47,0	10,65	23,50
Qx_8	90,0	1	1,09	90,0	9,87		34,0	7,23		56,0	12,69	
Qx_9												
Qx_{10}	178,0	1	1,09	178,0	19,53		48,0	10,21		130	29,45	

Donji i gornji decil (Q_1 i Q_{10}) su maksimalno polarisani jer gornji decil sadrži više od polovine mase urana ovog statističkog uzorka, za razliku od 1. decila gde je akumulirana simbolična masa urana. Interdecil (I_{Qd}) obuhvata 8 decila, pa praktično nema rezona izražavati ovako široki raspon sadržaja urana ove populacije. Centralni interdecil je jednak centralnom interpentilu, jer zahvata dva decila ($Q_5 + Q_6$) što je ravno 3.pentilu.

Ove osobine još više su polarisane kod decila po obeležju merenja (X), 9. decil je bez ijedne probe, a 8. i 10. decil imaju samo po jednu probu. Donji (prvi) decil (Qx_1) sadrži 34 probe (36,96% relativnih frekvencija), a samo 10,10% od mase urana; dok gornji decil sadrži samo uranom najbogatiju probu (19,53% od mase urana).

Decili su grafički predstavljeni na sl. 53 (pod e i f), a na sl. 54 (pod e i f) su predstavljeni decili gde su teškorastvorni i lakorastvorni uran samo komponente urana.

Kvantilna raspodela geološke populacije nije postala popularna, a iz priloženog se može sagledati korist ove metode. Primenom principa "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive" kod kvantila omogućava dobru preglednost akumulacije populacije urana u nekom delu nestandardne podele statističkog uzorka, bez obzira da li će se kvantili detaljno izračunavati i grafički predstavljati, ili će se zadovoljavati samo sa nekim proračunom, kao što su: donji i gornji kvantil, interkvantil ili centralni interkvantil (za kvantile višeg reda).

U praksi se najviše koristi medijana, što je kvantil 2. reda, a potom kvartili i pentili, dok su decili ređe u upotrebi. Korišćenje centila je suviše detaljno, te u praksi najverovatnije neće nikad biti u upotrebi, pa iz tih razloga nismo ni dali primer upotrebe centila (to su kvantili 100. reda).

PARAMETRI I KOEFICIJENTI GEOHEMIJSKOG POLJA

Parametri geohemijskog polja su geohemijski fon, geohemijski šum (fersman) i koncentracija anomalije, koji su po definiciji autora ove monografije aritmetička sredina određene populacije statističkog uzorka ($\bar{x}$), a to je srednji sadržaj određene geološke populacije elementa koji je istovremeno i parametar raspodele geološke slučajne promenljive (definicije 34, 35, 36, 37).

Smatramo da parametre geohemijskog polja ima smisla računati samo za uran, a ne i za njegove komponente. Imalo je smisla računati parametre raspodele teškorastvornog i lakorastvornog urana, što je urađeno (sl. 46). Međutim, parametri geohemijskog polja, bez obzira što su to uglavnom iste vrednosti, ne računamo za komponente urana, jer ne postoje parametri globalnog geohemijskog polja za te komponente, već oni postoje samo za element uran. To je ustvari klark urana, koji su definisali mnogi autori, od kojih uzimamo sledeće.

Klark (globalni geohemijski fon) urana ($\bar{x}_c$) može biti:

	$\bar{x}_c$ ppm
- za zemljinu koru (V i n o g r a d o v, 1962)	2,5
- za kontinentalnu koru (T e y l o r, 1964)	1,6
- za kontinentalnu koru (R o n o v i J a r o š e v s k i, 1976)	2,7
- za granitski sloj kontinentalne kore (R o n o v, i dr., 1976)	3,0
- za granitoidne stene (T u r e k i a n i V e d e p o l, 1961)	3,0

	$\bar{x}_c$ ppm
- za kisele magmatske stene (V i n o g r a d o v, 1962)	3,5
- za granite kontinentalne kore (T e y l o r, 1964)	4,8

Vrednosti globalnog geohemijskog fona (klarka) urana su veoma različite, čak i za isto globalno geološko telo, a naše je da se opredelimo da neku od tih vrednosti. Svakako je da su autori tablica iz kojih su uzete ove vrednosti brižljivo obavili proračune ovog klarka, a vrednosti koje su dobili predstavljaju njihov način viđenja ove problematike. Jasno je da nikada ne možemo saznati istinitu vrednost klarka, kao što se ne može saznati ni istinita vrednost geohemijskog fona (matematičkog očekivanja μ za osnovnu geološku populaciju elementa u geološkim telima). Svi proračuni su ustvari ocene vrednosti ovog parametra, kao što je i sama aritmetička sredina ($\bar{x}$) samo ocena vrednosti matematičkog očekivanja, odnosno istinitog srednjeg sadržaja $M(x) = \mu$.

Parametri geohemijskog polja za hidrotermalno alterisane granite južnog dela plutona Bukulje, na osnovu našeg statističkog uzorka od 92 geohemijske probe (koji služi samo za demonstraciju, a ne za ocenu vrednosti ovih parametara granita Bukulje) su:

	N	$\bar{x}$ ppm
- geohemijski fon ($\bar{x}_g$)	92	8,91
- geohemijski šum - fersman ($\bar{x}_f$)	86	5,75
- koncentracija geohemijske anomalije ($\bar{x}_a$)	6	69,57
- koncentracija rudne anomalije ($\bar{x}_r$)	2	134

Na osnovu raspodele ove geološke populacije u logaritamskoj statističkoj razmeri "log 1:10" ppm (sl. 46, pod a) kompaktni deo populacije nesumljivo pripada singenetskoj parcijalnoj populaciji Fersmana, bez obzira što se u njoj nalazi izvesna mala količina i epigenetskog urana, koji moramo zanemariti. Plafon geohemijskog polja singenetske populacije povlačimo na nivou 25 ppm urana, što je istovremeno i prag geohemijskih anomalija. Plafon geohemijskih anomalija, odnosno odgovarajućeg parcijalnog geohemijskog polja je maksimalna vrednost sadržaja urana, a to je 178 ppm U. U okviru geohemijskih anomalija imamo:

1) stenske anomalije i

2) rudne anomalije.

Stenske anomalije su lokalne akumulacije urana u rasponu sadržaja urana od 25 do oko 60 ppm urana, gde pripadaju 4 probe koje predstavljaju mešanje singenetsko-epigenetske populacije; sa srednjim sadržajem 37,35 ppm urana. U ovim probama, odnosno u ovoj parcijalnoj singenetsko-epigenetskoj populaciji ima oko 40% lakorastvornog urana (koliki je i procenat učešća u singenetskoj populaciji). Po količini ovaj uran predstavlja značajnu masu jer se radi o njegovim sadržajima u probama koji su viši od srednjeg sadržaja lako rastvornog urana x_2 = 4,80 ppm), a srednji sadržaj lakorastvorne komponente urana za ovih 4 probe iznosi 15,30 ppm U_r. Istina je da je srednji sadržaj teškorastvornog urana za ove 4 probe viši (x_1 = 22,08 ppm), a njegov maksimalan sadržaj u ovim probama (32 ppm U_n) odgovara varijacijama jediničnih koncentracija koje su iznad geohemijskog šuma, a moguće su kao realna jedinična koncentracija singenetskog urana.

Samo 2 probe su jasno epigenetskog postanka, bez obzira što u njima ima oko 30% teškorastvornog urana, sa srednjim sadržajem 41 ppm U_n. Maksimalan sadržaj teškorastvornog urana u probi (48 ppm) je u opsegu varijacija singenetskih populacija (do 50 ppm, na osnovu podataka u drugim granitoidima Srbije). Lakorastvorna komponenta urana daleko preovlađuje (oko 70%), sa srednjim sadržajem 93 ppm U_r i maksimalnom njegovom jediničnom koncentracijom od 130 ppm U_r. Zato smatramo da je ova parcijalna populacija predstavnik mineralizacija i orudnjenja urana, koje realno postoje u južnom delu granitskog masiva Bukulje.

Od naznačenih vrednosti klarkova urana, autor ove monografije standardno koristi dva podatka: 3,5 ppm kao klark urana za kisele magmatske stene (po A.P. V i n o g r a d o v u, 1962) i 4,8 ppm U kao klark urana za granite kontinentalne kore (po S.R. T a y l o r u, 1964). Zato ćemo koristiti ove vrednosti za izračunavanje koeficijenata koncentracije (Definicije 38, 39 i 40), a druge vrednosti može čitalac koristiti po svom nahođenju, jer ostaje sloboda svakog autora da odabere tablice klarkova koje želi po svom uverenju da su one za njegovo geološko (geohemijsko) uverenje najcelishodnije.

Koeficijenti koncentracije Klarka su (formula 108):

$$Kc_g = 9,91/3,5 = 2,83$$

na osnovu klarka urana za kisele magmatske stene.

$$Kc_g = 9,91/4,8 = 2,06$$

na osnovu klarka urana za granite kontinentalne kore.

Koeficijent koncentracije Klarka za geohemijski šum (fersman) iznosi (formula 109):

$$Kc_f = 5,75/3,5 = 1,64$$

u odnosu na klark urana za kisele magmatske stene.

$$Kc_f = 5,75/4,8 = 1,20$$

u odnosu na klark urana za granite kontinentalne kore.

Koeficijent koncentracije Klarka za geohemijske anomalije iznosi (formula 110):

$$Kc_a = 69,57/3,5 = 19,88$$

u odnosu na klark urana za kisele magmatske stene.

$$Kc_a = 69,57/4,8 = 14,49$$

u odnosu na klark urana za granite kontinentalne kore.

Koeficijent koncentracije Klarka za rudne anomalije iznosi:

$$Kc_a = 134/3,5 = 38,29$$

u odnosu na klark urana za kisele magmatske stene.

$$Kc_a = 134/4,8 = 27,92$$

u odnosu na klark urana za granite kontinentalne kore.

Koeficijent koncentracije Fersmana je odnos geohemijskog fona sa odgovarajućim geohemijskim šumom (fersmanom) i on iznosi (formula 111):

$$Kf = 9,91/5,75 = 1,72$$

a ovaj koeficijenat izražava stepen sopstvene akumulacije urana u odnosu na singenetsku populaciju, a to, po našem mišljenju, ima značaj metalogenetskog kriterijuma.

Koeficijent kontrasnosti geohemijske anomalije, u odnosu na geohemijski fon iznosi (formula 112):

$$Kk_g = 69,57/9,91 = 7,02$$

a ovaj koeficijenat iskazuje stepen akumulacije urana geohemijske anomalije u odnosu na nivo geohemijskog fona.

Koeficijent kontrasnosti rudne anomalije iznosi:

$$Kk_g = 134/9,91 = 13,52$$

što znači da je stepen akumulacije urana 13,5 puta veći od geohemijskog fona.

Koeficijent kontrasnosti geohemijske anomalije u odnosu na geohemijski šum iznosi (formula 113):

$$Kk_f = 69,57/5,75 = 12,10$$

što znači da je akumulacija urana u geohemijskog anomaliji preko 12 puta veća u odnosu na singenetsku populaciju.

Koeficijent kontrasnosti rudne anomalije iznosi:

$$Kk_f = 134/5,75 = 23,30$$

što znači da je uran preko 23 puta više akumuliran u rudnoj anomaliji u odnosu na singenetsku populaciju.

Mora se voditi računa da se ovi koeficijenti računaju za stvarnu geohemijsku ili rudnu anomaliju, a to znači da ove probe treba da imaju prirodni kontinuitet u prostoru.

Izdvajanje geohemijskih anomalija

Na dvojnom histogramu, naročito u logaritamskoj statističkoj razmeri, jasno se izdvajaju geohemijske anomalije kao parcijalne populacije logaritamskog repa od kompaktne singenetske populacije elementa. U našem slučaju kompaktna singenetska populacija sadrži 86 geohemijske probe sa maksimalnim sadržajem urana u probi do 20 ppm (uslovno do 25 ppm).

Parcijalna populacija urana viših jediničnih koncentracija od 25 ppm nesumljivo je van kompaktnog dela populacije i predstavlja geohemijske anomalije. Srednji sadržaj urana ove parcijalne populacije je relativno visok (69,57 ppm), a visoke su vrednosti

koeficijenata koncentracije Klarka i Fersmana, kao što je i visoka kontrasnost u odnosu na geohemijski fon i šum.

Ove probe nisu u kontinuitetu na prostoru geohemijskog ispitivanja i ne može se samo na osnovu ovih podataka suditi o kvalitetu ovih anomalnih sadržaja urana u ovim probama. To je, svakako, posledica nedovoljne veličine statističkog uzorka (N=92 probe), kod velikih statističkih uzoraka (O m a lj e v, 1983f, 1984d) postoji kontinuitet proba.

Na osnovu učešća lakorastvornog urana u 4 probe ove parcijalne populacije vidi se da se ona ne razlikuje od singenetske populacije, razlika je samo u visini jediničnih koncentracija, kako teškorastvornog tako isto i lakorastvornog urana. Najverovatnije ove 4 probe predstavljaju stenske anomalije, tj. to su rasejane male akumulacije urana koje su svojstvene granitima kao koncentratorima urana među magmatskim stenama. Jedinične koncentracije urana ne prelaze 60 ppm, niti jedinične koncentracije teškorastvornog urana prelaze 35 ppm, a što je moguća varijacija jediničnih koncentracija urana u probama kiselih magmatskih stena. Zato ove 4 probe najverovatnije predstavljaju stenske geohemijske anomalije urana gde se mešaju singenetske i epigenetske populacije, a one nemaju direktne veze niti su direktni izdanci uranovih mineralizacija ili orudnjenja. Ali, to su signali da u ovim stenama postoje male akumulacije urana koje su nastale procesima preraspodele urana prilikom hidrotermalnih promena ovih stena, te su to dragoceni podaci koji imaju metalogenetski značaj.

Dve probe urana su anomalne uglavnom zbog visokih jediničnih koncentracija lakorastvorne komponente urana, jer u njima preovlađuje lakorastvorni uran utoliko više što su sadržaji urana viši. Zato ove probe imaju veze sa akumulacijama urana nastalom epigenetskom preraspodelom prilikom hidrotermalne alteracije ove stene i to su oreoli uranovih mineralizacija i orudnjenja, a moguće je da su to izdanci samog uranovog orudnjenja. Ove probe nemaju kontinuitet u prostoru, ali mi za ovu demonstraciju ne pravimo oko tog pitanje. Bitno je da su ove probe identifikovane kao oreoli uranovog orudnjenja, za koje znamo da postoji u južnom delu granitskog masiva Bukulje (F i l i p o v i ć, i dr., 1977, 1978).

ZAKLJUČAK

U beskonačnom, stacionarnom i večnom univerzumu nalazi se Univerzum kao jedna od bezbroj korpuskula. Smatra se da je Univerzum u današnjem stanju nastao Velikim praskom od singulariteta materije (Kosmičko jaje) pre $n*10^{10}$ godina i da se nalazi u stanju širenja. Mi imamo informacija da Univerzum realno postoji, ali nemamo informacija o postojanju univerzuma.

Materija je skup svih objekata Univerzuma (i univerzuma), a manifestuje se kontinuirano kao fizičko polje (prostor) i diskontinuirano kao supstancija. Objekat je individualisana manifestacija materije, a objekat supstancije se javlja kao korpuskula (telašce, čestica) i kao korpus (telo). Korpuskula je osnovni (elementarni) oblik pojave supstancije, to je realni entitet u Univerzumu koji je nedeljiv za određeno veličinsko područje, bez unutrašnje substrukture. Korpus (telo) je složeni objekat izgrađen od korpuskula (i korpusa) sa unutrašnjom strukturom koja uslovljava njegovu deljivost. Na kritičnoj tački preseka koordinata mase (na ordinati) i veličine (na apscisi) objekta dolazi do transformacije korpuskule u korpus, i obratno. Na nižim dimenzijama prostora objekat je korpus, a na višim dimenzijama prostora isti objekat je korpuskula. U ovom koordinatnom sistemu mase i veličine objekta moguće je kretanje u prostoru i vremenu paralelno apscisi, a samo kretanje objekta u vremenu paralelno ordinati; što je posledica dejstva zakona održanja mase i energije.

Sada su poznate samo 4 stabilne fundamentalne korpuskule (foton, neutrino, elektron i gornji kvark), a sve ostale stabilne korpuskule su elementarne; ali samo za određeno veličinsko područje. Foton objedinjuje naš Univerzum u vidu elektromagnetskog zračenja, to je kurir koji prenosi informacije o postojanju objekata u univerzumu i njihovim interakcijama. Gornji kvark sa ostalim fundamentalnim česticama integriše se u barionima (proton, neutron), a elektron je slobodna korpuskula ili se integriše u atomima hemijskih elemenata.

U beskonačnom prostoru univerzuma nalazi se naš Univerzum na intervalu prostora od 10^{-18} do 10^{26} m. Savremena fizika je definisala najmanju dimenziju kao Plankovu jedinicu dužine od 10^{-35} m, a najveću dimenziju nije definisala (smatra se da je beskonačna).

Prostor Univerzuma delimo na 3 celine: 1) Kvantni svet, 2) Mineralni svet, i 3) Kosmički svet. Prostor univerzuma od 10^{-18} do 10^{-35} m izdvajamo kao Kripto svet, o kome ništa ne znamo. Prostor iznad dimenzije 10^{26} m nije imenovan. Prostor ova tri sveta

Univerzuma izdeljen je na manje subceline, koje su dobile imena po prefiksima jedinice za dužinu (metra) ili drugim karakteristikama (npr. Nano-svet, Makro-svet, itd.).

U Kvantnom svetu formiraju se atomska jezgra i atomi kao korpuskule, koji dalje izgrađuju molekule kao korpuskule višeg nivoa organizacije materije Univerzuma. Molekuli i kristali prelaze u Mineralni svet, gde su kristali minerala najznačajnije korpuskule. Kristali izgrađuju kosmičke korpuskule (meteore, komete, planetoide, planete) kao strukture najvišeg reda. Kristali minerala takođe izgrađuju geološka tela kao strukture geološke organizacije materije. Hijerarhija geoloških tela je sledeća: liton, geološka formacija, teran, geokompleks, ploča Litosfere i geosfera (Litosfera). Velika aglomeracija atoma i subatomskih korpuskula daje zvezde kao osnovne korpuskule Kosmičkog sveta. Dalje aglomeracije daju zvezdana jata, galaksije i galaktička jata, da bi na kraju došli do Univerzuma kao barionskog ostrva. To je za nas najveća korpuskula.

Interesantno je da su korpuskule u sve tri celine sveta povezane uzlaznim linijama koje rastu po dimenzijama mase i veličine objekta na zakonit način. Najznačajnija uzlazna linija počinje molekulom elementarne ćelije kristala, pa raste kao kristal, meteor, planetoid, planeta i na kraju završava se zvezdama glavnog niza. Ovo je uzlazna linija "Velike simfonije Prirode (Univerzuma)". Slično su povezana atomska jezgra sa neutronskom zvezdom paralelnom uzlanom linijom. Ostali kosmički objekti su van ovih linija, a to je posledica sličnosti ili razlike u gustini objekata.

Kristali minerala određenog hemijskog elementa u njima čine geološku populaciju. Raspodela geološke populacije kao masovne pojave pokorava se zakonu velikih brojeva, a za njeno razumevanje potrebna je primena teorije verovatnoće i matematičke statistike. Geološka populacija je nedostupna direktnom opažanju i merenju u celokupnosti, zato su razrađeni praktični postupci dobijanja reprezenta u vidu statističkog uzorka primenom eksperimenta uzorkovanja.

Jedinica statističkog uzorka je proba, to je materijalni deo geološkog tela koja ima realne dimenzije po obeležjima koji su predmet merenja. Usvojeno je da su obeležja merenja mase, i to masa materijala probe (q) i masa izučavanog hemijskog elementa u probi (X).

Proba je slično kristalu minerala jedinična veličina, koja je nedeljiva po obeležjima merenja, a sadrži: 1) jediničnu masu materijala probe (q), 2) jediničnu masu hemijskog elementa (X), koje sjedinjuje jedinična koncentracija (x), koja ima dimenziju gustine (kg/dm^3, odnosno kg/kg). Dualizam probe uslovljava postojanje dve geološke populacije u statističkom uzorku, po pomenutim obeležjima merenja, što iskazujemo kao princip "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive".

Princip "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive" iskazan je sa 3 zakona, 15 teorema i 45 definicija, koje su posledica pogleda na strukturu organizacije materije Univerzuma, a sa tim i na strukturu geološke organizacije materije.

Podela geološke populacije hemijskog elementa u statističkom uzorku može biti: standardizovana i nestandardizovana.

Standardizovana podela populacije statističkog uzorka je imenovana terminom "statistička razmera". Standardizacija se odnosi na geohemijsku ekvidistanciju, a ona može biti: linearna i eksponencijalna (logaritamska).

Jedinična masa materijala probe (q) je konstantna za svaku metodu eksperimenta uzorkovanja.

Jedinična masa hemijskog elementa (X) je promenljiva veličina i to je geološka slučajna promenljiva. Jedinična koncentracija (x) je takođe promenljiva veličina (slučajna promenljiva).

Jedinične mase materijala probe (q) i jedinične mase elementa u probi (X) su funkcije koncentracije (x), a to su funkcije gustine raspodele f(x) i $f_X(x)$ kao prvog izvoda funkcija raspodele F(x) i $F_X(x)$. Grafička ilustracija ovih funkcija gustine najčešće je dvojni histogram.

U slučaju postojanja više hemijskih elemenata statistički uzorak postaje višekomponentni sistem sa više funkcija gustine. Situacija postaje složena i za višekomponentne sisteme dvojni histogrami postaju nepregledni, pa se ne preporučuje ići dalje od trokomponentnog sistema.

Funkcije gustine hemijskih elemenata su nove u statistici.

Parametri raspodele geološke populacije su: srednji sadržaj M(x), medijana M i medijana hemijskog elementa Mx.

Funkcije gustine (kao krive) imaju samo jednu zajedničku tačku (tačku preseka) gde su vrednosti relativnih frekvencija jediničnih masa po obeležjima (q i X) jednake, a ta tačka odgovara aritmetičkoj sredini hemijskog elementa u statističkom uzorku (matematičkom očekivanju populacije). To je istovremeno srednja vrednost geološke slučajne promenljive, koja se u praksi naziva "srednji sadržaj".

Postoje tri tipa raspodele geološke slučajne promenljive: 1) simetrična, 2) levoasimetrična (logaritamska) i 3) desnoasimetrična raspodela. Srednji sadržaj je nezavisan od tipa raspodele, to je uvek aritmetička sredina jediničnih koncentracija.

Normalna raspodela je specijalni slučaj simetrične raspodele i ona nema taj značaj u raspodeli geoloških populalcija koji joj se pripisuje. Geološke populacije hemijskih elemenata monofazne geneze teže simetričnoj raspodeli.

Geološke populacije složene (polifazne) geneze imaju asimetričnu raspodelu. Za levoasimetrične raspodele primenjuje se logaritamska statistička razmera, gde se logaritmuju samo koncentracije elementa na apscisnoj osi (nezavisna geološka promenljiva), dok se jedinične mase (sadržaji) elementa ne logaritmuju (zavisna geološka promenljiva). Za desnoasimetrične raspodele nema pogodnog postupka eliminacije asimetrije, a veoma je pogrešno primeniti logaritamsku statističku razmeru (tada se desna asimetrija još povećava).

Prostorna raspodela geoloških populacija ostvaruje geohemijsko polje preko intenziteta jediničnih koncentracija. Parametri geohemijskog polja su parametri geološke slučajne promenljive. Preko koeficijenata koncentracije iskazuje se stepen akumulacije hemijskog elementa u geološkom telu.

Geohemijska izučavanja raspodele geološke populacije svodi se na izučavanje forme reljefa geohemijskog polja.

Najznačajniji parametar geohemijskog polja je srednji sadržaj hemijskog elementa, koga imenujemo "geohemijski fon". Globalni geohemijski fon je imenovan terminom "klark". Srednji sadržaj parcijalne singenetske populacije elementa je "geohemijski šum", koga imenujemo terminom "fersman"; a srednji sadržaj geohemijske anomalije je "koncentracija anomalije".

Koeficijenti koncentracije Klarka i Fersmana su odnosi parametara geohemijskog polja, a oni iskazuju stepen akumulacije geološke populacije hemijskog elementa u određenoj geohemijskoj sredini.

Zbir, proizvod ili količnik jediničnih masa ili koncentracija realnih hemijskih elemenata čine "fiktivni" element, koji formalno ima sve osobine realnih elemenata.

Fiktivni element zbira realnih elemenata ima sve osobine realnih hemijskih elemenata.

Fiktivni element proizvoda nije dovoljno izučen, te nije bilo njegove praktične primene. Kao posledica množenja nejednakih brojeva, kod ovog fiktivnog elementa postoje dve srednje vrednosti: aritmetička sredina ($\bar{p}$) i proizvod aritmetičkih sredina realnih elemenata ($\hat{p} = \bar{x} * \bar{y}$), koji je manji od aritmetičke sredine.

Fiktivni element količnika je specifičan i pogodan za praktično korišćenje. Relativne frekvencije realnih elemenata, čiji količnik čini fiktivni element, su spregnute; povećanje intenziteta jednog elementa dovodi do sniženja intenziteta drugog elementa. Zajednička tačka (tačka preseka) ovih funkcija gustina realnih elemenata je parametar odnosa njihovih srednjih sadržaja ($\hat{v} = \bar{x}/\bar{y}$), čija je vrednost manja od aritmetičke sredine ($\bar{v}$).

Kao primer primene principa "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive" na raspodelu geološke populacije formiran je statistički uzorak od 92 geohemijske probe iz hidrotermalno promenjenih granita Bukulje.

Na svim probama ovog statističkog uzorka, koji služi samo za demonstraciju metode rada, hemijski su određene jedinične koncentracije urana ($U = X$) i njegove lakorastvorne komponente ($U_r = X_2$), a teškorastvorna komponenta urana ($U_n = X_1$) je izračunata. Ovaj trokomponentni sistem je statistički obrađen po pomenutom principu.

Prvo je primenjena klasična statistička obrada podataka na kompjuteru programom "STATGRAFICS", sa komentarom. Kritički su izložene primedbe na primenljivost ove metode obrade podataka. Korisno je dobiti sve statističke parametre, od kojih je većina upotrebljiva.

Statistička raspodela geološke populacije obrađena je detaljno, a ona obuhvata: 1) formiranje i rangiranje statističkog uzorka, 2) izradu tabela funkcija gustine, 3) grafičku predstavu funkcija gustine, sa interpretacijom (dvojni histogrami), i 4) kvantile.

Prostorna raspodela geološke populacije (geohemijsko polje) je obrađeno konciznije, s obzirom da je nedavno objavljena monografija o tome. Obrada je obuhvatila izračun parametara i koeficijenata geohemijskog polja, sa izdvajanjem geohemijskih anomalija.

LITERATURA

1. **Ahrens, L.H.**, 1954a: The lognormal distribution of the elements. Geochimica et Cosmochimica Acta, Vol. 5, No. 2, p. 49-73.
2. **Ahrens, L.H.**, 1954b: The lognormal distribution of the elements - II. Geochimica et Cosmochimica Acta, Vol. 6, No. 2/3, p. 121-131.
3. **Ahrens, L.H.**, 1957: Lognormal-type distributions - III. Geochimica et Cosmochimica Acta, Vol. 11, No. 4, p. 205-212.
4. **Ahrens, L.H.**, 1963: Lognormal-type distributions in igneous rocks - IV. Geochimica et Cosmochimica Acta, Vol. 27, No. 4, p. 333-343.
5. **Antonović, A.**, 1987: Građa Zemlje i poreklo magmatizma. Radovi Geoinstituta, knj. 20, s. 21-31, Beograd.
6. **Antonović A.**, 1990: Radioaktivnost u prirodi, značaj za istraživanje u geologiji. Posebna izdanja Geoinstituta, knj. 12, s. 191, Beograd.
7. **Antonović, A. i Omaljev, V.**, 1988: Upoređenje rezultata oprobavanja urana hemijskom i radiometrijskom metodom na lokalnosti Paun stena (Bukulja). Radovi Geoinstituta, knj. 22, s. 87-115, Beograd.
8. **Asimov, I.**, 1985: Kolapsirajuća Vasiona. IRO "Prosveta", s. 178, Beograd.
9. **Babović, M.**, 1992a: Geologija i zaštita životne sredine - Prilog zasnivanju ekogeologije. Naučna knjiga i Rudarsko-geološki fakultet Univerziteta u Beogradu, s. 161, Beograd.
10. **Babović, M.**, 1992b: Jednostensko geološko telo (liton) i njegove granice. Radovi Geoinstituta, knj. 27, s. 19-25, Beograd.
11. **Babović, M.**, 1993: Geološka formacija u okviru organizacije geološke sredine. Radovi Geoinstituta, knj. 28, s. 5-13, Beograd.
12. **Baker, D.**, 1984: The Country Life Guide to Astronomy. The Hamlyn Publishing Group, p. 288, Feltham, Middlesex, England.
13. **Barabanov, V.F.** 1985: Geohimija. "Nedra", s. 423, Ljenjingrad.
14. **Baranov, V.I., Du Le-Tjan i Korobkov, V.I.**, 1962: K geohimii urana i torija v granitoidnih porodah kiziltauskogo massiva (Centralnij Kazahstan). Soobščenie 2. Formi nahoždenija radioaktivnih elementov v granitoidnih porodah. Geohimija No. 5, s. 411-419, Moskva.
15. **Belov, B.I.**, 1970: O ponjatii verovatnosti v geologii. Matematičeskie metodi v petrologii i geohimii. "Nauka", s. 99-105, Moskva.
16. **Belousov, V.V. i Pavlenkova, N.I.**, 1985: Tipi zemnoj kori. Geotektonika, No. 1, s. 3-14, Moskva.

17. **Beus, A.A.**, 1981: Geohimija litosferi. "Nedra", s. 334, Moskva.

18. **Beus, A.A. i Grigorjan, S.V.**, 1975: Geohimičeskie metodi poiskov i razvedki tverdih poleznih iskopaemih. "Nedra", s. 280, Moskva.

19. **Blažić, M.**, 1982: Opšta statistika - osnovi i analiza (peto izdanje). Savremena administracija, s. 436, Beograd.

20. **Bogackij, V.V.**, 1963: Matematičeskij analiz razvedočnoj seti. Gosgeoltehizdat, s. 212, Moskva.

21. **Bohr, N.**, 1985: Atomska fizika i ljudsko znanje. NOLIT, "Sazvežđa", br. 90, s. 178, Beograd.

22. **Bom, D.**, 1972: Uzročnost i slučajnost u savremenoj fizici. NOLIT, "Sazvežđa", br. 32, s. 277, Beograd.

23. **Borovko, N.N.**, 1964: Obobšćenij lognormaljnij zakon raspredelenija soderžanij himičeskih elementov v porodah i rudah. Geohimija, No. 3, s. 282-288, Moskva.

24. **Borovko, N.N.**, 1971: Statističeskij analiz prostranstvenih geologičeskih zakonomernostej. "Nedra", s. 174, Leningrad.

25. **Braunlou, A.H.**, 1984: Geohimija. "Nedra", s. 463, Moskva.

26. **Bugaec, A.N., i Dudenko, L.N.**, 1976: Matematičeskie metodi pri prognozirovanii mestorožđenij poleznih iskopaemih. "Nedra", s. 270, Leningrad.

27. **Carlier, A.**, 1964: Contribution aux methodes d'estimation des gisements d'uranium. Rapport CEA - R 2332, p. 360, Paris.

28. **Clarke, F.W.**, 1924: The data of Geochemistry, 5th edition. Geol. Bulletin 770, p. 839.

29. **Clarke, F.W. and Washington, H.S.**, 1924: The composition of the Earth's crust. US Dep. Interior. Geol. Survey. Profess. Paper, p. 127-140.

30. **Čopin, G.R. i Džafi, B.**, 1972: Hemija. "Vuk Karadžić", s. 708, Beograd.

31. **Devis, Dž.** 1977: Statistika i analiz geologičeskih dannih. "Mir", s. 572, Moskva.

32. **Dimitrijević, M.D.**, 1978: Geološko kartiranje. Izdavačko-informativni centar studenata, s. 486, Beograd.

33. **Dobrecov, N.L.**, 1981: Glogalnie petrologičeskie processi. "Nedra", s. 236, Moskva.

34. **Draganić, I.G., Draganić, Z.D. i Adlof, Ž.P.**, 1991: Radijacije i radioaktivnost na Zemlji i u Vasioni. "Dečje novine", s. 366, Gornji Milanovac.

35. **Dubov, R.I.**, 1970: Matematičeskoe modelirovanie geohimičeskih processov. Matematičeskie metodi v petrologii i geohimii, "Nedra", s. 6-16, Moskva.

36. **Dubov, R.I.**, 1974: Količestvennie issledovanija geohimičeskih polej dlja poiskov rudnih mestoroždenij. "Nauka" Sibirskoe otdelenie, s. 277, Novosibirsk.

37. **Durovich, S.**, 1959: Contribution to the lognormal distribution of elements. Geochimica et Cosmochimica Acta, Vol. 15, No. 4, p. 330-336.

38. **Duval, R., Levy, R., Matheron, G.**, 1955: Travaux de M.D.G. Krige sur l'evaluation des gisements dans les mines d'or sud-africaines. Annales des Mines, decembre 1955, p. 3-45.

39. **Đorđević, V., Đorđević, P. i Milovanović, D.**, 1991: Osnovi petrologije. "Nauka", s. 223, Beograd.

40. **Ebner, F. and Neubauer, F.**, 1990: Proposal for the construction of a Terrane map of the Alpine-Himalayan Belt 1:2,500.000. IGCP Project No. 276: "Paleozoic geodynamic domains and their alpidic evolution in the Tethys", p. 1-3, Leoben/Graz.

41. **Engels, F.**, 1978: Dijalektika prirode. Prosveta - BIGZ, s. 291, Beograd.

42. **Elazar, S.**, 1972: Matematička statistika. Zavod za izdavanje udžbenika, s. 320, Sarajevo.

43. **Ežov, A.I., Erdejne, E., Drotoš, L., Snejbal, V., Milovanović, D., Vuič, S. i Perišić, M.**, 1987: Geostatističeskie metodi v geologii. Primenenie matematičeskih metodov pri poiskah i razvedke mestoroždenij tverdih poleznih iskopaemih, SEV, s. 184-233, Moskva.

44. **Eremija, M.,** 1980: Sadržaj i upotreba termina facija. Simpozijum iz regionalne geologije i paleontologije, 100 godina geološke škole i nauke u Srbiji, s. 283-293, Beograd.

45. **Fersman, A.E.,** 1953: Izbrannie trudi, tom II. AN SSSR, s. 768, Moskva.

46. **Fersman, A.E.,** 1955: Izabrannie trudi, tom III. AN SSSR, s. 798, Moskva.

47. **Fersman, A.E.,** 1958: Izbrannie trudi, tom IV. AN SSSR, s. 588, Moskva.

48. **Feiman, R.,** 1987: Harakter fizičeskih zakonov. Bibliotečka "Kvant", vip. 62, "Nauka", Moskva.

49. **Filipović, V., i dr.,** 1977: Izveštaj o istraživanju urana u rejonu Bukulje u 1976. godini. Fond stručne dokumentacije Geoinstituta, Beograd.

50. **Filipović, V., i dr.,** 1978: Izveštaj o istraživanju urana u rejonu Bukulje u 1977. godini FSD Geoinstituta, Beograd.

51. **Filipović, I. i Lipanović, S.,** 1988: Opća i anorganska kemija, I dio: Opća kemija. "Školska knjiga", s. 613, Zagreb.

52. **Frenkel, M.Ja., i Kadik, A.A.,** 1982: Rolj vodi v obrazovanii magmi. Priroda, No. 9, s. 64-73, Moskva.

53. **Gavrusevič, B.A.,** 1968: Osnovi obščej geohimii. "Nedra", s. 328, Moskva.

54. **Geologičeskie tela** (terminologičeskij spravočnik). "Nedra", s. 334, Moskva, 1986.

55. **Geologičeskij slovar,** tom 2. "Nedra", s. 456, Moskva, 1978.

56. **Grubić, A., Vakanjac, B. i Antonijević, I.,** 1974: Geološke formacije i formaciono-metalogenetska analiza. Zbornik radova Rudarsko-geološko-metalurškog fakulteta, sv. 17, s. 31-54, Beograd.

57. **Grubić, A.,** 1985: Formaciona geologija. Zapisnici Srpskog geološkog društva za 1984. godinu, s. 151-158, Beograd.

58. **Grubić, A.,** 1994: Geološke formacije i formaciona analiza. Radovi Geoinstituta, knj. 30, s. 247-260, Beograd.

59. **Grupa autora,** 1967: Geologija i matematika. "Nauka", s. 253, Novosibirsk.

60. **Gutman, I.,** 1976: Filozofski problemi savremene hemije. Radnički univerzitet, I kolo, "Rad", s. 37, Beograd.

61. **Hain, V.E.,** 1987: Vtoraja mladost drevnoj nauki. Priroda, No. 1, s. 20-35, Moskva.

62. **Hain, V.E. i Lobkovskij, L.I.,** 1990: Ob osobennostjah formirovanija kollizionnih orogenov. Geotektonika, No. 6, s. 20-31, Moskva.

63. **Hajzenberg, V.,** 1989: Fizika i metafizika. NOLIT, "Sazvežđa", br. 33, s. 366, Beograd.

64. **Haskel, O. i Šuman, G.,** 1964: Vozniknovenie radioaktivnih jader pod dejstviem kosmičeskogo izlučenija. Jadernaja geofizika, s. 152-205, Moskva.

65. **Hawkes, H.E. i Webb, J.S.,** 1968: Geohemija i istraživanje mineralnih sirovina. Savremena administracija, s. 351, Beograd.

66. **Iljina, T.D.,** 1988: Jadernaja fizika v naukah o Zemle. "Nauka", s. 259, Moskva.

67. **Ivanov, V.V.,** 1968: O sisteme približennih ocenok srednih soderžanij himičeskih elementov v geologičeskih obrazovanijah. Meždunarodnij geologičeskij kongress. XXIII sesija: Matematičeskie metodi v geologii (dokladi sovjetskih geologov), "Nauka", s. 48-53, Moskva.

68. **Ivanović, D.,** 1985: Istorijsko-filozofska pitanja fizike. Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, s. 398, Beograd.

69. **Janković, S.,** 1957: Oprobavanje i proračun rezervi mineralnih sirovina. Zavod za geološka i geofizička istraživanja NR Srbije, posebno izdanje, br. 2, s. 379, Beograd.

70. **Jeans, J.,** 1947: Svemir, zvijezde, atomi. Matica Hrvatska, s. 294, Zagreb.

71. **Jović, V.,** 1993: Prilog geohemijskoj terminologiji - mikroelementi i slični termini. Radovi Geoinstituta, knj. 28, s. 249-256, Beograd.

72. **Karamata, S.,** 1967: Petrogeneza. Građevinska knjiga, s. 324, Beograd.

73. **Klavsut, V.F.,** 1986: Nekatorie aspekti prognozirovanija po principu rudnie zapasi - funkcija geohimičeskogo fona. Izvestija AN SSSR, Ser. Geologičeskaja, No. 5, s. 148-153, Moskva.

74. **Koare, A.,** 1981: Naučna revolucija. NOLIT, "Sazvežđa", br. 75, s. 303, Beograd.

75. **Každan, A.B.,** 1974: Metodologičeskie osnovi razvedki poleznih iskopaemih. "Nedra", s. 272, Moskva.

76. **Kiržnic, D.A.,** 1991: Elementarnaja dlina. Priroda, No. 10, s. 8-12, Moskva.

77. **Kogan, R.I.,** 1986: Intervalnie ocenki v geologičeskih issledovanijah: spravočnoe posobie. "Nedra", s. 160. Moskva.

78. **Kosigin, Ju.A.,** 1986: Zemlja i vselennaja. Priroda, No. 12, s. 79-85, Moskva.

79. **Krilov, A.Ja. i Atrašenok, L.Ja.,** 1959: O formah nahoždenija urana v granitah. Geohimija, No. 3, s. 246-251, Moskva.

80. **Kozarenko, V.N.,** 1981: Endogenaja metallogenija. "Nedra", s. 279, Moskva.

81. **Krstić, B. i Karamata, S.,** 1992: Terani u Karpato-Balkanidima istočne Srbije. Zapisnici Srp. geol. društva. Jubilarna knjiga 1891-1991, s. 57-74, Beograd.

82. **Krumbein, W.S. and Sloss, L.L.,** 1963: Stratigraphy and Sedimentation. W.H. Freemsu and comp., p. 621-636 (Appendix), San Francisco and London.

83. **Krut, I.V.,** 1973: Issledovanie osnovanij teoretičeskoj geologii. "Nedra", s. 205, Moskva.

84. **Krut, I.V.,** 1978: Vvedenie v obščuju teoriju zemli. "Misl ", s. 367, Moskva.

85. **Kun, T.,** 1974: Struktura naučnih revolucija. NOLIT, "Sazvežđa", br. 40, s. 280, Beograd.

86. **Kuražkovskaja, E.A. i Furmanov, G.L.,** 1975: Filosofskie problemi geologii. Izd. Moskovskgo universiteta, s. 139, Moskva.

87. **Lapo, A.V.,** 1987: Traces of Bygone Biospheres. "Mir", p. 352, Moscow.

88. **Lavruhina, A.K.,** 1978: Differencijacija himičeskih elementov v protoplanetnom oblake i pervičnoe veščestvo Zemli. Geohimija, No. 12, s. 1770-1781, Moskva.

89. **Le Pišon, K., Franšto, Ž., Bonnin, Ž.,** 1977: Tektonika plit. "Mir", s. 288, Moskva.

90. **Levinson, A.A.,** 1974: Introduction to exploration Geochemistry. p. 498, Calgary, Alberta, Canada.

91. **Levskij, L.K.,** 1978: Meteoriti, obrazovanie solnečnoj sistemi, sintez elementov. Vestnik Leningradskogo universiteta, No. 24, vip. 4. s. 54-62, Leningrad.

92. **Logvinenko, N.V., Ajnemer, A.I., Ritemberg, M.I., Sergeeva, E.I. i Švanov, V.N.,** 1976: Periodičeskie procesi v geologii. Nedra, Leningrad.

93. **Logunov, A.A.,** 1987: Reljativistkaja teorija grafitacii. Priroda, No. 1, s. 36-47, Moskva.

94. **Maksimov, E.M.,** 1982: K metodike formacionnogo analiza platformennih tolšč (na primere zapadno Sibirskoj pliti). Geotektonika. No. 3, s. 64-69, Moskva.

95. **Marić, Z.,** 1986: Ogled o fizičkoj realnosti. NOLIT, "Sazvežđa", br. 97, s. 200, Beograd.

96. **Matheron, G.,** 1955: Application des methodes statistiques a l'evaluation des gisements. Annales des mines, p. 50-75, decembre 1955.

97. **Matheron, G.,** 1963: Principles of geostatistics. Economic Geology, Vol. 58, No. 8, p. 1246-1266.

98. **Manuel, O.K.,** 1981: Geterogennost izotopnnogo i elementnogo sostava v meteritah: dokazateljstvo lokaljnogo sinteza elementov. Geohimija, No. 12, s. 1776-1801, Moskva.

99. **Maročnik, L.S.,** 1982: Isključiteljno li položenie Solnečnoj sistemi v Galaktike? Priroda, No. 6, s. 24-30, Moskva.

100. **Maročnik, L.S., Usikov, D.A. i Dolgopolova, E.I.,** 1987: Oblako Oorta. Priroda, No. 12, s. 37-45, Moskva.

101. **Maulenov, A.M.,** 1987: Logičeskie osnovi geologii. "Nauka", Kaz. SSR, s. 317, Alma-Ata.

102. **Milanovskij, E.E.**, 1982: Razvitie sovremennoe sostojanie problem rasščirenija i pulsacii Zemli. Izvestija vissih učebnih zavedenij, geologija i razvedka, No. 7, s. 3-28, Moskva.

103. **Miler, R.L. and Goldberg, E.D.**, 1955: The normal distribution in geochemistry. Geochimica et Cosmochimica Acta, Vol. 8, No. 8, p. 53-62.

104. **Mjakov, V.F.**, 1984: Geohimičeskij metod paragenetičeskogo analiza rud. "Nedra", s. 126, Moskva.

105. **Naseljskij, P.D.**, 1985: Reliktovoe elektromagnitnoe izlučenie - instrument issledovanija Vselennoj. Priroda, No. 11, s. 76-85, Moskva.

106. **Naumov, G.B.**, 1978: osnovi fiziko-himičeskoj modeli uranovogo rudoobrazovanija. Atomizdat, s. 216, Moskva.

107. **Nikolić, P.**, 1989: Geotektonika. "Naučna knjiga", s. 596, Beograd.

108. **Novikov, I.D.**, 1988: Kak vzorvalas vselennaja. Priroda, No. 1, s. 82-91, Moskva.

109. **Omaljev, V.**, 1974: Ispitivanje uslova primene i kontrola radiometrijskih metoda oprobavanja u ležištu urana Žirovski vrh. Tehnika, RG br. 9, s. 1504-1510a, Beograd.

110. **Omaljev, V.**, 1977a: Geostatistički prikaz rudnog tela pomoću dvojnog histograma. Tehnika, RGM br. 10, s. 1557-1562, Beograd.

111. **Omaljev, V.**, 1977b: Geostatističko ispitivanje rudnog tela V-1 u ležištu urana Žirovski vrh. Radovi Geoinstituta, sv. 11, s. 125-151, Beograd.

112. **Omaljev, V.**, 1978a: Karakteristike krive raspodele frekvencija korisne komponente u orudnjenju. Tehnika, RGM br. 10, s. 1416-1420, Beograd.

113. **Omaljev, V.**, 1978b: Teorijska osnova nove metodologije ispitivanja rasporeda korisnih komponenti u prirodnoj sredini. Radovi Geoinstituta, sv. 12, s. 245-274, Beograd.

114. **Omaljev, V.**, 1978c: Statistička analiza metalogenetskih karakteristika polimetaličnih orudnjenja. Radovi Geoinstituta, sv. 12, s. 191-217, Beograd.

115. **Omaljev, V.**, 1978d: Geostatističko ispitivanje rudnih tela. Zbornik radova, IX Kongres geologa Jugoslavije, s. 904-910, Sarajevo.

116. **Omaljev, V.**, 1979: Raspodela urana, torijuma i kalijuma u gredenskim slojevima Žirovskog vrha. Radovi Geoinstituta, knj. 13, s. 87-113, Beograd.

117. **Omaljev, V.**, 1980a: Trokomponentni dvojni histogram na primeru raspodele urana, torijuma i kalijuma u gredenskim slojevima Žirovskog vrha. Radovi Geoinstituta, knj. 14, s. 43-66, Beograd.

118. **Omaljev, V.**, 1980b: Model ispitivanja raspodele odnosa Th/U na primeru gredenskih slojeva Žirovskog vrha. Radovi Geoinstituta, knj. 14, s. 183-210, Beograd.

119. **Omaljev, V.**, 1981a: Statističko ispitivanje ravnoteže eRa-U kao indikatora savremene preraspodele urana u rudnom telu B-1 ležišta urana Žirovski vrh. Tehnika, RGM br. 1, s. 69-76, Beograd.

120. **Omaljev, V.**, 1981b: Izučavanje raspodele urana u zavisnosti od organogenog i karbonatnog ugljenika u sedimentima ležišta Žirovski vrh. Rudarsko-metalurški zbornik, vol. 28, No. 2-3, s. 183-205, Ljubljana.

121. **Omaljev, V.**, 1981c: Model statističkog ispitivanja odnosa lakorastvornog sa ukupnim uranom, na primeru granitoidnog plutona Cera. Geološki glasnik, br. 26, s. 111-130, Sarajevo.

122. **Omaljev, V.**, 1982a: Characteristics of the distribution of the geological random variable. Rudarsko-metaluški zbornik, vol. 29, No. 2-3, s. 133-154, Ljubljana.

123. **Omaljev, V.**, 1982b: Prilog definisanja geohemijskog polja, fona i šuma (fersmana) na primeru raspodele bakra u ofiolitima Puste Tušimlje. Zapisnici Srp. geol. društva za 1981. godinu, s. 57-68, Beograd.

124. **Omaljev, V.**, 1982c: Prilog definisanju geohemijskog polja, fona i šuma (fersmana) na primeru raspodele cinka i olova u ofiolitima Puste Tušimlje. Zbornik radova, knj. II, X jubilarni kongres geologa Jugoslavije, s. 521-536, Budva.

125. **Omaljev, V.,** 1982d: Metalogenetske karakteristike uranskog rudišta Žirovski vrh. Posebna izdanja Geoinstituta, knj. 7, s. 170, Beograd.

126. **Omaljev, V.,** 1983a: Karakteristike informacija o geološkim populacijama hemijskih elemenata u geološkim telima. Zapisnici Srp. geol. društva za 1982. godinu, s. 23-29, Beograd.

127. **Omaljev, V.,** 1983b: Geološka nezavisna i zavisna promenljiva pri geohemijskim istraživanjima. Zapisnici Srp. geol. društva za 1982. godinu, s. 73-81, Beograd.

128. **Omaljev, V.,** 1983c: Statistička razmera kao mera standardizacije geološke nezavisne promenljive. Zapisnici Srp. geol. društva za 1982. godinu, s. 157-167, Beograd.

129. **Omaljev, V.,** 1983d: Povodom 100. godišnjice rođenja A.E. Fersmana i 120. godišnjice rođenja V.I. Vernadskog - predlog novih termina u geohemiji i biogeohemiji. Radovi Geoinstituta, knj. 16, s. 5-20, Beograd.

130. **Omaljev, V.,** 1983e: Predlog novih pojmova i termina u geohemiji. Tehnika, RGM br. 5, s. 747-752, Beograd.

131. **Omaljev, V.,** 1983f: Raspodela urana u južnom delu granitskog masiva Bukulje. Radovi Geoinstituta, knj. 16. s. 145-182, Beograd.

132. **Omaljev, V.,** 1984a: Parametri raspodele geološke slučajne promenljive. Zapisnici Srp. geol. društva za 1983. godinu, s. 87-96, Beograd.

133. **Omaljev, V.,** 1984b: Tipovi raspodele geološke slučajne promenljive. Zapisnici Srp. geol. društva za 1983. godinu, s. 97-106, Beograd.

134. **Omaljev, V.,** 1984c: Theorems and laws defining distribution of geolgical random varible. 27th International geological congress, Moscow, 4-14th august 1984, Abstracts, vol. VIII, sect. C.20, p. 398-399. "Geologija", 28/29. knjiga, s. 255-269, Ljubljana, 1987.

135. **Omaljev, V.,** 1984d: Raspodela urana, teškorastvornog i lakorastvornog urana u južnom delu granitskog masiva Bukulje. Radovi Geoinstituta, knj. 17, s. 89-116, Beograd.

136. **Omaljev, V.,** 1985a: Matematička suština srednjeg sadržaja. Tehnika, RGM br. 3, s. 300-306, Beograd.

137. **Omaljev, V.,** 1985b: Proba kao informacija o geološkom telu. Prvo jugoslovensko savetovanje o rudničkoj geologiji, Zbornik radova, s. 367-378, 26-28. februara 1985., Priština.

138. **Omaljev, V.,** 1985c: Mere varijabilnosti geološke slučajne promenljive. Zapisnici Srp. geol. društva za 1984. godinu, s. 33-48, Beograd.

139. **Omaljev, V.,** 1985d: Simetrična raspodela geološke slučajne promenljive. Zapisnici Srp. geol. društva za 1984. godinu, s. 217-230, Beograd.

140. **Omaljev, V.,** 1985e: O populacijama rudnih elemenata. Tehnika, RGM br. 12, s. 1746-1751, Beograd.

141. **Omaljev, V.,** 1985f: Dual nature of the geological random variable. Intern. Symp.: Hornicka Pribram ve vede a technice - section: "Matematical methods in geology", 14-18 October 1985, Abstracts, p. 32. Radovi Geoinstituta, knj. 19, s. 141-156, Beograd, 1986.

142. **Omaljev, V.,** 1986a: Opredelenie ponjatij geohimičeskogo polja, fona i šuma. Geohimija, No. 7, s. 899-904, Moskva.

143. **Omaljev, V.,** 1986b: O parametrima geohemijskog polja. XI Kongres geologa Jugoslavije, knj. 3, s. 81-95, Tara.

144. **Omaljev, V.,** 1986c: The structure of the geochemical field. Int. South European Symp. on Expl. geochemistry, 9-11 November 1986, Programme with Abstracts, p. 48, Athens. Radovi Geoinstituta, knj. 20, s. 43-57, Beograd, 1987.

145. **Omaljev, V.,** 1986d: Standardization of statistical treatment of geochemical data. Int. South European Symp. on Expl. geochemistry, 9-11 November 1986, Programme with Abstracts, p. 56, Athens. Radovi Geoinstituta, knj. 21, s. 79-91, Beograd, 1988.

146. **Omaljev, V.,** 1986e: Novi pojmovi i termini u geohemiji. Zbornik radova posvećen akademiku Zariji M. Bešiću, s. 231-245, Titograd.

147. **Omaljev, V.,** 1987a: Geohemijsko polje. Posebna izdanja Geoinstituta, knj. 10, s. 170, Beograd.

148. **Omaljev, V.,** 1987b: O populacijama hemijskih elemenata. Tehnika, RGM br. 9, s. 787-792, Beograd.

149. **Omaljev, V.,** 1987c: Problematika određivanja geohemijskog fona i šuma na primeru raspodele urana u sedimentima Žirovskog vrha. "Geologija", 28/29. knjiga, s. 271-291, Ljubljana.

150. **Omaljev, V.,** 1987d: Definitions of the concepts of geochemical field, background, and noise. Geochemistry International, Scripta Technice, Inc., Amer. geol. Institute and American Geophisical Union, John Wiley and Sons, USA, Vol. 24, No. 2, p. 1-6.

151. **Omaljev, V.,** 1987e: Neke dileme u primeni zakonskih mernih jedinica u geologiji. Radovi Geoinstituta, knj. 20, s. 73-85, Beograd.

152. **Omaljev, V.,** 1988a: Levoasimetrična raspodela geološke slučajne promenljive. Zapisnici Srp. geol. društva za 1985-1986. godinu, s. 105-115, Beograd.

153. **Omaljev, V.,** 1988b: Logaritamska raspodela geološke slučajne promenljive. Zapisnici Srp. geol. društva za 1985-1986. godinu, s. 157-169, Beograd.

154. **Omaljev, V.,** 1988c: Desnoasimetrična raspodela geološke slučajne promenljive. Zapisnici Srp. geol. društva za 1985-1986. godinu, s. 303-313, Beograd.

155. **Omaljev, V.,** 1988d: Srednji sadržaj kao parametar geološke slučajne promenljive. Prvi jug. simp.: Primena matematičkih metoda i računara u rudarstvu i geologiji, 30. maj do 3. juni 1988. godine, knj. I, s. 139-148, Beograd.

156. **Omaljev, V.,** 1989: Upoređenje hemijske i radiometrijske metode određivanja sadržaja urana u stenama, na primeru vulkanita Golije. Radovi Geoinstituta, knj. 23, s. 193-213, Beograd.

157. **Omaljev, V.,** 1990a: Geohemijski fon i koeficijenti koncentracije. XII Kongres na geolozi na Jugoslavija, knj. III, s. 701-710, Ohrid.

158. **Omaljev, V.,** 1990b: Raspodela urana, torijuma i kalijuma u vulkanitima Golije. Radovi Geoinstituta, knj. 24, s. 115-142, Beograd.

159. **Omaljev, V.,** 1991a: Eksponencijalna raspodela (potencije) geološke slučajne promenljive. Zapisnici Srp. geol. društva za 1987-1989. godinu, s. 51-62, Beograd.

160. **Omaljev, V.,** 1991b: Eksponencijalna raspodela (koreni) geološke slučajne promenljive. Zapisnici Srp. geol. društva za 1987-1989. godinu, s. 105-114, Beograd.

161. **Omaljev, V.,** 1992a: Geološki aspekt korpuskula u graničnim područjima organizacije materije univerzuma (Geological feature of corpuscules in the limit areas of the organized universal matter). Geološki anali Balkanskog poluostrva, knj. LVI, sv. 2, s. 31-42, Beograd.

162. **Omaljev, V.,** 1992b: Izrada i primena dvojnog histograma u geohemijskim izučavanjima. Radovi eoinstituta, knj. 27, s. 251-275, Beograd.

163. **Omaljev, V.,** 1992c: Pregled sadržaja radioaktivnih i alkalnih elemenata u granitoidnim stenama Bukulje. Radovi Geoinstituta, knj. 27. s. 277-302, Beograd.

164. **Omaljev, V.,** 1993a: Lakorastvorni i teškorastvorni uran kao komponente sadržaja urana na primeru magmatskih stena Surdulice (Easily soluble and poorly soluble uranium as compounds of total uranium in magmatic rocks of Surdulica massif). Geološki anali Balkanskog poluostrva, knj. 57/1, s. 287-299, Beograd.

165. **Omaljev, V.,** 1993b: Raspodela urana i torijuma u šlihovima Bukulje. Radovi Geoinstituta, knj. 28, s. 113-126, Beograd.

166. **Omaljev, V.,** 1994a: O geološkoj organizaciji materije. Radovi Geoinstituta, knj. 30, s. 233-246, Beograd.

167. **Omaljev, V.,** 1994b: Hijerarhija geoloških tela (The hierarchy of geological bodies). Geološki anali Balkanskog poluostrva, knj. 58/2, s. 53-64, Beograd.

168. **Omaljev, V., i Antonović, A.,** 1989: Dva veka od otkrića hemijskog elementa uran. Radovi Geoinstituta, knj. 23, s. 7-17, Beograd.

169. **Opšta enciklopedija Larousse, tom 2. "Vuk Karadžić,** s. 911, Beograd.

170. **Pereljman, A.I.,** 1989: Geohimija. Vissaja škola, s. 528, Moskva.

171. **Perišić, M.,** 1983: Primenjena geostatistika. Rudarski institut, s. 534, Beograd.

172. **Petković, M. i Tomanec, R.,** 1976: Statistički model obrade rezultata litogeohemijske prospekcije rudnog polja Bučim. Savetovanje: Nove metode geoloških istraživanja i opreme, 16-18 novembar 1986, s. 265-282, Opatija.

173. **Petz, B.,** 1974: Osnovne statističke metode. s. 312, Zagreb.

174. **Pirc, S.,** 1977: Uran v kamninah, vodah in muljih na območju Posavskih gub v Sloveniji. Rudarsko-metalurški zbornik, No. 4, s. 335-357, Ljubljana.

175. **Popović, D.,** 1995: Slaba interakcija - moderna teorija. Društvo fizičara Srbije, Zbornik predavanja na Rep. sem. za nastavu fizike, januar 1995, s. 80-86, Beograd.

176. **Prokić, D.,** 1981: Zakonske merne jedinice u SFRJ. Tehnika, specijalno izdanje, s. 28, Beograd.

177. **Radević, V., Vujić, S. i Pavlović, V.,** 1976: Metode matematičkog modeliranja ležišta mineralnih sirovina. Savetovanje: Nove metode geoloških istraživanja i opreme, 16-18. Novembar 1986, s. 247-255, Opatija.

178. **Rodionov, D.A.,** 1961: K voprosu o logaritmičeski-normaljnom raspredelenii soderžanij elementov v izverženih porodah. Geohimija, No. 4, s. 324-327, Moskva.

179. **Rodinov, D.A.,** 1962a: Ob ocenivanii srednjego soderžanija i dispersii lognormaljnogo raspredelnija komponentov v porodah i rudah. Geohimija, No. 7, s. 629-632, Moskva.

180. **Rodionov, D.A.,** 1962b: Zadača sopostavljenija srednih soderžanij lognormaljno raspredelennih komponentov v porodah. Geohimija, No. 8, s. 732-736, Moskva.

181. **Rodionov, D.A.,** 1963a: Trehparametričeskie raspredelenija soderžanij elementov v porodah. Geohimija, No. 2, s. 179-184, Moskva.

182. **Rodionov, D.A.,** 1963b: Osobennosti raspredelenija srednjego arifmetričeskogo v uslovijah asimmetričnih raspredelenij soderžanij. Geohimija, No. 7, s. 689-693, Moskva.

183. **Rodionov, D.A.,** 1968: Statističeskie metodi razgraničenija geologičeskih objektov po kompleksu priznakov. "Nedra", s. 158, Moskva.

184. **Rodionov, D.A., Kogan, R.I., Golubaeva, V.A., Smirnov, B.I. i Sirotinskaja, S.V.,** 1987: Spravočnik po matematičeskim metodam v geologii. "Nedra", S. 335, Moskva.

185. **Ronov, A.B. i Jaroševskij, A.A.,** 1976: Novaja modelj himičeskogo stroenija zemnoj kori. Geohimija, No. 12, s. 1763-1795, Moskva.

186. **Rudnik, V.A. i Sobotovič, E.V.,** 1984: Rannaja istorija Zemli. "Nedra", s. 349, Moskva.

187. **Rudnie i rudonosnie formacii. "Nedra",** s. 70, Moskva.

188. **Safronov, N.I.,** 1981: K voprosu o zakonomernosti sootnošenij "zapasi - soderžanija" v rudah. "Nauka", čast I, s. 21-30, Novosibirsk.

189. **Savić, P.,** 1978: Od atoma do nebeskih tela. "Radivoj Ćirpanov", s. 220, Novi Sad.

190. **Serdar, V.,** 1977: Udžbenik statistike (deseto izdanje). Školska knjiga, s. 401, Zagreb.

191. **Semenko, N.P.,** 1990: Kislorodno-vodorodnaja modelj Zemli. Naukova Dumka, s. 247, Kiev.

192. **Segan, K.,** Kosmos. "Otokar Keršovani", s. 345, Rijeka.

193. **Sikošek, B.,** 1986: Zemljotres i ja. Eksportpress, s. 158, Beograd.

194. **Smit, G.,** 1968: Fizičeskaja geohimija. "Nedra", s. 474, Moskva.

195. **Smislov, A.A.**, 1974: Uran i torij v zemnoj kore. "Nedra", s. 231, Leningrad.

196. **Sobotovič, E.V.**, 1981: Geterogennost protoplanetnogo veščestva po zotopnim dannim. Geohimija, No. 12, s. 1802-1815, Moskva.

197. **Solovov, A.P.**, 1985: Geohimičeskie metodi poiskov mestoroždenij poleznih iskopaemih. "Nedra", s. 294, Moskva.

198. **Solovov, A.P.**, 1988: Zakon Vernadskogo. Razvedka i ohrana nedr, s. 7-8, Moskva.

199. **Stepanović, B.**, 1958: Fizičke osobine krutih stenskih masa, njihove kategorije i prirodan sistem. Zbornik radova Rudarsko-geološkog fakulteta, No. 6, s. 153-167, Beograd.

200. **Stipanić, E.**, 1978: Matematika i stvarnost. Radnički univerzitet, I kolo, "Rad", s. 44, Beograd.

201. **Supek, I.**, 1949: Teorijska fizika i struktura materije. Naknadni zavod Hrvatske, s. 688, Zagreb.

202. **Šapovalov, S. Ja.**, 1990: O proishoždenii meteoritov. Izv. viš. uč. zav., Geologija i razvedka, No. 9, s. 36-41, Moskva:

203. **Šarapov, I.P.**, 1965: Primenenie matematičeskoj statistiki v geologii. "Nauka", s. 422, Moskva.

204. **Šarapov, I.P.**, 1989: Metageologija. "Nauka", s. 208, Moskva.

205. **Šatskij, N.S.**, 1960: Paragenezi osadočnih i vulkanogennih porod i formacii, Izvestja AN SSSR, serija geologičeskaja, No. 5, s. 3-23, Moskva.

206. **Šipmen, H.**, 1980: Crne jame, kvazari i Vasiona. Srpska književna zadruga, nova serija 2, s. 390, Beograd.

207. **Tauson, L.V.**, 1981: Magmatogenie geohimičeskie polja rassejanija i koncentrirovanija. "Nauka", čast I, s. 30-37, Novosibirsk.

208. **Taylor, S.R.**, 1964: Abundance of chemical elements in the continental crust: a new table. Geochimica et Cosmochimica Acta, Vol. 28, No. 8, p. 1273-1285.

209. **Tolstoj, M.I., i Ostafijčuk, I.M.**, 1963: Nekatorie zakonomernosti statističeskogo raspredelenija himičeskih elementov v gornih porodah i ih ispolzovanie dlja geohimičeskoj celej. Geohimija, No. 10, s. 952-956, Moskva.

210. **Tolstoj, M.I., Ostafijčuk, I.M. i Gudimenko, L.M.**, 1965: K voprosu o tipah krivih statističeskogo raspredelenija himičeskih elementov v gornih porodah i sposobah rasčeta ih parametrov. Geohimija, No. 11, s. 1325-1334, Moskva.

211. **Turekian, K.K. and Wedepohl, K.H.**, 1961: Distribution of the elements in some major units of the Earth's crust. Society of Am. Bulletin, Vol. 72, p. 175-192.

212. **Usikov, Ju. T.**, 1986: Eksperimentaljnaja ocenka točnosti geologičeskoj informacii. Geologija i razvedka, No. 2, s. 73-80, Moskva.

213. **Vernadskij, V.I.**, 1954: Izbrannie sočinenija, tom I. AN SSSR, s. 696, Moskva.

214. **Vernadiski, V.I.**, 1960: Biosfera. "Kultura", s. 233, Beograd.

215. **Vernadskij, V.I.**, 1983: Očerki geohimii, 7-e (4-e russkoe) izdanie. "Nauka", s. 422, Moskva.

216. **Vinogradov, A.P.**, 1962: Srednie soderžanija himičeskih elementov v glavnih tipah izveržennih gornih porod zemnoj kori. Geohimija, No. 7, s. 555-571, Moskva.

217. **Vistelius, A.B.**, 1960: The skew frequency distributions and the fundamental law of the geochemical processes. The Journal of geology, Vol. 68, No. 1, p. 1-22, Chicago.

218. **Vistelius, A.B.**, 1980: Osnovi matematičeskoj geologii. "Nauka", s. 390, Leningrad.

219. **Vorkapić, D.**, 1995: Fenomenologija jakih interakcija. Društvo fizičara Srbije, Zbornik pred. na Rep. sem. o nastavi fizike, Januar, 1995, s. 87-93, Beograd.

220. **Vojtkević, G.V. i Zakrutkin, V.V.**, 1976: Osnovi geohimii. Visšaja škola, s. 370, Moskva.

221. **Vranić, V.**, 1971: Vjerovatnost i statistika. Tehnička knjiga, s. 378, Zagreb.

222. Vujačić, V., 1976: Masa i materija. Radnički univerzitet, I kolo, "Rad", s. 30, Beograd.

223. Vujić, S. i Radević, B., 1983: Principi matematičkog modeliranja ležišta mineralnih sirovina. Tehnika, RGM br. 11, s. 1594-1597, Beograd.

224. Vujić, S., 1985: Matematičko modeliranje ležišta mineralnih sirovina u cilju određivanja osnovnih tehničko-tehnoloških parametara površinskih kopova. Univ. u Beogradu, Rud.-geol. fakultet, s. 138, Beograd.

225. Vujić, S. i Ivić, A., 1990: Matematičke metode u rudarstvu i geologiji. Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet, s. 328, Beograd.

226. Vukadinović, S., 1973: Elementi teorije verovatnoće i matematičke statistike. "Privredni pregled", s. 480, Beograd.

227. Vukanović, M., 1992: Uticaj visokog pritiska nastalog unutar planete Zemlje na njen razvoj. Radovi Geoinstituta, knj. 27, s. 5-16, Beograd.

228. Vygodsky, M., 1995: Mathematical Handbook, Elementary mathematics. Mir Publichers, p. 422, Moscow.

229. Žarkov, V.N., 1983: Vnutrenee stroenie Zemli i planet. "Nauka", s. 416, Moskva.

Summary

ORGANIZATION OF MATTER AND DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATION

Key words: Universe, matter, substance, corpuscle (particle), corpus (body), Quantum world, Mineral world, Cosmic world, atom, molecule, crystal, mineral, geological body, rock, lithon, geological formation, terrane, geocomplex, plate of Lithosphere, earth's crust, Litosphere, planet, Earth, star, "Great Symphony of Nature", geological population, statistical scale, geochemical equidistance, geological random variable, function of the density distribution, dual histogram, mean content, mediane, quantiles, laws of distribution (symmetrical, left-asymmetrical, logarithmic, right-asymmetrical distribution), geochemical field, geochemical phone, geochemical noice (fersman), geochemical anomaly, coefficient of concentration, fictitious element (of the sum, of the product, and of the quotient).

Rapid development of science in the twentieth century has led to radical change in comprehension of structure of matter. Some notions concerning the matter organization, which has been applied for millenniums, are not more of any significance or were completely changed. Some notions have been retained because of tradition (atom), but with the completely new connotation. The great changes, which become evident in geological sciences, are the subject of studies in this monography.

The basic notions, which are connected one with another, are the matter and the universe. The notion "matter" has become, after the modern comprehensions, a philosophic concept, as expressed in the best way by V u j a č i ć (1976, p.20): "*The matter is a general and philosophic category, but not a physically-mathematically defined conception; it is not and cannot be determined by the conscience, since the conscience itself is a concrete local reflection of the matter state with the own self-pervasive ability. Every definition represents a limiting factor of notion or explanation of one concept by use of another one, but the matter is unlimited either in the macro or in micro dimensions, as well as in changes of its states of motion. The definition actually depends on the scientific cognition of the influence of matter on human sences, or directly depending on cognition of its regulations of motion. In the far tomorrow the actual definition will look as a "naive" one, as that one from the classical India, Greece and China".*

The basic, cognitive features of matter, exerting the influence on our sences, are numerous; we practically favor such features, which can be observed and measured (electricity, mass, dimension of objects, etc.).

The notion of "universe" unifies the whole material world, and we consider that this term could be equal to the terms "nature" and "world", but these two terms are of general use.

The basic feature of universe is the space, and the magnitude of universe is incorporated in the magnitude of space. The problem of finality or endlessness of space or universe respectively, has been considered by many authors; Einstein decided to accept the limited space, but added the "unlimited one".

The author of this monography accepted an endless and stationary universe, without beginning and end, but eternal in time. In such an universe the "subuniverses" occur as local entireties, and we are informed only that our universe realy exists. This is, for us, the Universe, being limited in space and time, called the Cosmos as well.

According to the modern comprehension, the simplified model of matter suggests the unity of field and substance, and from that aspect we give the following definition:

Definition 1: The matter is an assemblage of all objects existing in the universe, continually manifested as a physical field (space), and discontinually manifested as a substance.

The "empty space" (vacuum), as an abstraction, has been materialized with the concept of "physical field". The space is empty relative to the corpuscule of substance, and it is materialized relative to the forces of field. The 4 forces have been defined up to now as a consequence of interaction of corresponding physical fields: the nuclear strong force, electromagnetic force, nuclear weak force, and gravitational force.

Definition 2: The universe object is an individualized manifestation of matter, being continual as a physical field (space), and discontinual as a substance.

Definition 3: The substance object is an individualized matter of study (observation), either as a corpuscle (particle) or as a corpus (body).

Definition 4: The corpuscle is a basic (elementary) form of the substance (matter) appearance as the special quality, and this is a real entity in the Universe, which is undivided for a definite dimensional scope of the space, without an internal substructure.

Definition 5: The corpus (body) is a composite object or a form of the substance appearance respectively, built up of corpuscles (and corpora), with an internal structure conditioning its divisibility.

The matter occurs in the state of the eternal motion, and the energy is measure for this motion. The energy as a phisical magnitude is more prominent than the force. Numerous definitions are available for energy, and the most acceptable one is the Maxwell's definition: "The energy of any body is its ability to exert the work". The term "work" is now completely replaced by the term "energy".

The mass and energy are the most prominent features of matter, and atendency appeares the mass of subatomic corpuscles to be expressed as the energy unit (eV), after the Einsteins's equation $E=mc^2$.

The "elementary" corpuscle has to be distinguished from the "fundamental" corpuscles. All corpuscles are elementary ones in the definite dimensional scope of the Universe space, and fundamental ones are only such corpuscles which could not be further devided. Among the about 200 subatomic corpuscles, only four of them could be considered as fundamental ones: photon, neutrino, electron and up-quark. All other corpuscles are composite ones and can be desintegrated to the more simple corpuscles. The fift fundamental corpuscle, graviton, has not up to now been identified.

The subatomic corpuscles are leptons (electron and others), calibrating bozons (photon and others), quarks, mezons, and baryons (proton, neutron, and others).

It has generally been accepted the oppinion that to any subatomic particle corresponds the antiparticle of the opposite sign. This is the fact that was experimentally proved (positron, antiproton, antineutrino, etc.). The antiparticles costitute the antimatter,

which cannot exist in the presence of matter, the particles and antiparticles being annihilated by collision.

The actual reigning paradigm indicates that the Universe was created after the Big Bang from the superparticle singularity (Cosmic Egg). It happened $n.10^{10}$ years ago, where is n=1.3-2.0. After the Big Bang the Universe expanded and cooled, so the present temperature is 2.7 kelvin.

Some prominent physicist think that the vacuum can "bear" the fundamental particles, so that the vacuum is assumed to be in the same time a "place of birth" and a "place of execution" for fundamental particles.

Each process (phenomenon) in the Universe happens according to the natural laws, including a great number of laws. On that occasion we have simplified the laws neglecting the influence of some of them. The causal law has never been absolitely necessary, and a natural law could be coceived necessary only when the random circumstances are abstracted. The case is such an event which could take place in a different way.

When we could take into considereation the influences of all bodies in the Universe, starting from some known initial position, the accidentiality would dissapeare, and every happening would be necessary and unavoidable one. However, the accidentiality objectively exists disregarding the level of our knowledge or ignorance, and the most important prove is that many phenomena had happened in accordance with the law of large numbers. Existance of the objective accidentiality was confirmed by the Heisenberg's principle of indeterminism. In that time the unconditional determinism was finally refuted, and the quantum mechanics has definitely changed our knowledge about events in the subatomic world.

ORGANIZATION OF MATTER

The matter of an infinite and eternal universe exhibits the structure, i.e. the organization. Under the organization of matter the existance of a structural level of nature is to be understood, in which the form of its emergent ability has changed. Writes K r u t, (1978, p. 118): "The fundamental question of problem of the nature organization could be reduced to the following question: how appeares the transition from one level to another, and why the levels are formed?". Hi gives no answer, considering that the answer to this question is still very far.

I believe that the answer to this fundamental question was given by **Hegel**, as interpreted by E n g e l s in the known principles "The Dialectic of Nature": 1) the law of transition of quantity into the quality, and oposite, 2) the law of contradiction of opposites, and 3) the law of negation of a negation.

Based on these laws, the matter is organized as the unity of two opposites: the physical field and the substance.

The structure of a static and infinite universe is in essence granular, where the corpuscles are represented by the baryon isles (after baryons as chief costituents mass) or by the subuniverses, which we call the Universe.

The modern physics has abandoned the definition of the "fundamental lenght" which in 60th was accepted on a level with the Planck's unit of lenght 10^{-35} m. In that way the lower limit of the universe has remained open, and we preliminary "close" it at the dimension of the Planck's unit. The graviton certainly unifies the universe as a bearer of informations about itself. But we are not (now) able to detect the graviton. The photon as a carrier of informations unifies our Universe (and other Universes), and the light velocity limits our knowledges about the space. In that way we have conditionally limited the Universe by the Planck's constant (quantum of effect, $h=6.626.10^{-34}$ Js) as the lower limit of the photon appearance in the dimensional range 10^{-18} m and up to the upper limit of our glance, as far as the eye can see, amounting about 12 billion of light years or $n.10^{26}$ m. The endless universe extends further, but there is no information about it.

ORGANIZATION OF THE UNIVERSE MATTER

Organization of the Universe matter mostly corresponds to the substance structure. The substance is of a discrete nature, and it is organized in form of corpuscles (particles) and corpora (bodies). The corpuscles are elementary objects (entinies), and the bodies are composite objects.

In the certain space dimensions they synthetize themselves or the corpuscles desintegrate themselves respectively, and this is the point of transition of quantity into the quality and oposite, and this phenomenon occurs at the intersection point of the mass coordinates as a magnitude function (Figs. 1, 2, 3, and 4). At the smaller dimensions the objects are corpora, and at the larger dimensions the object are corpuscles.

The corpuscle's hierarchy, from the smallest to the largest ones would be defined as follows: fundamental corpuscles (photon, neutrino, electron, up-quark) --> subatomic corpuscles (proton, neutron, atomic nucleus) --> atoms, molecules, elementary cells of crystals --> crystals, macromolecules –> planets, stars --> the star clusters –> galaxies –> groups of galaxies –> Universe (baryon isle).

We cannot completely conceive the whole Universe, because one of its part we always observe from the "outside", and the other from the "inside", while we are situated in the "central" part of the Universe. In that way the Universe is in reality devided into three parts as a whole, called by physicists:

1) Micro-world
2) Macro-world
3) Mega-world

I think that these names are not adequate for the Universe, and that they do not correspond to us, geologists, so for that reason I have proposed the following names:

1) Quantum world
2) Mineral world
3) Cosmic world

The space from the asymptote limit of 10^{-18} m and to the Planck's lenght 10^{-35} m (17 orders of magnitude), we call the crypto-world confined to the universe. It is not known does the space extend further, but it must be ended somewhere. What we know about the Crypto-world? The answer is - nothing.

QUANTUM WORLD

In the subatomic-atomic world, of the dimensional range from 10^{-18} m dominate the nuclear (weak and strong) and electromagnetic (Coulon's) forces in the special way, carried as the energy portions, which we call "quantums". The equlibrium of these forces enabled the synthesis of subatomic corpuscles, determining the destiny of the world. Stability of all corpuscles and corpora of higher levels of organization of the Universe matter depends on stability of the subatomic corpuscles.

In the quantum world, from about 200 corpuscles only four of them may be considered as stable ones: photon, neutrino, electron and photon. Atoms are composed of only three corpuscles: proton, neutron and electron. Proton and neutron in the atomic nucleuus are bearers of more than 99% of the atom mass.

Definition 6: At the critical point of intersection of the mass coordinates (ordinate) and the object magnitude (abscissa) appeares the transformation of a corpuscle into a corpus and oposite. At the lower dimensions of the space the object is a corpus, and at the higher dimensions of the space the same object is a corpuscle.

Definition 7: In the coordinate system of a mass (at the ordinate) and the magnitude of an object (at the abscissa), the object can be moved in space and time parallel to the abscissa, and the motion only in time is possible parallel to the

ordinate. This is the consequence of effect of law of the mass and energy conservation.

The space of the Quantum world is preliminary devided into 4 wholes by use the decimal metric prefixes:

1) Ato-world
2) Femto-world
3) Pico-world
4) Nano-World

The fundamental particles, such as photon (γ), neutrino (ν), electron (e, β) and up-quark (u) were formed at the entrance door of the Universe (Figs. 1 and 2), at the dimension 10^{-18} m, indicating step into the Quantum world or into the Ato-world respectively, of the dimensional range from 10^{-18}-10^{-16} m (only two orders of magnitude).

Formation of protons and neutrinos from the up-and downquarks occured in the Femto-world (from 10^{-16}-10^{-14} m, 3 orders of magnitude). The proton is a stable corpuscle which may "live" independantly, but as an active corpuscle with the positive electric charge imidiately capturing an electron forms the hydrogen atom. The neutron is an unstable corpuscle, which as a free unit rapidly desintegrates itselt into proton, electron and antineutrino (β-radioactivity). Agglomeration of these two baryons (proton and neutron) yields the nuclei of atoms, which occur in a rising line (Fig. 2).

Atomic nuclei with a positive electric charge capture electrons, thus forming new corpuscles, the atoms of chemical elements. This phenomenon happens in the Nano-world inside the dimensional range from 10^{-11}-10^{-8} m (3 orders of magnitude). We omited the Picoworld, in which have not taken place important events; this is the space (2 orders of magnitude) where the fundamental corpuscles exist, such as baryons and atomic nuclei, the atoms being represented in this part of space as corpora (Fig. 2).

It is very crowdy in the Nano-world, expressing the extremely high activity. As a matter of fact an atom is a relatively unstable electromagnetic system, where the Coulon's force is responsible for existance of an atom. Electrons are constantly influenced by the other corpuscles, mostly photons; the electron moves to the higher energetic level by absorption of a photon (gamma-quantum), but it could be captured out of the atom as well. The charged atom (ion) reacts with other ions forming molecules as stable systems.

Definition 8: The atom is a corpuscle (entity) in the Nano-world, characterized by the atomic mass A as the sum of the whole numbers of protons and neutrons in its nucleus.

Definition 9: The chemical element is a population of atoms of the definite number Z in the Mendeleev's periodic system.

Definition 10. The isotope of a chemical element is an atom population of a definite ordinal number Z and a definite atomic mass A in the Periodic system.

Definiton 11. The molecule is a corpuscle (entity) in the Quantum and Mineral world, representing the chemical compound of elements, mostly in the vaporous and liquid states, seldom in the solid state.

Among the molecules the elementary cell od crystals are formed as well, from which the $(SiO_4)^{-4}$ tetrahedron should be paticularly stressed, which is actually a ion (radical), being active in such form. By agglomeration of this elementary cell the silicate crystals were formed from which the quartz crystal (SiO^2) is presented in the contact with the Mineral world (Fig. 2).

Numerous molecules (O_2, N_2, N_2O, CO_2, NH_3 and others) cross as corpuscles into the Mineral world (Figs. 2 and 3), the same as atoms of the inert elements which do not form compounds with other atoms.

MINERAL WORLD

In the mineral world of the dimensional range from 10^{-8}-10^{8} m (16 orders of magnitude) dominates the Coulon's force, as well as more and more the gravitational force. In the limit area toward the quantum world the crystals of minerals, as the chief corpuscles of the Mineral world, are formed. The crystal is a multiplicand of an elementary cell, because the Coulon's forces are predominantly present along the edges and planes, thus causing its permanent growth. The crystal growth is limited by external factors such as limited space or shortage of building mterial (molecules and ions) of a distinct quality. In the favorable cases, a crystal may grow up to the macroscopic sizes, measured in meters.

A considerable part of the Universe matter occurs in form of molecules and crystals, occuring in the relatively dispersed state in the so-called gasseous dusty nebulae (clouds), occupying very significant large spaces in the Universe or in the galaxies respectively. Therefore, the Mineral world occupies remarkably large volumens and masses in the Universe. A part of the Mineral world is organized as corpuscles in form of planets, and a part of the planetary lithosphere matter we cal the "Geological world". The mass of planets in galaxies is not known, but we think that planets of the Solar system are not an exception.

The dimensions of space of the Mineral world we devide into 4 wholes, each of them including the 4 orders of magnitude:

1) Micro-world
2) Meso-world
3) Macro-world
4) Mega-world

In the Micro-world of the dimensional range from 10^{-8}-10^{-4} m the corpuscles occur as molecules and crystals created in the Nano-world (Fig. 3), where predominates the mass of crystals.

Definition 12: The crystal is a corpuscle (entity) in the Mineral-world; this is a homogenous mass of a substance of a definite chemical composition and symetry (elementary cells), occuring in solid state.

Definiton 13: The mineral is a population of crystals of a distinct kind; this is a homogenous substance of the definite chemical composition, sometimes of the cryptocrystalline-amorphous (molecular) form (state).

Dimensions of crystals in this world are at the limit of visibility, thus for investigation of this organization of matter the microscope is needed. We suppose that the largest mass of the Mineral world in this area occurs as gasses and dust dispersed in galaxies of the Universe.

In the Meso-world of the dimensional range from 0.1 mm to 1 m the details of the matter organization in the Lithosphere are observable by the nacked eye, being the scope of the descriptive geology. The mineral crystals are observable in all details. We assume that a considerable mass of the Mineral world is dispersed in the Universe's galaxies in form of dust and meteors, and we know that such meteors are present in the Solr system,

where they fall every day and burn in the atmosphere of celestial bodies. The Macro-world of the dimensional range from 1 m to 10 km is also the scope of the descriptive geology. The Universe's matter mass, not known to us, is included in that scope, and in the Solar system there are large meteors, small comets and planetoids without its own name. Collision of the Earth with such corpuscles would led to the global catastrophe.

The Mega-world of the dimensional range over 10 km up to ghe global dimensions of planets (except the giant ones) of 10^8 m, represents the scope of use of the remote sensing in geology, without direct contact of object and investigator. We assume that the relatively limited mass of the Universe matter is present as corpuscles of the mentioned dimensions (planets, large planetoids and the largest comets). It is, however, possible the mass of comets of such dimensions to be remrkably voluminous in galaxies, taking in account existance of the Oort's cloud of comets round the Solar system.

All planets, except the giant ones (Jupiter and Saturn) are synthetized in form of cosmic corpuscles in the mineral world and being cosmic corpuscles they pass into the cosmic world (Figs. 3 and 4).

All corpuscles of the Mineral world, from the elementary cell of crystals and through the mineral crystals, meteors, planetoids and planets (small and large ones), and further to the stars, occur at a rising line (Figs. 2, 3, and 4) which the author of this monography has called the **"Great Symphony of Nature (Universe)"**. Therefore, all of these objects have the similar density, varying in the narrow interval from 0.5 g/cm^3 (Saturn) to 5.5 g/cm^3 (the Earth). Newton felt a premonition of that, expressing in his Definition 1 the opinion that the density is a fundamental dimension. The small variations are due to the small differences in densities, so that this line is accompanied by many parallel lines, which are included in one line, when represented in a smaller scale.

COSMIC WORLD

When cosmic corpuscles (meteors, comets, planetoids and planets) are formed, transiting over dimension of 10^8 m, we step across the Cosmic world. The size of the Cosmic world is estimated to reach n.10^{26} m, where is n=2-5. We decided to take n=2, and this dimension of the Universe is (graphically) ploted in the Figures 1 and 4. The Universe's dimensions are really "cosmic", encompassing the span of 18 orders of magnitude.

It should be taken in account that the scale or the coordinate axes is logarithmic, where each next section contains 10 time larger dimension than the previous one. That is why to the next dimension of 10^{27} at least a same Universe could be inserted, including the empty space in between.

The voluminous space of the Cosmic world we devide into the 5 wholes:

1) Giga-world
2) Tera-world
3) Peta-world
4) Exa-world
5) Galactic-world

The Cosmic world is a world of the absolute reign of the gravitational force; the Coulon's force (magnetic component) is subordinated.

In the cosmic space all possible corpuscles occur, but we think that only such corpuscles and corpora are expressed, which are enough massive to be considered as cosmic objects. The small corpuscles are simply not remarkable in this space.

The Cosmic world is initiated with the Giga-world (form 10^8-10^{11} m, 3 orders of magnitude), where stars of the main sequence were formed as cosmic corpuscles. This is the top of the rising line of the "Great Symphony of Nature (Universe)", where we plotted ony 4 stars of the main sequence: the smallest one as the Sum and similar Sirius A, as well as the most massive known star.

It was unexpected such objects as corpuscles (crystals of minerals, meteors, comets, planetoids, planets, and stars of the main sequence) to found themselves on a rising line (considering diameters and mass) of the "Great Symphony". The only common feature for these objects is density, but other characteristics are different, especially among the planets and stars.

The matter of the Sun and other stars of the main sequence is in vaporous state at high temperature. Atoms were not formed because of the high kinetic energy, but only subatomic particles (electrons, protons, neutrons, atomic nuclei) originated. This state has been named the "degenerated matter", having properties of a gass.

The mass is the chief feature of stars, and the destiny of stars has been determined by the gravitational force. Most of mass of the young stars is constituted by protons and neutrons (baryons), which is considered to be hydrogen. The long life of stars results from energy released by fusion of hydrogen and other light nuclei, thus the Sun radiating already 5 billion years, but it is assumed to consume just 1/3 of the nuclear fuel (hydrogen or protons respectively). The more massive stars cosume the fuel more rapidly, and when finally use it, they leave the main sequence and become red giants. Depending on mass, the further evolution runs toward creation of white dwarfs (up to 1.4 Sun masses), neutron stars (1.4-3.3 M_s), and black holes (more than 3.3 M_s). These stars occur out of the "Great Symphony", the red giants being to the right side (Antares), and the white dwarfs (Sirius B), neutron stars, and black holes to the left side along abscissa. The small subjects of high density were formed in the Mineral (Mega-) world, but they are related, according to their massiveness, to the Cosmic world.

It is characteristic that the neutron stars are close, at the sinking line parallel to the "Great Symphony", to atomic nuclei, and finally to protons/neutrons. This is the prove that a neutron star behaves as a giant atomic nucleus of atomic number 10^{56}.

Position of the black hole is enigmatic, being quite close to the neutron star. This is not its right position, so that there is something illogical (wrong) coceming data about the black hole, judging by position of this object in our diagram (Figs. 1 and 4).

Origin of a white dwarf follows the explosion of a nova, but creation of a neutron star and a black hole succeeds the explosion of a super nova, producing a momentary radiation as strong as the whole galaxy's radiation.

Formation of red giants takes place in the Tera-world, the stars of the main sequence being now only cosmic corpuscles. In this world the planetary and stelar (dual, tripartite and multiple stars) systems exist, but it is not clear if these systems are to be cosidered as corpuscles.

The Peta-world is practically depleted in new corpuscles, and in it exist the mentioned cosmic corpuscles and the stellar clusters as corpora.

The further agglomeration leads to formation of stellar clusters: Pleiades and globular cluster M-13 (Fig. 4).

Over dimensions of 10^{20} m we are in the Galactic world. Position of the three galaxies is graphically plotted: the small, medium, and large ones. The medium one is our

galaxy, exhibiting dimension of about 30 kiloparsecs (10^5 loght years or 10^{21} m), containing about 2.10^{11} solar masses or 4.10^{41} kg.

Galaxies are concentrated in groups, meaning the highest grade of the matter organization in the Universe. The local group of galaxies, including our galaxy, contains 18 other galaxies more (including M-31). One of the most massive galactic group occurs in the Virgo constellation, with the giant galaxy M-87 and a few hundreds of other galaxies as well.

It is characteristic that the stellar clusters, galaxies, and groups of galaxies also occur in the rising lines, approximately parallel to the "Great Symphony of Nature".

Rotation of corpuscles (and corpora) in space is a general feature, and the Universe probably rotates itself as a corpuscle in the universe.

There is a permanent interest for our position in the space, and many people lost their owh heads moving the Earth from the imaginated place in the cosmic center. Our position is bounded to the position of the Sun in the Galaxy, meaning to be 30-40 thousends of light years away from the Galaxy center in the Sagittarius (Archer) constellation.

GEOLOGICAL ORGANIZATION OF MATTER

The geological organization of matter related mostly to the Lithosphere of the Earth planet, and also to the lithosphere of small planets, planetoids and planetary satelites.

The geological organization of the lithosphere matter is subject od studies by numerous authors, and it is practically impossible to elaborate everything published to the present day. K r u t (1978) considered the organization of the Earth matter as an organization of various geospheres, from the elementary particles (electronsphere, nucleisphere, for instance), through the atmosphere and molesphere, he came to the quasisphere which mostly include the physical field around the Earth planet. This compound structure of the matter organization doesn't care about the principles of dialectics, and K r u t doesn't consider transition of quantity into the quality, disregarding to his written ideas (K r u t, 1978, p. 35): "The entirety of something more than the sum of its parts, the entirety cannot be equalized to the sum of parts".

The author of this monography thinks that there is no selfpervasion of all kinds of corpuscles identified until recently by physics. The quarks were preliminary captured in barions, and in the higher level of the matter organization they "exist no more", and in the same way the bryons and electrons were captured in atom, and they also "exist no more" as corpuscles in a higher dimension of space; atoms were captured in molecules and crystals, and they "exist no more" in the Mineral world. Our "penetrations" into the Quantum world are effectuated instantaneously and by instruments, and the matter is instantaneously "reorganized" into the stable forms of existance, it means into molecules and crystals as corpusclels.

The subjects of studies of the Geological organization of matter are the structural units of this organization, being the "geological bodies" as elements of this organization. The Geological organization of matter is included as a segment in the organization of matter of the Universe, and is located between the molecule-crystal corpuscle and the planet (Earth), as a segment of the Mineral world.

There is relatively little literature data about the terminology related to the geological bodies. There are very different definitions of geological bodies, including some opinions that it could be even a single crystal (B a b o v i ć, 1982a), but most of authors think that these are the rocks (mineral parageneses) or that these are parageneses of rocks themselves.

The geological body is included, in most of cases, in the group of heterogenous substances, being built of crystals of various minerals or fragments of other rocks.

Definition 14: The geological body is a structural unit of organization of the Lithosphere matter; this is a real body in the earth crust which is distinguished (delineated) according to the preliminary determined characteristics (geological continuum), which can be described and measured (mineralogical composition, texture, etc.). The geological body may be simple or composite one.

Definition 15: The rock is a natural association (paragenesis) of a certain mineral composition and texture; this is a heterogenous (exceptionally homogenous) mixture of mineral crystals, and is delineated as a geological body.

SIMPLE GEOLOGICAL BODY

The simple geological body was firstly definited by B a b o v i ć (1982b, p. 20), who called it **lithon**: "*The lithon is a basic geological body composed of one type of rock, after criteria of petrological classification*". And further: *"Its primary environment constitute the other kinds of lithons or fluids. When different petrological classifications are available, it is necessary to indicate the classification which is actually in use".*

The author of this monography accepted the term "lithon", with the following definition:

Definition 16: The lithon is a simple (monorock) geological body representing the basic (elementary) object of geological organization of the Lithosphere matter, representing a mixture (paragenesis) of minerals (crystals, molecules and fragments).

There is a qualitative difference concerning the transition of quantity into the quality by creation of a new corpuscle, from creation of a new structural unit of a geological body. In a mixture (paragenesis) of mineral crystals which we call the rock or lithon, every crystal (fragment) remains individualized. A mineral crystal is produced by the Nature itself and it belongs to the organization of the Universe matter, and a rock as a geological body (lithon) we create by ourselves after definition, and later comes delineation in the Lithosphere.

It would be useful to make the detailed geological maps as maps of lithons; this is an ample work which remains to the next generations to be done.

COMPOUND GEOLOGICAL BODY

The compound geological body is mostly outlined on geological maps, especially these of smaller scale. The compound geological bodies were defined and outlined in the different way by various authors as series, facies, suite, and mostly as geological formations. Sometimes it was simply named the "mapped unit" (D i m i t r i j e v i ć, 1978).

In the world literature the term **"geological formation"** prevailed for the compound geological body. There are numerous accesses to the solution of this problematics. The term "geological formation" is as old as the term "rock", even from 18th century **(Werner)**.

A very detailed instruction (code) was done by the American Commission on Stratigraphic Nomenclature (1049, reprinted from Am. Assoc. Petroleum Geologists Bull., May 1961, in the paper of K r u m b e i n, and S l o s s, 1963). In the rock-stratigraphic units, which *"are recognized and defined by observable phisical features rather than by inferred geologic history"*, the formation as a fundamental unit or *"a body of rock characterized by lithological homogenity...based upon tested mappability"* is distinguished. A formation includes all types of rocks, such as sedimentary, volcanic, intrusive and metamorphic ones.

One of the most practical definition of a geological formation (for sedimentary rocks) was presented by Š a t s k i (1960, p. 3): *"The sedimentary formations are called the natural complexes (associations) of rocks, where the constitutional members (rocks, packages of rocks, suites, deposits) are paragenetically connected one with another, either in the lateral direction or in the vertical stratigraphic succession"*. Other authors took into consideration the genetical content of this term. G r u b i ć et al. (1974) defined the complex sence, synthetizing the paragenetical and genetical trend of studies of geological formations.

Sumarizing the results of studies of geological formations by numerous authors, we think that the differences among the individual trends are not insurmontable. All of authors are partially right or wrong, but all of them put great efforts to express the definition of this structural unit which is of a higher rank than the rock. That is why we propose our own definition:

Definition 17: The geological formation is a compound geological body representing the paragenesis (association) of lithons (rocks), which can realy be outlined in the Lithosphere.

Numerous authors were not satisfied by geological formation as the highest level of the geological organization of matter, so that G r u b i ć (1994) cited the hierarchy order: *mineral-rock-formation-geosphere-planet*. M a k s i m o v(1982) distinguished 6 ranks of geological formations. There is a lot of other examples sumarized in the review of G r u b i ć.

The structural rank of a compound geological body can be defined in distinct structural level of a geological organization of matter. The question is how many of these structural levels are present (how many of them could be present) and it might be reduced to the question: how many structural levels should be present. The author of this monography thinks that the optimal number is 6 structural levels of the geological organization of the Lithosphere matter, or 6 ranks of geological bodies respectively, as follows: 1) **lithon**, 2) **geological formation**, 3) **terrane**, 4) **geocomplex**, 5) **plate of lithosphere**, 6) **geosphere (Lithosphere)**.

The terrane was defined by K e p i e and D a l l m e y e r (1990), after the data of E b n e r and N e u b a u e r (1990): *"A terrane is redefinited as an area characterized by an internal continuity of geology (including stratigraphy, fauna, structure, metamorphism, igneous petrology, metallogeny, geophysical properties, and paleomagnetic record) that is bounded by faults or melanges representing a trench complex, or a criptic suture across which neighbouring terranes may have a distinct geological record not explicable by facies changes (i.e. exotic teranes), or may have a similar geological record (i.e. proximal teranes) that may only be distinguished by the presence of the terrane boundary representing telescopical oceanic lithosphere"*.

The terrane boundaries are tectonic or these are melanges, so this structural unit is clearly distinguished in the Lithosphere; the continuity of geological development is essencial. We propose the following definition:

Definition 18: A terrane is a composite geological body representing the paragenesis (association) of geological formations (sedimentary, magmatic and metamorphic) that could realy be outlined (tectonically and by melange) in the Lithosphere.

From definitions is visible that a terrane encloses all geological formations in the framework of defined boundaries (sedimentary, magmatic, and metamorphic formations), that is a specific feature, compared with the geological formations which are only sedimentary, magmtic or metamorphic ones.

On the basis of the work to date on the IGCP project No. 276 K r s t i ć and K a r a m a t a (1992) distinguished 5 terranes in the framework of the "East-Serbian (Carpathian-Balkan) compound terrane".

For the next structural unit we propose the term "**geocomplex**" for the reason that it is of the continental dimension, enclosing the complexes, such as; Alps, Carpatho-Balkanids, etc. The term "compound terrane" might represent a smaller structural subdivision of a "subcomplex" type. We propose the following definition:

Definition 19: A geocomplex is a compound geological body representing a paragenesis (association) of terranes, that can realy be outlined in the Lithosphere.

The next rank of a compound geological body would be the **"plate of Lithosphere"**. It is known that the Lithosfere is tectonically devided into 22 plates representing its segments in the global scale. The lithosphere plates exhibit own geological evolution in the relatively long geological time. We propose the following definition:

Definition 20: A plate of Lithosphere is a compound geological body representing an association (peragenesis) of geocomplexes, which might realy be delineated in the Lithosphere. The plte of Lithospere is of oceanic (SIMA) or continental (SIAL) type.

The next, sixth rank of the compound geological body is the **"geosphere"**, and it is in our case the Lithosphere itself. We propose the definition:

Definition 21: The Lithosphere is an external, solid (stiff) earth geosphere, down to the asthenosphere layer, representing an association of their plates. The Lithosphere could be of an oceanic (SIMA) or continental (SIAL) type.

All authors agree that two types of the Lithosphere exist: oceanic and continental. This division has existed for a long time, formerly these were the SIMA and SIAL types of the earth crust. However, some authors introduced some new, transitional types of the earth crust, which might be accepted if only the oceanic-continental type is in question; but when 6 types with 19 subtypes of the earth crust are distinguished (B e l o u s o v and P a v l e n k o v a, 1985) the stuation becomes hopelessly complicated. That is why only two clearly polarized types should be distinguished.

There are few of authors who consider the Lithosphere is a broader notion because it encompasses the earth crust (down to the Moho layer)and a part of the upper mantle down to the asthenosphere layer. The authors hesitate to declare their opinion about this question, thus the limit of astenosphere being completely obscured. Some of them think that the limit is at the depth of 30-60 km, and the other guess that it is at the depth of 350-400 km. Differences are considerable, and perhaps some of authors place the asthenosphere into the Moho layer?

The geological world is only a segment of the Mineral world as it is plotted in the Fig. 3. About a half of the rising line of the "Great Symphony of Nature (Universe)" is in the same time the Geological world, the mineral crystals being the basic constitutional elements (corpuscles) of the Geological world. Silicates predominate in the Lithosphere of small planets, planetary satelites, planetoids and meteors, and only comets are an exception, composed of about 3/4 of the frozen water and CO_2.

The geological organization of matter begins with a lithon (lt): the three sizes of lithon (and other geological bodies) are presented from the righthand side of the rising line, as a consequence of their parallelopiped shape, where one of dimensions is prevalent compared with the diameter of spheres of cosmic corpuscles. The size of a lithon is comparable (according to the diameter and size) with small planetoids without names (Fig. 3).

A geologic formation (gf) is comparable with comets and larger planetoids without name, concerning its size and mass. The terranes (tr) are of similar dimensions, but they exceed a formation by its mass, and are similar to the larger comets and smaller planetoids such as Eros, concerning the size and the mass. A geocomplex (gk) is comparable by size and mass with larger planetoids and small planetary satelites. The plates of thospehre (pl) are comparable with Ceres and Jupiter's satelites, concernihg the mass, but their sizes are larger than the small planets and reach the Earth's diameter. The external Earth's geosphere (L,Zk) surpasses the Eart 's size by its diameter ($0=D\pi$), factor 3.14 time, and concerning its mass it is similar to the Moon. This is only the mass of the Lithosphere, down to depth of 30 km (in average), but if the depth of 350 km would be taken in account, the Moon's mass would be surpassed for and order of magnitude. It is evident that magnitudes and masses of the complex geological bodies are near to the "cosmic" ones, being comparable with planetoids, planetary satelites, and also with the smaller planets (Pluto, Mercury, andMars).

DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATIONS

The basic geological (geochemical) population in a geological body is a natural phenomenon, numerous one (uncountable), discontinuous or continuous, obeying the law of large numbers.

Under the law of large numbers, in the literal meaning, a number of mathematical theorems is to be understood, explaining number of mathematical theorems is to be understood, explaining conditions under which the action of random influences lead to results nearly independent of a chance. The Bernoulli's theorem has established the statement that the frequency of events in a large number of experiments (measurements) approaches to the probability of these events.

Elements of the probability theory and mathematical statistics represent a theoretical fundament of the statistical distribution of a geological random variable and geological population respectively.

PROBABILITY OF RANDOM EVENTS

A random event is that one whose realization cannot be certainly forseen during some experiment. A random event Q includes the random event X, corresponding to the content of some chemical element in a material of a geological body:

$$X \subset Q \qquad (1)$$

RANDOM VARIABLE

The result of each one random event, which could be expressed by a number as a variable value is called in statistics the "random variable". Under the influence of random factors acting in nature, the random variable (ξ) may have the variable numerical values, which cannot be determined in advance. These numerical values of a random variable we take with a certain probability, defined by statistics as the "function of random variable". The funciton of distribution of the random variable F(x) is equal to the function of the probability distribution:

$$F(x)=P(\xi<x) \tag{4}$$

The value of the distribution function of a random variable ranges between zero and one:

$$0\leq F(x)\leq 1 \tag{7}$$

The density function of distribution of a random variable is equal to:

$$f(x)=F'(x) \tag{11}$$

The curve representing the density function of the probability distribution is shortly called the "density curve", marked by f(x).

GEOLOGICAL (GEOCHEMICAL) POPULATION

A geological body (lithon), as a basic element of geological organization of the Lithosphere matter (Definitions 14 and 16) represents a natural mixture of minerals, some of these, as the essencial ones, determining the petrological type of a rock (Definition 15), and the other, which exist as infrequent minerals, are only present in the rock. A mineral (Definition 13) is a crystal population or a mixture of geological population respectively.

Definition 22: A geological population is an association of crystals of a distinct mineral in a geological body.

The author of this monography has for a long time been mistaken that a geological population is a "population of atoms of a certain kind" (O m a lj e v, 1982a, 1983a, 1985d, 1985e).

Distribution of a geological population, as a mass phenomenon, obeys to the law of large numbers. An assemblage of all geological populations (being as many as the measurable chemical elements) represents an entirety of a geological body.

STATISTICAL SAMPLE

One individual sample may or may not have the properties of sample of a geological body, and in geochemistry as a rule the individual sample is an unit of the sampling experiment.

Definition 23: An individual sample is a material part of a geological body, having its real dimensions in space and mass; this is the unit of the experimental sampling according to its features as the subject of measurements.

Definition 24: A statistical sample is an assemblage of individual samples representing a geological body (geological populations) by its features as the subject of measurements.

Definition 25: An individual sample, as an unit of the sampling experiment, is the unit value (entity) concerning its features of measurements.

If the representativeness of a statistical sample is to be realized, concerning its discrete nature, it is necessary to define the conditional minimum of individual samples in the statistical sample. We think that a statistical sample is large enough if the relative

frequency of one sample is near to zero percent, taking in account the decimales as well (Table 7).

Table 7. Representativeness of statistical sample

Magnitude of statistical sample	Relative frequency of the unit mass of sample		Number of data	Representativenes
	requirement	$100 \frac{q}{\Sigma q}$ %	N	
Very small		5	20	Not representative
Small		4.67-2	21-50	Conditionally representative
Medium		1.96-0.5	51-200	Minimal representative
Large	0%	0.49-0.05	201-2000	Representative
Very large	0.0%	0.05-0.005	2001-20.000	Representative
Enormous	0.00%	0.005-0.0005	20.000-200.000	Representative

To exceede the discrete nature of a statistical sample, it is evident that a considerable great number of samples is necessary even for the treshold of representativeness of 0% (200 samples). In practice is relatively frequent case a lesser number of individual samples to constitute a statistical sample, thus the use of such samples for the statistical analysis of distribution of a geological population is disputable. The author of this monography often deals with lesser number of samples, but not less than 20 samples.

STATISTICAL SCALE

The author noticed for a long time that statistical investigations of geochemical distribution have arbitrarily been performed, thus producing an uncomparable distribution of various populations. For the reason of comparability of these studies, I decided to standardize them by use of the "statistical scale" already in the first papers (O m a lj e v, 1977, 1980, 1982e, 1986a, 1987a, 1992b), according to theorems 3 and 9.

Theorem 3: A statistical scale, as a measure of standardization of the geological independant variable (x), is a ratio of the one to the geochemical equidistance (1:geq); it determines the position and value of each one class and interval bettween isolines of concentration of the studied chemical element on the abscissa and geochemical map, starting from zero as an absolute minimum.

Theorem 9: A geochemical eqidistance (geq) is an interval between the neighbouring isolines of concentration of a studied between the neighbouring isolines of concentration of a studied chemical element, and it could be either linear or exponential (logarithmic) one.

A linear statistical scale is a ratio of the one to the geochemical equidistance, analogous to a topographic map, and is written in an unusual way:

$$1 : geq\ (\%, g/t, ppm, ppb) \qquad (16)$$

The standardization of statistical scale is actually the standardizetion of the geochemical equidistance, accepted from topography. On that occasion, it is of primordial importance to obey the Theorem 3, meaning that each one statistical scale has to be counted from zero as the absolute minimum. Each other combination is not permited. That means the plotted coordinate origin could be moved by translation only for a whole number value of the geochemical equidistance, the same as in topography, where the coordinate origin is situated at the sea level, as the absolute minimum.

It should be noticed that the statistical scale does not coincide with a graphical scale used for plotting a dual histogram or a diagram.

In practice the decimal system (notation) is favored, but the statistical scale or the geochemical equidistance respectively might be expressed by any numerical system.

Generally, the exponential form of a geochemical equdistance is:

$$geq = x^m \tag{22}$$

where m is a real number different of one.

For the exponent value m=1 we have a linear relation (linear equidistance or linear statistical scale respectively).

Logarithm is a distinct form of an exponential relation. From all possible exponential relations only the logarithmic relation is applied, being in practice equal in use with the linear relation. Logarithmic statistical scale is a ratio of one to the logarithmic geochemical equidistance, as follows:

$$\log 1{:}geq\ (\%, g/t, ppm, ppb) \tag{17}$$

Logarithmic geochemical equidistance represents equal segments on the logarithmic abscissa, and the number (geq) represents the number of segments of one logarithmic decade, as written:

$$\text{"log 1:10"}\ (\%, g/t, ppm, ppb) \tag{18}$$

meaning that a logarithmic decade (each one) is devided into 10 equal parts. In use are two logarithmic statistical scales more, such as "log 1:5" and "log 1:20", the others being neglected.

Other exponentional statistical scales, powers and roots, are not for practical use.

SAMPLING OF GEOLOGICAL BODY

The sampling represents an assemblage of geological operations having character of an experiment in geology (geochemistry) with an aim to yield a statistical sample. It is not possible a geological body to be directly investigated and therefore a sampling operation was developed. The unit of this experiment is an individual sample (Definition 23), and an assemblage of (individual) samples as a statistical sample (Definition 24). A sample is an unit value (entity).

By use of destructive possibilities of chemical analysis (vigurous attack) we are able to penetrate into the nano world by desintegration of minerals into elementary substances, thus learning about the chemical composition (quantitative) of any mineral in

any sample. By rising the level of the sensibility treshold of chemical analyses, possibility to know more about the microelement contents in samples is likely to be more evident.

Measurements about a sample are atributed to the mass measurements as a geochemical feature, as follows:

1) measurement of the total mass of the sample material (q) before the chemical analysis,

2) measurements of partial masses of individual chemical element (X, Y...Z) by chemical analyse.

Among these sample features (q and X), as reliable events, there is a space relation enabling the mutual realization of these events, according to the formula (1), meaning that the event X is included in the event q.

Theorem 1: A mineral crystal (corpuscle) or an individual sample in the statistical sample (geological body) represents the unit volume (v) with two features which can be measured: 1) the unit mass of the sample material (q), and 2) the unit mass of a distinct chemical element (X) in the sample. The unit concentration unifies these two measurement features (x = X/q) representing a geological (geochemical) information, which is an intensive magnitude of the geochemical field.

The Theorem 1 points out the two geological populations in a statistical sample, which is an essence of principle the "Dual nature of geological random variable", as follows:

1) Geological population of unit masses of the sample material (q).

2) Geological population of unit masses of the chemical element (X) in the sample.

DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATIONS

Distribution of a geological population of a statistical sample might be, as follows:

- Statistical (mathematical) distribution
- Spatial distribution (geochemical field).

STATISTICAL DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATIONS

Statistical or mathemtical distribution of geological populations is based upon application of the probability theory and mathematical statistics and upon principle of the "Dual nature of geological random variable".

GEOLOGICAL RANDOM VARIABLE

The unit masses of a sample material are constant for a distinct method of sampling, while the unit masses of a chemical element in the sample (X) are variable values, representing the geological (geochemical) random variable, which is continual one.

The unit concentration of a chemical element in the sample (x) is a measure indicating the degree of the partial mass presence of this element:

$$x = X/q = X/1 = X \tag{40}$$

and that is why the unit concentration is in practice called the element "content" in a sample, numerically equaling to the content as the unit mass of the element (X) in a sample.

The character of a geological random variable is defined, as follows:

Theorem 2: Unit masses of the sample material (q) and unit masses of a studied chemical element (X) in a sample are functions of the concentration (x), and they are functions of the density distribution f(x) and $f_X(x)$, which are the rifst derivative of the distribution functions F(x) and $F_X(x)$ of a geological random variable.

There are two density functions of distribution of the geological random variable, resulting from the Theorem 1 or from the dualism of geological population in a statistical sample.

$$f(x) = F'(x) = q/\Sigma q \tag{42}$$

$$f_X(x) = F'_X(x) = X/\Sigma X \qquad (43)$$

The density function (formula 43) is a new one in statistics (O m a lj e v, 1978a, 1978b, 1982a).

Resulting from the theoreme 2, the concentration of a chemical element (x) appeares as an independant geological variable, according to which the unit masses are distributed after the measurement features (q and X), as dependant geological variables.

Concentration of only one chemical element in individual samples of a statistical sample is seldom to detect, but usually concentrations of more than one element are to be analysed. Considering a statistical sample as a multicomponental system the circumstances are getting more complicated.

The unit mass of a sample material is common for all element contents, and it enters in the concentration calcul of each one element. For that reason there are more density function for any individual element, but only one element is leading, and this is the one whose concentration appeares as independant geological variable.

In a statistical sample as a multicomponental system a number of geological populations is present, implying more density functions too. In an unicomponent system there are two density functions, in a twocomponent system there are 6 density functions, in a threecomponent system 12 densty functions exist, and in a fourcomponent system 20 density functions are available, etc. Number of funcions intensively multiplies, and in the fourcomponent system already becomes confused, not speaking about the morecomponent system. For that reason more than threecomponent system is not to be recommended to plotte in one graphics, but it is more suitable to do more drafts.

As an example the 12 density functions are shown in a threecomponent system including 4 geological populations by the measurement features (q, X, Y, and Z), after formulas (42) and (43):

- $f(x)$ - distribution of unit masses of the sample material (q) by concentration of the first element (x).
- $f_X(x)$ - distribution of unit masses of the first chemical element (X) by its own concentration (x).
- $f_Y(x)$ - distribution of unit masses of the second chemical element (Y) by concentration of the first element (x).
- $f_Z(x)$ - distribution of unit masses of the third chemical element (Z) by concentration of the first element (x).
- $f(y)$ - distribution of unit masses of the sample material (q) by concentration of the second element (y).
- $f_Y(y)$ - distribution of unit masses of the second chemical element (Y) by its own concentration (y).
- $f_X(y)$ - distribution of unit masses of the first chemical element (X) by concentration of the second element (y).
- $f_Z(y)$ - distribution of unit masses of the third chemical element (Z) by concentration of the second element (y).
- $f(z)$ - distribution of unit masses of the sample material (q), by concentration of the third element (z).
- $f_Z(x)$ - distribution of unit masses of the third chemical element (Z) by its own concentration (z).
- $f_X(z)$ - distribution of unit masses of the first chemical element (X) by concentration of the third element (z).

$f_Y(z)$ - distribution of unit masses of the second chemical element (Y) by concentration of the third element (z).

The same principle is relevant for molecules as well, resulted in form of a chemical compound (component) from chemical analyses (SiO_2, CaO, K_2O, etc.); the concentration of these components may play a role of an independant geological variable, as several times was used by the author in practice.

The so called "fictitious" element (O m a lj e v, 1987a) was formerly defined as a sum, quotient or product of contents of real chemical elements and compounds. The author used the sum (U+Th, Na_2O+K_2O) and quotient (Th/U, Na_2O/K_2O, etc.) what yielded good results in practice. Concentrations of fictitious elements are not mathematically distinguishable from concentrations of real elements, but one should take care about geological nature of such statistical studies of geochemical distribution.

The graphical illustration of these density functions could be presented as a dual histogram, dual polygon, and dual diagram. The dependant functions ($f_X(x)$ for instance) cannot be separated from the basic and common density functions f(x), f(y) and f(z), the geological informations being of a dual character (according to Theorem 1).

In practice most commonly the dual histogram is used, being the clearest form of a graphical illustration of distribution of the geological random variable. The dual diagrams of the density curves are not in use, but these could be easily constructed after the dual histograms. The author does not use a dual polygon in practice.

It is necessary to be mentioned that statistical studies of distribution of a geological population at the level of corpuscles (crystals) of minerals would not yield the satisfactory results. A dual histogram of such a distribution would be strngly polarized to both classes of minerals without studied elements and classes with studied elements. As these are commonly the ore elements, this polarization is a very characteristical one (Fig. 11).

In the case that some of chemical elements have more forms of appearance (the more valence states), which exhibit different geochemical behavior, the population would include the partial population. As an example we take uranium, which occurs in rocks in form of the poorly soluble four valent element or as the easily soluble six valent uranium. The uranium content is the sum of the easily soluble uranium (U_r) and poorly soluble uranium (U_n) contents:

$$U = U_r + U_n \tag{44}$$

The partial populations of these uranium forms are completely independent and distribution of their populations could be statistically studied.

However, this threecomponent system may be studied in a different way, as distribution of uranium and its components by the uranium concentration, and the density functions are now:

$$f_{Xr}(x)_c = X_r/\Sigma X \tag{45}$$

$$f_{Xn}(x)_c = X_n/\Sigma X \tag{46}$$

Intensities of these density functions (formulas 45 and 46) represent the participation of these uranium components (or of other element or component) and uranium, what is related to any sample, to any class, and to the statistical sample as a whole (Fig. 41).

PARAMETERS OF DISTRIBUTION

The distribution function of the geological random variable F(x), and also the function of the distribution f(x), is defined by parameters of distribution as a measure of the central tendency.

The measures of the central tendency are: the mean value M(x), the central value M, and the dominant value Mo.

The mean value is defined in geochemistry as the "mean content" of a chemical element in a geological body.

In the mathematical statistics the following mean values are known: arithmetical mean ($\bar{x}$), geometrical mean (G), harmonious mean (H), square mean ($\bar{x}^2$), and cubic mean ($\bar{x}^3$). These mean values have different numerical values for the same statistical sample, and relations are as follows:

$$H < G < \bar{x} < \bar{x}^2 < \bar{x}^3 \qquad (48)$$

It is evident (Figs. 12, 13 and 14) that only one common point (s) of the density curves f(x) and $f_X(x)$ is present, where values of these functions are wqualized, and this is the mean content M(x):

$$f(x)_s = f_X(x)_s \qquad (58)$$

where:

$$f(x)_s = m\frac{q}{\sum q} \quad \text{and} \quad f_x(x)_s = \frac{X_s}{\sum X}$$

If we substitute these relations in the equation (58), we have:

$$m = \frac{q}{\sum q} = m\frac{X_s}{\sum X} \qquad (59)$$

where: m - the number of samples with the value X_S.

$$X_s = q\frac{\sum X}{\sum q} \qquad (61)$$

Taking into account the equations (37, 39, 40 and 41), we have:

$$X_s = x_s = \frac{\sum X}{N} = \frac{\sum x}{N} = \bar{x} \qquad (62)$$

Developing the equation (58) into the equation (62) we found that the arithmetical mean (formula 54) is the mean value M(x) of the geological random variable or that is the mean value of the unit sample concentrations in the statistical sample respectively. The harmonious mean (formula 51), geometrical mean (formulas 52 and 53) and all other exponential means (formula 55) cannot represent the mean content, because this is only one of the mean values.

Theorem 4: Distribution of the geological random variable is determined by three parameters: 1) the mathematical expectance u of a population (by arithmeti-

cal mean $\bar{x}$ of a statistical sample), 2) by median M, and 3) by median of the investigated chemical element Mx. The medians devide geologic populations of a statistical sample into two halves, depleted and enriched ones: one by the sample mass ($M = \Sigma q/2 = N/2$), and the other by the mass of the investigated chemical element ($Mx = \Sigma X/2$).

Theorem 5: The mathematical expectation μ of a population (arithmetical mean $\bar{x}$ of a statistical sample) is a common point (point of intersection) of density curves f(x) and $f_X(x)$, and represents the equalization of the unit relative frequences ($mX_s/\Sigma X = mq/\Sigma q$) of these functions.

The mean content M(x) of a chemical element in a geological body is an unknown value and there is no method to be exactly determined. That is why in practice the assessment of the mean value M(x) is applied as the mathematical expectation (μ), corresponding to ratio of the total mass of a studied element to the total mass of a geological body:

$$M(x) = \frac{\int_a^b f_x(x)dx}{\int_a^b f(x)dx} = \mu \qquad (63)$$

The mean content as mathematical expectation (μ) of a representative statistical sample is also the corresponding mass ratio:

$$\mu = \frac{\sum f_x(x)}{\sum f(x)} = \frac{\sum x}{N} = \bar{x} \qquad (64)$$

Definition 26: The mean content M(x) of a chemical element in a geological body is the mathemtical expectation μ of its population, or this is the arithmetical mean $\bar{x}$ of unit concentration of individual samples in a statistical sample.

The central value of a geological random variable is the median M, and this is the unit concentration of the medium member of the ranked sample assemblage in a statistical sample. According to the Theorem 4, the median devides the statistical sample into two halves, one by mass (number) of samples (formulas 65 and 66) and the other by mass of a chemical element (formula 67). *This median of the chemical element Mx is a new one in statistics* (O m a lj e v, 1977, 1978, 1982a).

Definition 27: The median M is the unit concentration of a medium number of a ranked sample assemblage, representing in the best way the center of grouping (or dispersion) of individual samples in a statistical sample.

Definition 28: The median of a chemical element (Mx) is the unit concentration of a sample which devides the ranked assemblage of individual samples into two halves, by the mass of a chemical element ($\Sigma X/2$) in a statistical sample.

The dominant value or modus (Mo) is the unit sample concentration in statistical sample, which is most commonly repeated. This is also an extreme of a density curve, if this curve has it in general. The modus is not a characteristics of a geological random variable, but it is useful one to take it in account, if the density function has it.

Definition 29: The modus Mo is the unit concentration of an individual sample which is most commonly repeated in a statistical sample, or this is an extreme (maximum) value of the density function f(x).

Definition 30: The modus of a chemical element Mo_x is an extreme (maximum) value of the density function $f_X(x)$.

MEASURES OF VARIABILITY

The measures of variability of a random variable are found in any statistics book, and so we notify only such notions which are new ones for distribution of a geological random variable.

The variation intervals of a unit concentration is the basic measure of variability.

Theorem 6: The position of a geologic population on the abscissa axis of the independant geological variable (x) is determined by the interval (span) of variations of unit concentration of a chemical element in individual samples of a statistical sample ($x_{max} - x_{min}$), as an element of structure of a geochemical field. Out of this span the geological random variable has not been defined.

The division of a ranked sample assemblage of a statistical sample to the (n) or (k) equal parts is standardized or unstandardized.

The standardized division to the (n) equal parts is defined by the Theorems (9) and (3) and represents a geochemical equidistance or statistical scale respectively, as it was formerly discussed.

The unstandardized division of a statistical sample to the (k) equal samples are quantiles of the k-order, as it is defined in the following theorem:

Theorem 7: The quantiles of the k-order (Q_{1-k}) are obtained ty the unstandrdized division of geological population of a statistical sample to the (k) equal parts (by the feature of measurements of q and X). The median is a quantile of the second or 1/2nd order ($M = Q_{1/2}$; $Mx = Qx_{1/2k}$), and for the odd (k) the median is located between central quantiles.

The first quantile is called the "lower quantile" (Q_1) and is the most depleted in the studied element, and the last (the richest) quantile is the "upper quantile" (Q_{k-1}). The inter-quantile is defined by the following theorem:

Theorem 8: The inter-quantile is a narrowed interval of variations of unit concentrations of a chemical element in the framework of a geochemical field, limited by the upper and lower quantile ($l_Q=Q_{k-1}-Q_1$); the central inter-quantile (cl_Q) is the most narrow interval of variation of the unit concentrations around the median.

In practical use are quantiles of the second order (median), fourth order (quartiles), and fifth order (pentiles), while the others are of limited use.

The moments of distribution are of limited use in practical work, the asymmetry being determined in another way, and there is no real need for a more precise determination neither of asymmetry nor of skeweness. Some authors pay a considerable attention to these operations.

TYPES OF DISTRIBUTION

The form of the density function (curve) is strictly dependant on character of distribution of a geological random variable. The dominance of this function f(x) resulted from relations of the sample measurements (q and X), as explained in formulas (1), (33) and (34). In that way the form of the density function f(x) determines the distribution type of a geological random variable.

The 5 types of the density curves are described in the literature (B o g a c k i, 1963), but we consider that only three types exist:

1) symmetrical distribution,
2) left-asymmetrical distribution, and
3) right-asymmetrical distribution.

Many authors were mistaken thinking that the mean content as a parameter depend on the distribution type. The author of this monography showed that the arithmetical mean is the only measure for the mean content, which is proved (based upon the Theorem 5) by developing the equation (58) into equation (62).

Relations of the distribution parameters from the Theorem 4) depend on the distribution type, as defined by the distribution laws:

First law: Position of the mean content (of the mathematical expectation μ of population or the arithmetical mean x of a statistical sample) on the abscissa axis, by symmetrical distribution nearly coincides with the median:

$$M \approx \bar{x} < Mx \tag{89}$$

The normal distribution is a specific case of a symmetrical distribution, when the mean contents are equal to the median:

$$M = \bar{x} < Mx \tag{90}$$

Second law: Position of the mean content (mathematical expectation μ of a population or of the arithmetical mean $\bar{x}$ of a statistical sample) on the abscissa axis by the left-asymmetrical distribution (positive asymmetry) ranges between two medians:

$$M < \bar{x} < Mx \tag{91}$$

The lognormal distribution is a special case of the left-asymmetrical distribution when the geometrical mean equals the median:

$$G = M < \bar{x} < Mx \tag{92}$$

Third law: Position of the mean content (mathematical expectation μ of a population or of the arithmetical mean $\bar{x}$ of a statistical samle) on the abscissa axis, by the right-symmetrical distribution (negative asymmetry) occurs left of the median:

$$\bar{x} < M < Mx \tag{93}$$

Many authors think that the normal distribution is a limit distribution toward which gravitate numerous distributions in nature. It was assumed that the basic geological population of chemical elements in geological bodies of a monophase genesis trend to a symmetrical distribution, exceptionally to a normal distribution.

An example isllustrates the ideal normal distribution of a geological population in a statistical sample of 10,000 individual samples (Fig. 22).

However, genesis of the basic geological populations in most cases is not monopfase, but most commonly, a multiphase one. It results to an asymmetry in function of a density distribution, in both the left and right sides.

The examples of the idealized left-asymmetrical distributions are illustrated in Figs. 23 and 24. For the left-asymmetrical distributions the logarithmic statistical scales are used (Fig. 26),where the position of any mean value of a geological random variable is clearly visible, and *only arithmetical mean occurs on the intersection of the density curves* f(log x) and f_X(log x).

The examples of the idealized right asymmetrical distribution are also illustrated in Figs. 27 and 28.

From the reasom of a theoretical nature, the examples of an idealized distribution are given by use of the exponentional statistical scale powers (Fig. 29) and roots (Fig. 30).

SPATIAL DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATIONS

The spatial distribution of a geological random variable, when masses of samples and elements represent the functions of coordinates, has been called by the author, the "geochemical field" (O m a lj e v, 1982b, 1986c, 1907a).

GEOCHEMICAL FIELD

According to the Theorem (1) the unit concentration is an intensive value realizing a field of influence, and this is the geochemical field (Fig. 31a). We may imagine that the unit masses of a chemical element in samples of a geological body (X) or of a statistical sample respectively, realized its own gravitational field.

Theorem 10: The geochemical field is a mathematical transformation of the own gravitational field of a distinct chemical element in corpuscles or in samples of a geological body; this is the function of unit masses of the element (X) by the spatial coordinates (l, b, h), acting throught intensity of the unit concentrations (x):

$$U(x) = f(1, b, h) \qquad (103)$$

The geochemical field may be obsedved superficially (formula 1o4) and linerarly (formula 105), by missing of corresponding coordinates.

An assemblage of individual samples as a statistical sample represents a distinct geological body as a surface and is absolutely satisfactory for us, thus we present the simplified definition of a geochemical field:

Definition 31: The geochemical field is a field of influence of the unit mass of a distinct chemical element (X) in the individual samples of a statistical sample, throughout the intensity of the unit concentrations of this element (x).

The geochemical field exibits its structure, represented by 1) intensity, 2) relief, and 3) parameters of the geochemical field. The ratio of numerical values of parameters of a geochemical field represents the concentration coefficients as relative measures of relations to some referent value.

INTENSITY OF GEOCHEMICAL FIELD

The intensity of a geochemical field is determined by the intensity of unit concentrations. This intensity has its treshold (x_{min}) and its roof (x_{max}). Below the treshold occurs the fundament of a geochemical field (Fig. 32), and this is a part of intensity which is not subject of variations. The interval of variations of the geochemical field intensity is defined by the Theorem (6).

In the relief of a geochemical field the intensities of geochemical anomalies are distinguished over intensities of random variables, analogous to the signals over the noice field. In that case the basic poulation includes the two partial populations of different genesis: syngenetic and epigenetic ones.

The very important problem of geochemical investigations is how to define the treshold of geochemical anomalies, which has not until recently yielded a single solution. The numerous methods of identification of geochemical anomalies (anomalous samples) are found in literature, some of them being completely mathematized. We think that this is a geological problem which is to be solved by interpretation; our method is to cut the "logarithmic tail" (O m a lj e v, 1987a, 1987c) in a dual histogram. In the Fig. 33 the separation of an epigenetic population of the logarithmic tail from the syngenetic populations of geochemical noice is presented.

I think that it is better to use the method of interpretation to distinguich the geochemical anomalies, than the method of "two or three sigmas" regarding the distribution of the non existing (in geological population) "normal" and "lognormal" statistical distribution.

RELIEF OF GEOCHEMICAL FIELD

Definition 32: The relief of a geochemical field is a geometrical construction of points representing the unit concentrations (x) of a studied chemical element in the individual samples of a statistical sample, presented at the surface of a geological body.

The relief is the most impressive feature of a geochemical field, directly reflecting the intensity variations of the unit concentrations of an element (x), depending on the distribution of unit masses of such an element (X) in a geological body (statistical sample).

The geochemical studies of distribution of chemical elements in a geological body bu use of a statistical sample are reduced to the study of the relief form of a geochemical field or of its topography respectively.

The topography relief of a geochemical field is plotted on sections in form of poligons (Fig. 31) and histograms (Fig. 32), but on geochemical maps the concentration isolines are used (Fig. 35), in the recent time being more and more represented in form of a relief (Fig. 36).

The geochemical equidistance, according to the Theorem (9), in the same time represents the class limit in a dual histogram. We think that the standardization of this equidistance by use of statistical scale (Theorem 3) is of primordial importance.

PARAMETERS OF GEOCHEMICAL FIELD

Definition 33: The parameter of structure of a geochemical field is the mean value of a geological random variable M(x), and this is the mean content of a chemical element (mathemtical expectation in a population or the arithmetical mean $\bar{x}$ of a statistical sample).

From the geometrical point of view, the mean content of a chemical element in a geochemical body (statistical sample) represents a surface cutting the relief of a geochemical field into two equal parts (Fid. 32). Calculating the mean value we oblate the relief of a geochemical field (Fig. 37).

The mean value (arithmetical mean) is an integral part of structure of the partial or collective geochemical field, i.e.: 1) geochemical phone, 2) geochemical noice, and 3) concentration of anomaly.

Definition 34: The geochemical phone (x_g) is the mean content (arithmetical mean) of a chemical element of a basic geologic population in a geological body.

The practical problem implies the question in which extent the of geologic population of elements in a statistical sample represents the basic geological population in a geological body.

The geochemical phone is a parameter of a geochemical field of any geological body, either simple or composite one, of any rank up to the global structural level of geologic organization of the Lithosphere matter.

F e r s m a n (1955, p. 161) proposed back before 1923 the mean content of a chemical element in the earth crust to be named "clarke" in honor of **F.W.Clarke**. This term is still in use in the East, but in the West (the homeland of Clarke) it has not been accepted.

Definition 35: The term "clarke" is a global geochemical phone, meaning the mean content ($\bar{x}_c$) of a chemical element in a global geological body.

In that way I confirm the Fersman's proposal, hopig that it will be accepted.

Definition 36: The geochemical noice is the mean content of a chemical element of a syngenetical partial population in a geological body, and we name it "fersman" ($\bar{x}_f$).

The author formerly defined the geochemical noice naming it by term **"fersman"** (O m a lj e v, 1983d, 1986c, 1987a) in honor of **A.E.Fersman.**

Definition 37: The anomaly concentration ($\bar{x}_a$) is the mean content of a chemical element of an epigenetical partial population in a geological body.

COEFFICIENT OF CONCENTRATION

The concentration coefficients are the relative measures of a concentrativeness or accumulation of a chemical element in geological bodies respectively. Taking in account our definitions of parameters of the geochemical field as well as naming some of terms as referencial ones for comparison, the three kinds of these ceofficients are to be mentioned: 1) concentration coefficient of Clarke (Kc), 2) concentration coefficient of Fersman (Kf), and 3) coefficient of concentration or contrast ofgeochemical anomalies (Kk).

Definition 38: The Clarke's concentration coefficient (Kc) is the ratio of parameters of geochemical field to the clarke of a) geochemical phone (Kc_g), b) geochemical noice (Kc_f), and c) geochemical anomaly (Kc_a).

$$Kc_g = \bar{x}_g/\bar{x}_c \quad (108)$$

a) The Clarke's concentration coefficient for the geochemical phone exhibits the accumulation grade of a chemical element compared with the local level of the geological organization of matter. The global geological bodies are defined in a different way by some authors presenting tables of mean contents of chemical elements, which we consider to be clarkes. There are also significant differences in values of mean contents of elements, so that is necessary to cite the source of the table.

b) The Clarke's concentration coefficient for geochemical noice

$$Kc_f = \bar{x}_f/\bar{x}_c \quad (109)$$

shows the accumulation grade of a chemical element in a syngenetical partial population compared with the global level of geological organization of the Lithosphere matter. The problem is similar to the previous case, i.e. it is necessary to cite the author and the year of the table's issue.

c) The Clarke's concentration coefficient for geochemical anomalies

$$Kc_a = \bar{x}_a/\bar{x}_c \quad (110)$$

exhibits the accumulation grade of a chemical element of an epigenetical partial population (including the ore anomalies too) compared with the global structural level of organization of the Lithoshere matter. It is important to cite the source of a clarke value (the mean content of a global geological body). The accumulation grade of ore elements is very variable, and this feature is specific and essencial one for the potential estimation.

Definition 39: The Fersman's concentration coefficient (Kf) is the ratio of the geochemical phone to the geochemical noice (fersman):

$$Kf = \bar{x}_g/\bar{x}_f \quad (111)$$

The coefficient shows the grade of the own accumulation of a chemical element in a geological body relative to its accumulation in the syngenetical part of the basic population. The maximum value of this coefficient is one (Kf=1). The Fersman's concentration coefficient is suitable for estimation of metallogenic specialization, considering possibility to be favorable for formation of mineralizations.

Definition 40:The contrast coefficient of geochemical anomalies is the ratio of the anomaly concentration to the geochemical phone (Kk_g) or to the geochemical noice - fersman (Kk_f).

a) The contrast coefficient of geochemical anomalies relative to the geochemical phone

$$Kk_g = \bar{x}_a/\bar{x}_g \quad (112)$$

shows the contrast grade of a geochemical anomaly relative to the collective geological population of a chemical element. The value of this coefficient is always higher than one.

b) The contrast coefficient of the geochemical anomaly relative to the geochemical noice

$$Kk_f = \bar{x}_a/\bar{x}_f \qquad (113)$$

shows the maximum contratst, the two extremely polarized partial populations being pitted one against another.

The role of these concentrations and contrast coefficients is the characteristics of the accumulation of chemical elements in the geological bodies to be numerically expressed. The most important aspect is that exists a possibility the geological bodies to be ranked according to the numerical values of these coefficients, being of importance for the metallogenetical studies.

By use of these coefficients it is important to cite the source (author, the issue year, number of formula), to avoid misunderstandings, because the author's papers are not identical (by years of issue).

FICTITIOUS ELEMENTS

There are many examples in the literature where the numerical operations (addition, substraction, multiplication and division) are performed with unit concentrations (contents), without a relevant theoretical explanation. The author defined the "fictitious" element (O m a lj e v, 1987a) to stop such an undefined situation in geochemistry. Some density functions were formerly defined as well (O m a lj e v, 1980a, 1981c).

Theorem 11: The sum (C=X+Y), product (P=X*Y) or quotient (V=X/Y) of unit masses of chemical elements in a sample we name the "fictitious" element, which formally (mathematically) cannot be distinguished from a real chemical element; in that way, all parameters of the population distribution of a fictitious element are defined.

FICTITIOUS ELEMENT IN FORM OF SUM

The sum of unit masses of chemical elements of a sample represents, according to the Theorem (11), the unit mass of a fictitious element:

$$C=X+Y+...+Z \qquad (114)$$

This formula (114) is similar to the formula (34), but with another meaning.

In a sum all the addends are equal and may change place (principle of commutation), for that reason the sum as a fictitious element has the unit mass (C) and the unit concentration (c) as the sum of unit concentrations of chemical elements. There fore it has all other parameters sa well.

Definition 41: The mean content of the sum as a fictitious element (C=X+Y) is equal to the sum of mean contents of chemical (real) elements ($\overline{c}=\Sigma c/N=\overline{x}+\overline{y}$) in a statistical sample.

The fictitious element is obligatory a multicomponent system, and the density functions are the same as after formulas (42) and (43).

The fictious element is similar to a real element as the sum of its compounds, after formula (44), and the participation of these compounds (real elements)in the sum as a fictitious element occurs after formulas (45) and (46).

The intensities of density functions of real elements are arbitrary ones because the intensity variations occur from one class to another in a dual histogram, without any reciprocal relation.

FICTITIOUS ELEMENT IN FORM OF PRODUCT

The product of unit masses of chemical elements in a sample represents, according to the Theorem (11), the unit value (mass?) of a fictitious element:

$$P=X^*Y^*..^*Z \tag{123}$$

The multiplication represents a repeated addition of equal numbers, the commutation principle being in effect, but the multiplication of unequal numbers, having a distinct sum, yields different products:

5 + 5 = 10	4 + 4 + 4 = 12	3 + 3 + 3 + 3 = 12
$5 * 5 = 5^2 = 25$	$4 * 4 * 4 = 4^3 = 64$	$3 * 3 * 3 * 3 = 3^4 = 81$
4 * 6 = 24	3 * 4 * 5 = 60	2 * 3 * 3 * 4 = 72
3 * 7 = 21	2 * 4 * 6 = 48	1 * 3 * 3 * 5 = 45
2 * 8 = 16	1 * 4 * 7 = 28	1 * 2 * 3 * 6 = 36
1 * 9 = 9	1 * 3 * 8 = 24	1 * 1 * 3 * 7 = 21
0 * 10 = 0	1 * 2 * 9 = 18	1 * 1 * 2 * 8 = 16
	1 * 1 * 10 =10	1 * 1 * 1 * 9 = 9
	0 * 1 * 11 = 0	0 * 1 * 1 * 10 = 0

The sum of these numbers (factors) is always 10 or 12, and the product values, being maximal when factors are of the like numerical values (powers), and the product is declining with the factor contrast growth.

Theorem 12: The power of the nth order is a maximum value of products of n equal numbers, its addition yielding a distinct sum; but the products of n unlike factors, which addition gives the like sum, decline proporcionally to the contrasts of their absolute values.

As a consequence, the two mean values have to appeare in a statistical sample.

Theorem 13: The distribution of a population of product as a fictitious element (P=X*Y) in a statistical sample has two mean values 1) arithemtical mean ($\bar{p}=\Sigma p/N$) as density functions f(p) and $f_P(p)$, and 2) product of populations of a chemical (real) element (of their arithmetical means: $\hat{p}=\bar{x}^*\bar{y}$).

Definition 42: The mean value of distribution of product as a fictitious element, after Theorems (4) and (5) is the arithemtical mean ($\bar{p}=\Sigma p/N$).

Definition 43: The mean value of products of two real populations of chemical elements is the product of their arithmetical means ($\hat{p}=\bar{x}^*\bar{y}$).

As resulted from the theorem (12), the arithmetical mean is always higher than the mean values of products of the mean contents of real populations:

$$\bar{p} > \hat{p} \tag{131}$$

Our preliminary consideration is that the density functions are the same as judged from formulas (42) and (43), but it should not disregard the possible essencial changes when the more complete studies of these functions will have been done (which until recently have not found a practical use).

FUCTITIOUS ELEMENT IN FORM OF QUOTIENT

Judging from the Therorem 11, the quotient of unit masses of two chemical elements in a sample represents the unit value (mass?) of a fictitious element:

$$V=X/Y \tag{132}$$

$$W=Y/X \tag{133}$$

There are two equal possibilities (formulas 132 and 133), the commutation principle being not in effect. These two values are reciprocal:

$$V = 1/W$$

The practice shows that a more favorable case is when the dominant chemical element occurs as numerator of a fraction (formulas 132 and 133).

Theorem 14: The distribution of populations of quotient as a fictitious element (V=X/Y) in a statistical sample has the two mean values: 1) arithmetical mean ($\overline{v}=\Sigma v/N$)as a parameter of the density functions f(v) and fv(v), and 2) population quotient of chemical (real) elements (of their arithmetical means: $v=\overline{x}/\overline{y}$).

There are two mean values ($\overline{v}$ and v), which are inverse compared with the equal means ($\overline{w}$ and w), and it is reccomended the dominant population of a chemical element to be the numerator.

Definition 44: The mean value of distribution of a quotient as a fictitious element is, after Theorems (4) and (5), the arithmetical mean ($\overline{v}=\Sigma v/N$ or $\overline{w}=\Sigma w/N$).

Theorem 15: The mean value of a quotient (ratio) of two populations of chemical (real) elements (V=X/Y) is the common point (point of section) of the density functions $f_X(v)$ and $f_Y(v)$, and represent equalization of the unit relative frequencies ($mX_s/\Sigma X=mY_s/\Sigma Y=v$) of these functions.

The Theorem (15) is similar to the Theorem (5), and now the other functions, which also have only one common point, are in question.

Intensities of the density function of uranium (black columns) and thorium (dotted columns) in the dual histogram (Fig. 43, b) are hitched up, because by declining of intensity of the uranium density functions the intensities of the thorium functions grow up from one class to another. In one point (s) the value of these functions is equalized (the prove is Theorem 15):

$$w_s=f_X(w)=f_Y(w) \tag{142}$$

$$w_s = m\frac{X_s}{X} = m\frac{Y_s}{Y} = \hat{w} \tag{143}$$

$$w_s = m\frac{\sum Y}{\sum X} = \frac{Y_s}{X_s} = \hat{w} \tag{144}$$

Taking into account the equation (41), exhibiting that are (X=x) and (Y=y), we have:

$$w_s = \frac{\sum y}{\sum x} = \hat{w} \tag{145}$$

This fraction is multiplied by N/N=1 and we have:

$$w_s = \frac{\sum y/N}{\sum x/N} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \hat{w} \tag{146}$$

Developing the equations (142) into equation (146) we proved the Theorem (15).

Definition 45: The mean value of ratios of two real populations in the quotient as a fictitious element is represented by the ratio (quotient) of their arithmetical means ($\bar{v}= \bar{x}/\bar{y}$, or $\bar{w}=\bar{y}/\bar{x}$).

The parametre (v or w) separates a dual histogram into two fields (Fig. 14): one is the field of predominanting relative frequences of the subordinated element to the left side of the histogram and the other is the field of prevailing dominating element to the right side of the histogram.

The arithmetical mean ($\bar{v}$ or $\bar{w}$) is regularly larger from the ratios of arithmetical means of chemical elements (v or w).

$$\bar{v} > \hat{v} \tag{147}$$

$$\bar{w} > \hat{w} \tag{148}$$

EXAMPLE OF DISTRIBUTION OF GEOLOGICAL POPULATIONS

As an example of application of the principle "Dual nature of geological random variable" to the distribution of a geological population, a statistical sample of 92 geochemical samples is formed from the Bukulja altered granites. In all individual samples (N=92) the unit concentrations of uranium (U=X) and its easily soluble consitituent ($U_r=X_2$) were chemically analyzed, and the poorly soluble uranium ($U_n=X_1$), was calculated according to the formula (44). In such a way a three component system was available, in which all operations of statistical operations were applied.

Firstly, all data were computerized after the program "STATGRAFICS" followed by a commentary, and after that the proposed author's statistical method was done, by use of the dual histograms, including the interpretation. The method of the spatial distribution and geochemical field was shortly applied, accompanied by calculation of parameters and coefficients foreseen by the method of the author in this monography.

Posebna izdanja Geoinstituta, knjiga 15

IZDAVAČ: **Geoinstitut**, Beograd, Rovinjska 12

Za izdavača: Dr Milan Milojević, direktor Geoinstituta

Prevod na engleski: *Dr Antonije* ***Antonović***

Korice: *Aleksandar* ***SPASIĆ***

Tehnički urednik:
Dr Veljko ***OMALJEV***

Kompjuterski slog i grafička priprema:
Aleksandar ***SPASIĆ***

Štampa:
Tehnički biro "SIGMA - GRAFIKA", Beograd, Kumodraška 332/1

Tiraž: 500 primeraka

Štampano: avgusta, 1995. godine



Dr Veljko OMALJEV *je rođen 13.02.1931. godine u Srpskom Itebeju (Banat), od oca Toše i majke Tereske-Leke (rođ. Nikolin). Osnovnu školu (VI razreda) završio je 1944. godine u Srp. Itebeju i do 1950. godine bavi se zemljoradnjom. 1950. god. upisuje se na Geološki tehnikum u Pančevu, a Geološku STŠ završava 1954. god. u Beogradu. Odmah se upisuje na Geološki fakultet, a diplomirao je na Rudarsko-geološkom fakultetu 1959. god. sa srednjom ocenom 9,45. Svake godine dobijao je nagradu Univerziteta za najbolji uspeh u generaciji, a 1957. god. dobio je nagradu za temat: "Finalni vulkanizam Jugoslavije".*

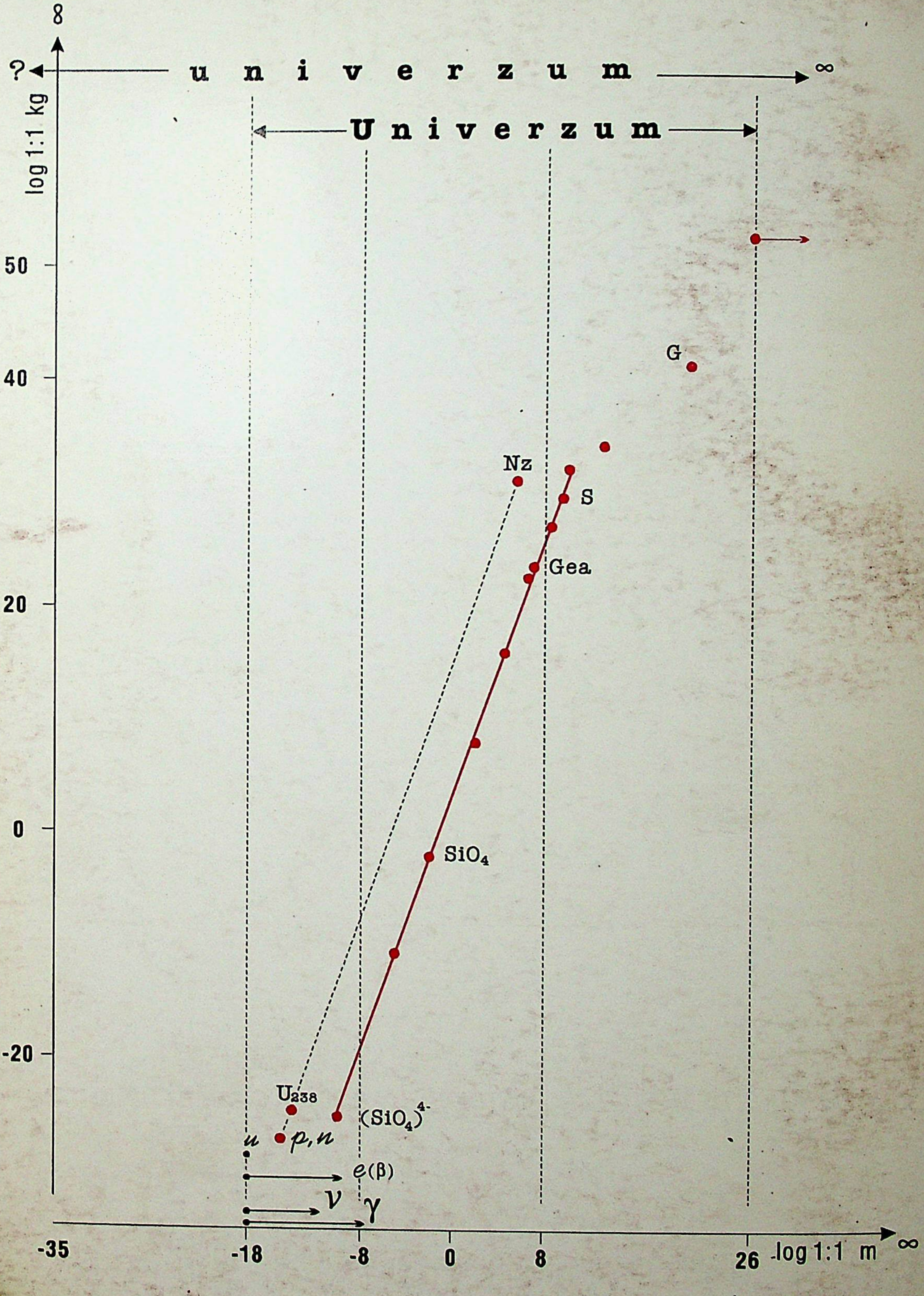
Zaposlio se u Institutu za istraživanje nuklearnih i drugih mineralnih sirovina (Sada Geoinstitut) 1959. godine, a posle povratka iz JNA upućen je na terenski rad u Sloveniju (istraživanje ležišta urana Žirovski vrh), gde ostaje sve do kraja 1969. god. Potom je upućen u Iran (izrada geološke karte i prospekcije, Kerman-projekt) gde ostaje do kraja 1972. god. Potom radi na raznovrsnim poslovima: rekognosciranje pojava boksita, istraživanje cementnih sirovina, prospekcija bakra u DRF, itd. Kratko vreme je rukovodilac Odelenja za istraživanje mineralnih sirovina (1977), a u 1978. godini započinje istraživanje urana u području Ghat u Libiji. Od 1979-1982. godine radi na Metalogenetskoj i prognoznoj karti Srbije, a zatim na metalogenetskim izučavanjima do 1986. godine. Od 1979. godine radi u naučnim projektima, a od 1986. godine kao rukovodilac naučnih projekata i podprojekata.

Odbranio je doktorsku disertaciju 30.04.1980. godine, pod naslovom: "Metalogenetske karakteristike uranskog rudišta Žirovski vrh", koja je objavljena 1982. godine, i za ovu monografiju dobio je Oktobarsku nagradu Beograda za 1982. godinu. Izabran je u zvanje "naučni savetnik" 17.12.1984. godine.

Izabran je za glavnog i odgovornog urednika publikacija Geoinstituta krajem 1982. godine, a do sad je uredio više od polovine svih naučnih izdanja Geoinstituta (naučni časopis RADOVI Geoinstituta i monografije kao "Posebna izdanja" Geoinstituta).

Više puta je biran u Izvršni odbor Srpskog geološkog društva, a bio je i zamenik predsednika 1987-1989. godine. Više godina bio je član Komisije Prosvetnog saveta Srbije za geološku struku.

Objavio je 148 publikacija u zemlji i inostranstvu, najviše o ležištu urana Žirovski vrh i originalnoj metodi statističkih izučavanja u geohemiji (koju razvija dve decenije), koju je definisao kao princip "Dvojne prirode geološke slučajne promenljive", čemu je posvećen veći deo teksta ove monografije. Od 1990. godine bavi se problematikom organizacije materije, posebno geološkom organizacijom materije, od fundamentalnih čestica pa do geoloških tela.


8
?
u n i v e r z u m
∞
U n i v e r z u m
log 1:1 kg
50
40
20
0
-20
G
Nz
S
Gea
SiO4
U238
(SiO4)4-
u
p,n
e(β)
ν
γ
-35
-18
-8
0
8
26
log 1:1 m
∞